

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«Санкт-Петербургский национальный исследовательский
университет информационных технологий, механики и оптики»

ФАКУЛЬТЕТ ПРОГРАММНОЙ ИНЖЕНЕРИИ И КОМПЬЮТЕРНЫХ
ТЕХНОЛОГИЙ

Учебно-исследовательская работа №2

**Обработка результатов измерений: статистический анализ
числовой последовательности**
по дисциплине
«Моделирование»

Вариант № 78/3/33

Выполнил:

Хасаншин Марат Айратович Р3333
Шикунов Максим Евгеньевич Р3333

Преподаватель:

Тропченко А.А.

Цель работы

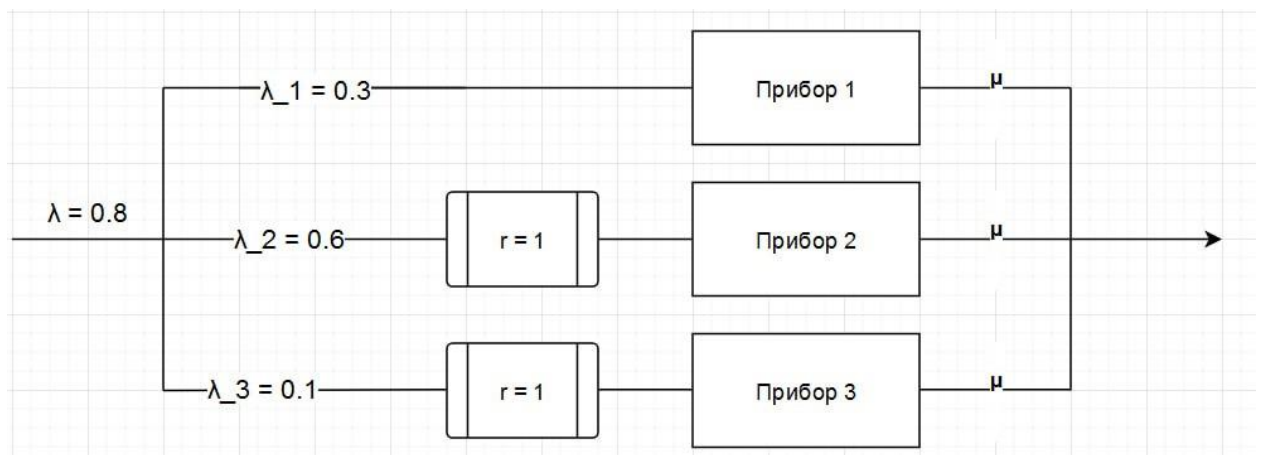
Изучение метода марковских случайных процессов и его применение для исследования простейших моделей – систем массового обслуживания (СМО) с однородным потоком заявок.

Исходные данные

Система 1		Система 2		Критерий эффективности
П	ЕН	П	ЕН	
3	0/1/1	$2(E_3)$	1/1	(в)

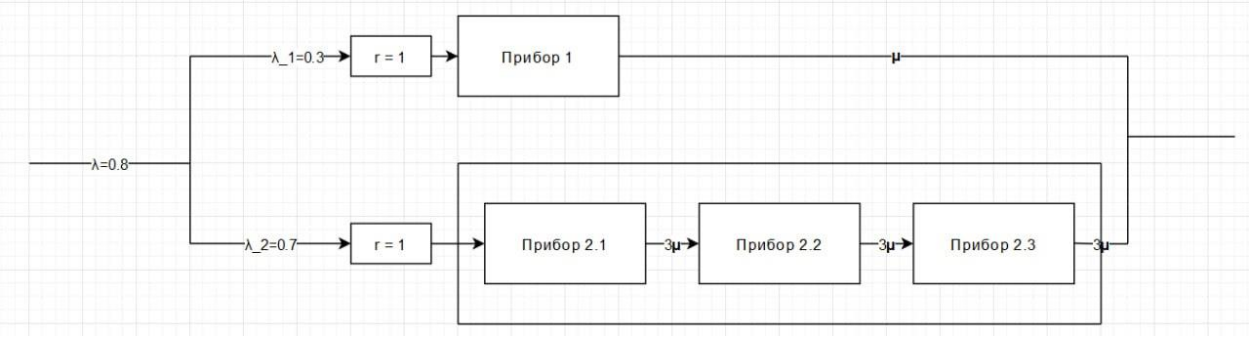
Интенсивность потока	Ср. длительность обслуж.	Вероятности занятия прибора		
		П1	П2	П3
$\lambda, 1/c$	b, c			
0.8	4	0.3	0.6	0.1

Система 1: 3 прибора. Вероятность попадания заявки в 1 прибор равна 0.3, во второй – 0.6 и в третий – 0.1. Очереди перед первым объемом нет, а перед вторым и третьим очереди каждая объемом 1. Интенсивности: в 1 прибор = 0.24, во 2 прибор = 0.48, в 3 прибор = 0.08



Система 2: 2 прибора, длительность обслуживания в одном из них распределена по закону Эрланга 3 порядка. Вероятности попадания заявки в 1 прибор – 0.3, а во второй – 0.7.

Очередь есть перед первым и вторым объемом 1 в каждом. Интенсивности в 1 прибор = 0.24, во 2 прибор = 0.56



Критерий эффективности: максимальная нагрузка системы

Интенсивность входного потока: 0.8 с.

Средняя длительность обслуживания: 4 с.

Выполнение

Интенсивность обслуживания прибора $\mu = \frac{1}{4} = 0.25 \text{ с}^{-1}$.

Интенсивность потока $\lambda = 0.8 \text{ с}^{-1}$

Система 1

Обозначения состояний: P1/P2/P3/R2/R3

P1 – число заявок в П1

P2 – число заявок в П2

P3 – число заявок в П3

R2 – число заявок в очереди к прибору П2

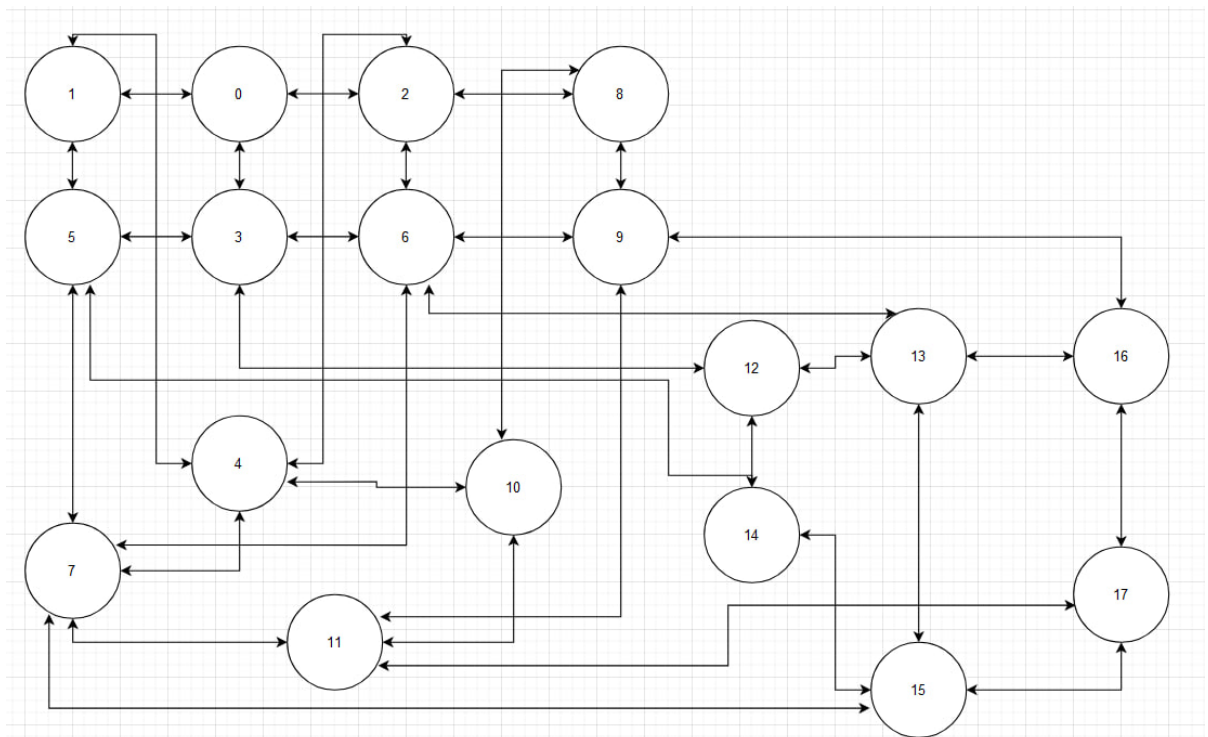
R3 – число заявок в очереди к прибору П3

Перечень состояний

Номер состояния	Обозначение P1/P2/P3/R2/R3	Описание
S0	0/0/0/0/0	В системе нет заявок
S1	1/0/0/0/0	В системе 1 заявка. Одна обрабатывается 1 прибором
S2	0/1/0/0/0	В системе 1 заявка. Одна обрабатывается 2 прибором
S3	0/0/1/0/0	В системе 1 заявка. Одна обрабатывается 3 прибором
S4	1/1/0/0/0	В системе 2 заявка. Одна обрабатывается 1 прибором, одна обрабатывается 2 прибором
S5	1/0/1/0/0	В системе 2 заявка. Одна обрабатывается 1 прибором, одна обрабатывается 3 прибором

S6	0/1/1/0/0	В системе 2 заявки. Одна обрабатывается 2 прибором, одна обрабатывается 3 прибором
S7	1/1/1/0/0	В системе 3 заявка. Одна обрабатывается 1 прибором,
S8	0/1/0/1/0	В системе 2 заявка. Одна обрабатывается 1 прибором, одна стоит в очереди ко 2 прибору
S9	0/1/1/1/0	В системе 3 заявка. Одна обрабатывается 2 прибором, одна 3 прибором, одна стоит в очереди ко 2 прибору
S10	1/1/0/1/0	В системе 3 заявка. Одна обрабатывается 1 прибором, одна 2 прибором, одна стоит в очереди ко 2 прибору
S11	1/1/1/1/0	В системе 4 заявка. Одна обрабатывается 1 прибором, одна 2 прибором, одна 3 прибором, одна стоит в очереди ко 2 прибору
S12	0/0/1/0/1	В системе 2 заявка. Одна обрабатывается 3 прибором, одна стоит в очереди к 3 прибору
S13	0/1/1/0/1	В системе 3 заявка. Одна обрабатывается 2 прибором, одна 3 прибором, одна стоит в очереди к 3 прибору
S14	1/0/1/0/1	В системе 3 заявка. Одна обрабатывается 1 прибором, одна 3 прибором, одна стоит в очереди к 3 прибору
S15	1/1/1/0/1	В системе 4 заявка. Одна обрабатывается 1 прибором, одна, одна 3 прибором, одна стоит в очереди к 3 прибору
S16	0/1/1/1/1	В системе 4 заявка. Одна обрабатывается 2 прибором, одна 3 прибором, одна стоит в очереди к 2 прибору, одна стоит в очереди к 3 прибору
S17	1/1/1/1/1	В системе 5 заявка. Одна обрабатывается 1 прибором, одна 2 прибором, одна 3 прибором, одна стоит в очереди к 2 прибору, одна стоит в очереди к 3 прибору

Граф переходов



Матрица интенсивности

	S0	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	S9	S10	S11	S12	S13	S14	S15	S16	S17
S0	0	λ_1	λ_2	λ_3														
S1	μ	1			λ_2	λ_3												
S2	μ		2		λ_1		λ_3		λ_2									
S3	μ			3		λ_1	λ_2						λ_3					
S4		μ	μ		4			λ_3			λ_2							
S5		μ		μ		5		λ_2							λ_3			
S6			μ	μ			6	λ_1		λ_2				λ_3				
S7					μ	μ	μ	7				λ_2				λ_3		
S8			μ						8	λ_3	λ_1							
S9							μ		μ	9		λ_1					λ_3	
S10					μ				μ		10	λ_3						
S11								μ		μ	μ	11						λ_3
S12				μ									12	λ_2	λ_1			
S13							μ						μ	13		λ_1	λ_3	
S14						μ							μ		14	λ_2		
S15								μ						μ	μ	15		λ_2
S16									μ					μ			16	λ_1
S17												μ				μ	μ	17

Стационарные вероятности системы

Обозначение		Вероятность
S0	0/0/0/0/0	0.0547
S1	1/0/0/0/0	0.0524
S2	0/1/0/0/0	0.1045
S3	0/0/1/0/0	0.0180
S4	1/1/0/0/0	0.1002
S5	1/0/1/0/0	0.0171
S6	0/1/1/0/0	0.0343
S7	1/1/1/0/0	0.0324
S8	0/1/0/1/0	0.1995
S9	0/1/1/1/0	0.0625
S10	1/1/0/1/0	0.1917
S11	1/1/1/1/0	0.0608
S12	0/0/1/0/1	0.0069
S13	0/1/1/0/1	0.0152
S14	1/0/1/0/1	0.0059
S15	1/1/1/0/1	0.0111
S16	0/1/1/1/1	0.0146
S17	1/1/1/1/1	0.0182

Характеристики системы

Характеристика	Прибор	Формула	Система1
Нагрузка	П1	$y_1 = \lambda_1 * b$	0.96
	П2	$y_2 = \lambda_2 * b$	1.92
	П3	$y_3 = \lambda_3 * b$	0.32
	Сумм	$Y = y_1 + y_2 + y_3$	3.2
Загрузка	П1	$\rho_1 = 1 - (p_0 + p_2 + p_3 + p_6 + p_8 + p_9 + p_{12} + p_{13} + p_{16})$	0.4898
	П2	$\rho_2 = 1 - (p_0 + p_1 + p_3 + p_5 + p_{12} + p_{14})$	0.8449
	П3	$\rho_3 = 1 - (p_0 + p_1 + p_2 + p_4 + p_8 + p_{10})$	0.297
	Сумм	$\rho = 1 - p_0$	0.9453
Вероятность потери	П1	$\pi_1 = (p_1 + p_4 + p_5 + p_7 + p_{10} + p_{11} + p_{14} + p_{15} + p_{17}) * \lambda_1$	0.1176
	П2	$\pi_2 = (p_8 + p_9 + p_{10} + p_{11} + p_{16} + p_{17}) * \lambda_2$	0.2627
	П3	$\pi_3 = (p_{12} + p_{13} + p_{14} + p_{15} + p_{16} + p_{17}) * \lambda_3$	0.0058
	Сумм	$\pi = \pi_1 + \pi_2 + \pi_3$	0.386
Длина очереди	П1	$I_1 = 0$	0
	П2	$I_2 = p_8 + p_9 + p_{10} + p_{11} + p_{16} + p_{17}$	0.5472
	П3	$I_3 = p_{12} + p_{13} + p_{14} + p_{15} + p_{16} + p_{17}$	0.072
	Сумм	$L = I_2 + I_3$	0.6192
Число заявок, находящихся в системе	П1	$m_1 = p_1 + 2 * (p_4 + p_5) + 3 * (p_7 + p_{10} + p_{14}) + 4 * (p_{11} + p_{15}) + 5 * p_{17}$	1.3556
	П2	$m_2 = p_2 + 2 * (p_4 + p_6 + p_8) + 3 * (p_7 + p_9 + p_{10} + p_{13}) + 4 * (p_{11} + p_{15} + p_{16}) + 5 * p_{17}$	2.1147
	П3	$m_3 = p_3 + 2 * (p_5 + p_6 + p_{12}) + 3 * (p_7 + p_9 + p_{13} + p_{14}) + 4 * (p_{11} + p_{15} + p_{16}) + 5 * p_{17}$	0.9194
	Сумм	$M = (p_1 + p_2 + p_3) + 2 * (p_4 + p_5 + p_6 + p_8 + p_{12}) + 3 * (p_7 + p_9 + p_{10} + p_{13} + p_{14}) + 4 * (p_{11} + p_{15} + p_{16}) + 5 * p_{17}$	2.2509
Производительность	П1	$\lambda'_1 = \frac{1 - \pi_1}{\lambda_1}$	0.2118
	П2	$\lambda'_2 = \frac{1 - \pi_2}{\lambda_2}$	0.3539
	П3	$\lambda'_3 = \frac{1 - \pi_3}{\lambda_3}$	0.0795
	Сумм	$\lambda' = \lambda'_1 + \lambda'_2 + \lambda'_3$	0.6452
Интенсивность потока потерянных заявок	П1	$\lambda''_1 = \pi_1 * \lambda_1$	0.0282
	П2	$\lambda''_2 = \pi_2 * \lambda_2$	0.1261
	П3	$\lambda''_3 = \pi_3 * \lambda_3$	0.0005
	Сумм	$\lambda'' = \lambda''_1 + \lambda''_2 + \lambda''_3$	0.1548
Коэффициент простоя системы	П1	$n_1 = 1 - \rho_1$	0.5102
	П2	$n_2 = 1 - \rho_2$	0.1551
	П3	$n_3 = 1 - \rho_3$	0.703
	Сумм	$n = 1 - p$	0.0547

Среднее время ожидания заявок	П1	$w_1 = \frac{I_1}{\lambda_1'}$	0
	П2	$w_2 = \frac{I_2}{\lambda_2'}$	1.5462
	П3	$w_3 = \frac{I_3}{\lambda_3'}$	0.9051
	Сумм	$W = \frac{1}{\lambda'}$	1.5498
Среднее время пребывания	П1	$u_1 = w_1 + b$	4
	П2	$u_2 = w_2 + b$	5.5462
	П3	$u_3 = w_3 + b$	4.9051
	Сумм	$U = W + b$	5.5498

Система 2

Обозначения состояний: M/N1/N2/N3/R1/R2

P1 – число заявок в П1

P2 – состояние, которое проходит заявка в П2

R1 – число заявок в очереди к прибору П1

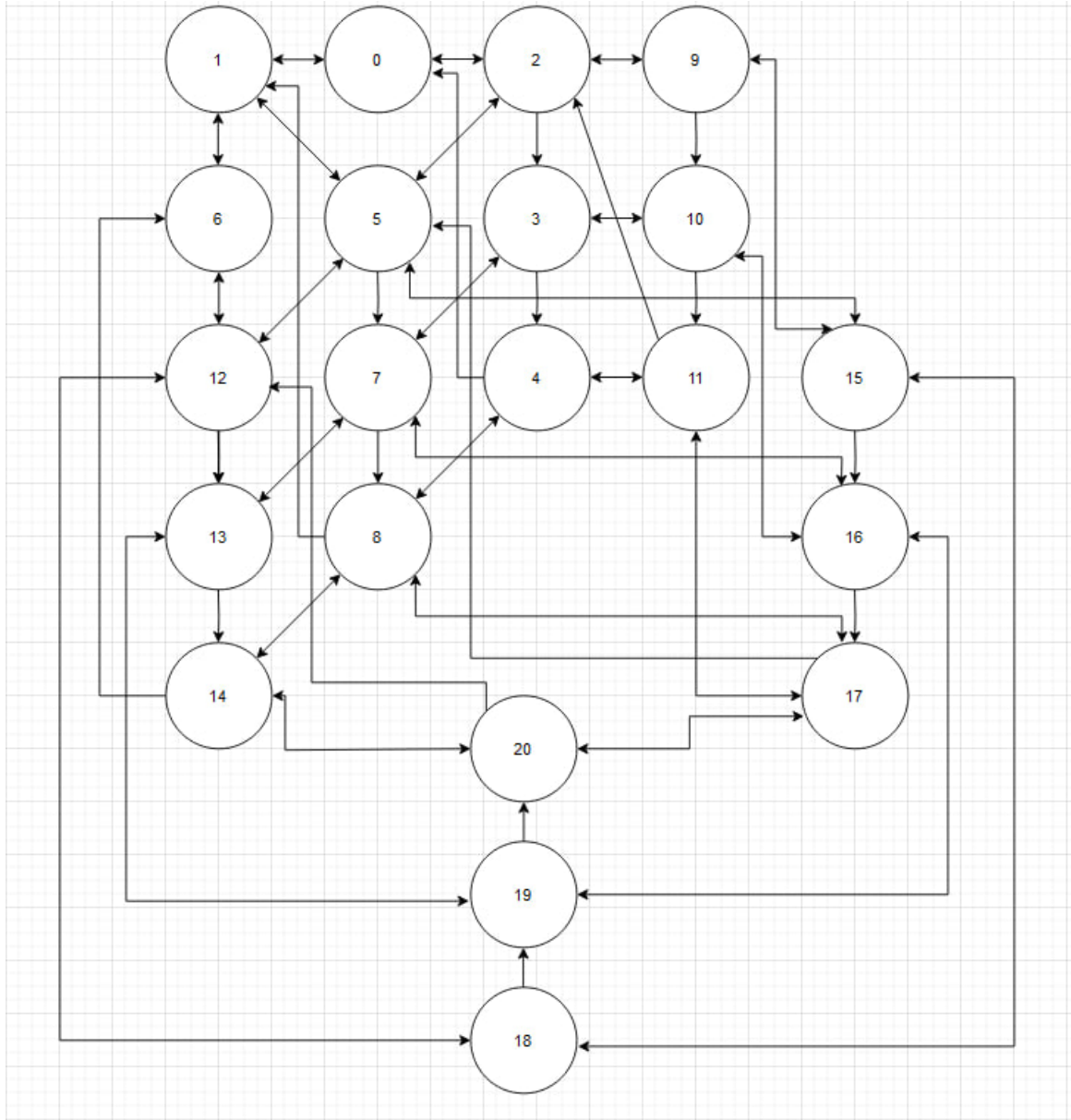
R2 – число заявок в очереди к прибору П2

Перечень состояний

Номер состояния	Обозначение P1/P2/R1/R2	Описание
S0	0/0/0/0	В системе нет заявок
S1	1/0/0/0	В системе 1 заявка. Одна обрабатывается 1 прибором
S2	0/1/0/0	В системе 1 заявка. Одна обрабатывается 2 прибором на 1 состоянии
S3	0/2/0/0	В системе 1 заявка. Одна обрабатывается 2 прибором на 2 состоянии
S4	0/3/0/0	В системе 1 заявка. Одна обрабатывается 2 прибором на 3 состоянии
S5	1/1/0/0	В системе 2 заявка. Одна обрабатывается 1 прибором, одна 2 прибором на 1 состоянии
S6	1/0/1/0	В системе 2 заявка. Одна обрабатывается 1 прибором, одна в очереди к 1 прибору
S7	1/2/0/0	В системе 2 заявка. Одна обрабатывается 1 прибором, одна 2 прибором на 2 состоянии
S8	1/3/0/0	В системе 2 заявка. Одна обрабатывается 1 прибором, одна 2 прибором на 3 состоянии
S9	0/1/0/1	В системе 2 заявка. Одна обрабатывается 2 прибором на 1 состоянии, одна в очереди ко 2 прибору
S10	0/2/0/1	В системе 2 заявка. Одна обрабатывается 2 прибором на 2 состоянии, одна в очереди ко 2 прибору

S11	0/3/0/1	В системе 2 заявка. Одна обрабатывается 2 прибором на 3 состоянии, одна в очереди ко 2 прибору
S12	1/1/1/0	В системе 3 заявка. Одна обрабатывается 1 прибором, одна 2 прибором на 1 состоянии, одна в очереди к 1 прибору
S13	1/2/1/0	В системе 3 заявка. Одна обрабатывается 1 прибором, одна 2 прибором на 2 состоянии, одна в очереди к 1 прибору
S14	1/3/1/0	В системе 3 заявка. Одна обрабатывается 1 прибором, одна 2 прибором на 3 состоянии, одна в очереди к 1 прибору
S15	1/1/0/1	В системе 3 заявка. Одна обрабатывается 1 прибором, одна 2 прибором на 1 состоянии, одна в очереди ко 2 прибору
S16	1/2/0/1	В системе 3 заявка. Одна обрабатывается 1 прибором, одна 2 прибором на 2 состоянии, одна в очереди ко 2 прибору
S17	1/3/0/1	В системе 3 заявка. Одна обрабатывается 1 прибором, одна 2 прибором на 3 состоянии, одна в очереди ко 2 прибору
S18	1/1/1/1	В системе 4 заявка. Одна обрабатывается 1 прибором, одна 2 прибором на 1 состоянии, одна в очереди к 1 прибору, одна в очереди ко 2 прибору
S19	1/2/1/1	В системе 4 заявка. Одна обрабатывается 1 прибором, одна 2 прибором на 2 состоянии, одна в очереди к 1 прибору, одна в очереди ко 2 прибору
S20	1/3/1/1	В системе 4 заявка. Одна обрабатывается 1 прибором, одна 2 прибором на 3 состоянии, одна в очереди к 1 прибору, одна в очереди ко 2 прибору

Граф переходов



Матрица интенсивности

	S0	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	S9	S10	S11	S12	S13	S14	S15	S16	S17	S18	S19	S20
S0	0	λ_1	λ_2																		
S1	μ	1				λ_2	λ_1														
S2			2	2μ		λ_1			λ_2												
S3				3	2μ			λ_1		λ_2											
S4	2μ				4			λ_1		λ_2											
S5			μ			5		2μ					λ_1			λ_2					
S6		μ					6						λ_2								
S7				μ				7	2μ					λ_1			λ_2				
S8		2μ			μ				8						λ_1			λ_2			
S9									9	2μ						λ_1					
S10										10	2μ						λ_1				
S11			2μ								11							λ_1			
S12					μ			μ				12	2μ						λ_2		
S13							2μ		μ				13	2μ						λ_2	
S14								μ						14							λ_2
S15					μ										15	2μ		λ_1			
S16							μ									16	2μ		λ_1		
S17					2μ			μ									17			λ_1	
S18												μ						18	2μ		
S19													μ						19	2μ	
S20													2μ		μ					20	

Стационарные вероятности системы

Обозначение		Вероятность
S0	0/0/0/0	0.0170
S1	1/0/0/0	0.0308
S2	0/1/0/0	0.0256
S3	0/2/0/0	0.0163
S4	0/3/0/0	0.0118
S5	1/1/0/0	0.0431
S6	1/0/1/0	0.0559
S7	1/2/0/0	0.0335
S8	1/3/0/0	0.0285
S9	0/1/0/1	0.0194
S10	0/2/0/1	0.0254
S11	0/3/0/1	0.0261
S12	1/1/1/0	0.0987
S13	1/2/1/0	0.0662
S14	1/3/1/0	0.0560
S15	1/1/0/1	0.0291
S16	1/2/0/1	0.0398
S17	1/3/0/1	0.0426
S18	1/1/1/1	0.0830
S19	1/2/1/1	0.1175
S20	1/3/1/1	0.1338

Характеристика	Прибор	Формула	Система1
Нагрузка	П1	$y_1 = \lambda_1 * b$	0.96
	П2	$y_2 = \lambda_2 * b$	2.24
	Сумм	$Y = y_1 + y_2$	3.2
Загрузка	П1	$\rho_1 = 1 - (p_0 + p_2 + p_3 + p_6 + p_8 + p_9 + p_{12} + p_{13} + p_{16})$	0.8584
	П2	$\rho_2 = 1 - (p_0 + p_1 + p_3 + p_5 + p_{12} + p_{14})$	0.8964
	Сумм	$\rho_R = 1 - p_0$	0.983
Вероятность потери	П1	$\pi_1 = (p_1 + p_4 + p_5 + p_7 + p_{10} + p_{11} + p_{14} + p_{15} + p_{17}) * \lambda_1$	0.1467
	П2	$\pi_2 = (p_8 + p_9 + p_{10} + p_{11} + p_{16} + p_{17}) * \lambda_2$	0.2893
	Сумм	$\pi = \pi_1 + \pi_2 + \pi_3$	0.4360
Длина очереди	П1		0.6111
	П2	$I_2 = p_8 + p_9 + p_{10} + p_{11} + p_{16} + p_{17}$	0.5166
	Сумм	$L = I_2 + I_3$	1.1278
Число заявок, находящихся в системе	П1	$m_1 = p_1 + 2 * (p_4 + p_5) + 3 * (p_7 + p_{10} + p_{14}) + 4 * (p_{11} + p_{15}) + 5 * p_{17}$	2.6871
	П2	$m_2 = p_2 + 2 * (p_4 + p_6 + p_8) + 3 * (p_7 + p_9 + p_{10} + p_{13}) + 4 * (p_{11} + p_{15} + p_{16}) + 5 * p_{17}$	2.5335

	Сумм	$M = (p_1 + p_2 + p_3) + 2$ $* (p_4 + p_5 + p_6 + p_8 + p_{12})$ $+ 3$ $* (p_7 + p_9 + p_{10} + p_{13} + p_{14})$ $+ 4 * (p_{11} + p_{15} + p_{16}) + 5$ $* p_{17}$	2.8826
Производительность	П1	$\lambda'_1 = \frac{1 - \pi_1}{\lambda_1}$	0.2048
	П2	$\lambda'_2 = \frac{1 - \pi_2}{\lambda_2}$	0.398
	Сумм	$\lambda' = \lambda'_1 + \lambda'_2 + \lambda'_3$	0.6028
Интенсивность потока потерянных заявок	П1	$\lambda''_1 = \pi_1 * \lambda_1$	0.0352
	П2	$\lambda''_2 = \pi_2 * \lambda_2$	0.162
	Сумм	$\lambda'' = \lambda''_1 + \lambda''_2 + \lambda''_3$	0.1972
Коэффициент простоя системы	П1	$n_1 = 1 - \rho_1$	0.1416
	П2	$n_2 = 1 - \rho_2$	0.1036
	Сумм	$n = 1 - \rho$	0.017
Среднее время ожидания заявок	П1	$w_1 = \frac{I_1}{\lambda'_1}$	2.984
	П2	$w_2 = \frac{I_2}{\lambda'_2}$	1.2982
	Сумм	$W = \frac{1}{\lambda'}$	1.659
Среднее время пребывания	П1	$u_1 = w_1 + b$	6.984
	П2	$u_2 = w_2 + b$	5.2982
	Сумм	$U = W + b$	5.659

Сравнительный анализ

Характеристика	C1	C2	%
Нагрузка	3,2	3,2	0
Загрузка	0,9453	0,983	3,84
Вероятность потери	0,386	0,435	11,26
Длина очереди	0,6192	1,1278	45,10
Число заявок	2,2509	2,8826	21,91
Производительность	0,6452	0,6028	6,57
Интенс. потока потерь	0,1548	0,1972	21,50
Кф простоя системы	0,0547	0,017	68,92
Ср. время ожидания заявок	1,5498	1,659	6,58
Ср. время пребывания	5,5498	5,659	1,93



По критерию эффективности – максимальная загрузка системы. У нас по нашему критерию Система 2 является лучше, чем Система 1. По данным и графику можно понять, что Система 2 имеет большую загрузку и меньший коэффициент простоя системы. Но по всем остальным характеристикам Система 1 будет лучше, чем вторая.

Вывод

В ходе выполнения данной работы мы подробно изучили применение марковских процессов для моделирования случайных процессов, а также разработали и рассчитали модели систем массового обслуживания (СМО) с однородными потокам заявок. Проведенный анализ включал сравнение эффективности и характеристик обеих моделей.

В результате исследования было выявлено, что вторая система более нам подходит по данному нам по варианту критерию эффективности. Но в целом, почти во всех характеристиках Система 2 проигрывает Системе 1.