

Университет ИТМО

Факультет программной инженерии и компьютерной техники

Индивидуальное домашнее задание №3

по «Математической статистике»

Вариант 84

Выполнили:

Студенты группы Р3233

Хасаншин Марат

Шикунов Максим

Номер команд: 9

Санкт-Петербург

2024

Цель работы

На основании анализа данных двух выборок X и Y из нормально распределенных генеральных совокупностей проверить статистическую гипотезу о равенстве математических ожиданий этих совокупностей, предполагая, что их дисперсии равны.

Исходные данные

X : 8.91 8.44 5.38 3.73 5.28 8.16 7.16 6.40 7.70 5.19 8.25 6.40 6.42 9.43

Y : 9.75 7.43 7.13 6.64 8.50 3.81 9.22 3.67 6.17 6.97

Ход выполнения

Формулировки основной и альтернативной гипотез:

$$H_0: M(x) = M(y)$$

$$H_1: M(x) \neq M(y)$$

Уровень значимости:

$$\alpha = 0.05$$

Статистический критерий:

$$T = \frac{\hat{m}_y - \hat{m}_x}{\sqrt{(n_x - 1)\hat{\sigma}_x^2 + (n_y - 1)\hat{\sigma}_y^2}} \cdot \sqrt{\frac{n_x n_y (n_x + n_y - 2)}{n_x + n_y}}$$

Вычислим оценки мат. ожиданий и дисперсий и подставим в формулу критерия:

$$\hat{m}_x = \frac{1}{14} \sum_{i=1}^{14} x_i = 6.9179$$

$$\hat{m}_y = \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} y_i = 6.929$$

$$\hat{\sigma}_x^2 = \frac{1}{14 - 1} \sum_{i=1}^{14} (x_i - \hat{m}_x)^2 = 2.7357$$

$$\hat{\sigma}_y^2 = \frac{1}{10-1} \sum_{i=1}^{10} (y_i - \hat{m}_y)^2 = 4.1087$$

$$T = \frac{6.9179 - 6.929}{\sqrt{(14-1) \cdot 2.7357 + (10-1) \cdot 4.1087}} \cdot \sqrt{\frac{14 \cdot 10(14+10-2)}{14+10}} =$$

$$= \frac{-0.0111}{\sqrt{13 \cdot 2.7357 + 9 \cdot 4.1087}} \cdot \sqrt{\frac{14 \cdot 10 \cdot 22}{24}} = \frac{-0.0111}{8.5172} \cdot 11.3284 = -0.0148$$

Если гипотеза верна, то T имеет распределение Стьюдента с числом степеней свободы $n_x + n_y - 2$. По таблице находим критическую точку:

$$t_{\text{кр}} = 2.074$$

Вывод

Видим, что значение критерия попадает в допустимую область ($-t_{\text{кр}} < T < t_{\text{кр}}$). Гипотеза принимается на уровне значимости 0.05.