INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
Ceará
Campus Fortaleza

EXERCÍCIOS

1) Determine os máximos e mínimos relativos de

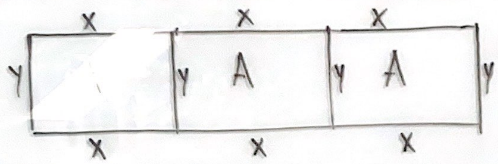
$$f(x) = \frac{3x^2 + x + 1}{x^2 + x + 1}$$

2) Uma embalagem cilíndrica deve ser construída utilizando uma área superficial $A = 150\ dm^2$. Determine o raio (r) e a altura (h) para que seja máximo o volume.

3) Determine a equação reduzida da reta tangente t ao gráfico de

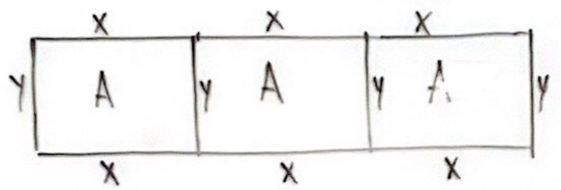
$$f(x) = \frac{x^4 + 5}{x^3 - 2}$$ no ponto de abscissa $x_0 = 1$.

4) Uma pessoa deseja construir 3 cercados retangulares iguais, lado a lado, cada um com área $A = 150\ m^2$, conforme figura. Determine os valores x e y para que seja mínimo o comprimento de cerca utilizado. Qual o comprimento mínimo?



$A = 150\ m^2$.

Sol. 4)



$A = 150\,m^2.$

Sol.4) $A(x,y) = \boxed{x.y = 150} \Rightarrow y = \dfrac{150}{x}.$

$\therefore C(x,y) = 6.x + 4.y$

$C(x) = 6.x + 4.\dfrac{150}{x} = 6x + \dfrac{600}{x}$

$C(x) = \dfrac{6x^2+600}{x}.$

$C'(x) = \dfrac{12x.x - (6x^2+600).1}{x^2} = \dfrac{12x^2 - 6x^2 - 600}{x^2}$

$C'(x) = \dfrac{6x^2 - 600}{x^2}.$

$\therefore C'(x) = 0$

$\therefore \dfrac{6x^2-600}{x^2} = 0$

$\therefore 6x^2 - 600 = 0$

$\therefore 6x^2 = 600$

$x^2 = 100$

$x = \pm 10.$

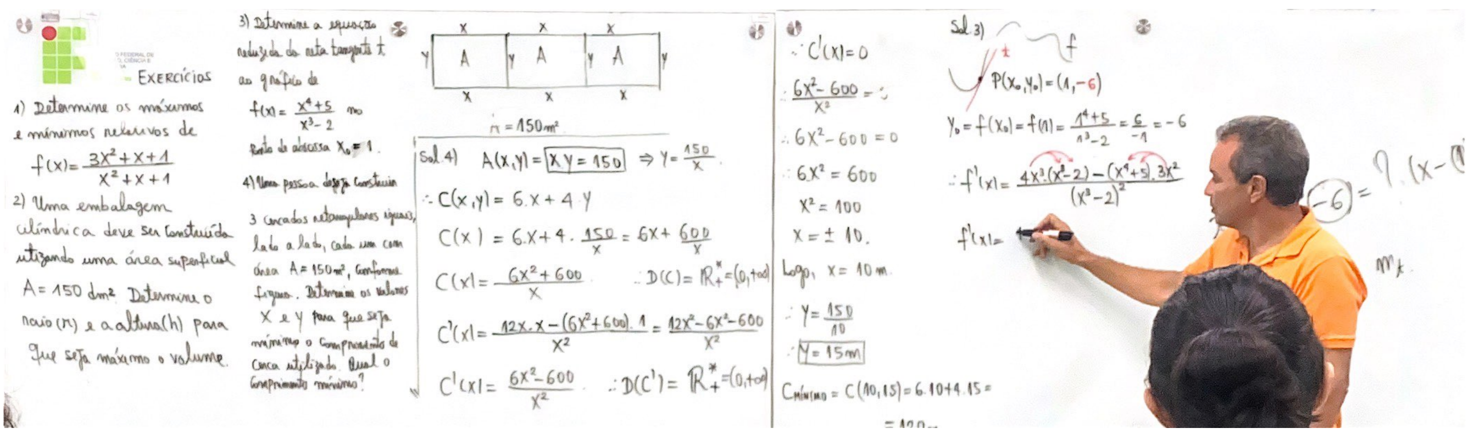
Logo, $x = 10\,m.$

$\therefore y = \dfrac{150}{10}$

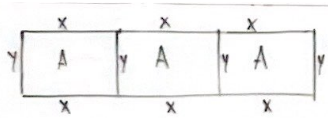
$\therefore \boxed{y = 15m}$

$C_{mínimo} = C(10,15) = 6.10 + 4.15 =$

$= 120\,m.$



EXERCÍCIOS
1) Determine os máximos e mínimos relativos de
f(x) = (3x² + x + 1)/(x² + x + 1)
2) Uma embalagem cilíndrica deve ser construída utizando uma área superficial A = 150 dm². Determine o raio (r) e a altura (h) para que seja máximo o volume.
3) Determine a equação reduzida da reta tangente t ao gráfico de
f(x) = (x⁴ + 5)/(x³ − 2) no
Ponto de abscissa x₀ = 1.
4) Uma pessoa deseja construir 3 cercados retangulares iguais, lado a lado, cada um com área A = 150 m², conforme figura. Determine os valores x e y para que seja mínimo o comprimento de cerca utilizado. Qual o comprimento mínimo?
A = 150 m²
Sol. 4) A(x, y) = x.y = 150 ⇒ y = 150/x
∴ C(x, y) = 6.x + 4.y
C(x) = 6.x + 4.150/x = 6x + 600/x
C(x) = (6x² + 600)/x ∴ D(C) = ℝ*₊ = (0, +∞)
C'(x) = (12x.x − (6x² + 600).1)/x² = (12x² − 6x² − 600)/x²
C'(x) = (6x² − 600)/x² ∴ D(C') = ℝ*₊ = (0, +∞)
∴ C'(x) = 0
∴ (6x² − 600)/x² = 0
∴ 6x² − 600 = 0
∴ 6x² = 600
x² = 100
x = ± 10.
Logo, x = 10 m.
∴ y = 150/10
∴ y = 15 m
Cmínimo = C(10, 15) = 6.10 + 4.15 =
Sol. 3)
f
P(x₀, y₀) = (1, −6)
y₀ = f(x₀) = f(1) = (1⁴ + 5)/(1³ − 2) = 6/−1 = −6
∴ f'(x) = (4x³.(x³ − 2) − (x⁴ + 5).3x²)/(x³ − 2)²
f'(x) =



$A = 150 m^2$

Sol. 4) $A(x,y) = \boxed{x.y = 150} \Rightarrow y = \frac{150}{x}$

$\therefore C(x,y) = 6.x + 4.y$

$C(x) = 6.x + 4.\frac{150}{x} = 6x + \frac{600}{x}$

$C(x) = \frac{6x^2 + 600}{x}$ $\quad \therefore D(C) = \mathbb{R}_+^* = (0, +\infty)$

$C'(x) = \frac{12x.x - (6x^2+600).1}{x^2} = \frac{12x^2 - 6x^2 - 600}{x^2}$

$C'(x) = \frac{6x^2 - 600}{x^2}$ $\quad \therefore D(C') = \mathbb{R}_+^* = (0, +\infty)$

$\therefore C'(x) = 0$

$\therefore \frac{6x^2 - 600}{x^2} = 0$

$\therefore 6x^2 - 600 = 0$

$\therefore 6x^2 = 600$

$x^2 = 100$

$x = \pm 10.$

Logo, $x = 10 m.$

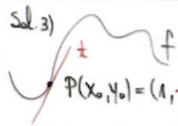
$\therefore y = \frac{150}{10}$

$\therefore \boxed{y = 15m}$

$C_{mínimo} = C(10,15) = 6.10 + 4.15 =$

$= 120 m.$

Sol. 3)



$P(x_0, y_0) = (1, -6)$

$y_0 = f(x_0) = f(1) = \frac{1^4+5}{1^3-2} = \frac{6}{-1} = -6$

$\therefore f'(x) = \frac{4x^3.(x^3-2) - (x^4+5).3x^2}{(x^3-2)^2}$

$f'(x) = \frac{4x^6 - 8x^3 - 3x^6 - 15x^2}{(x^3-2)^2}$

$f'(x) = \frac{x^6 - 8x^3 - 15x^2}{(x^3-2)^2}$

$\therefore m_t = f'(1) = \frac{1-8-15}{(1-2)^2} = \frac{-22}{(-1)^2} = -22$

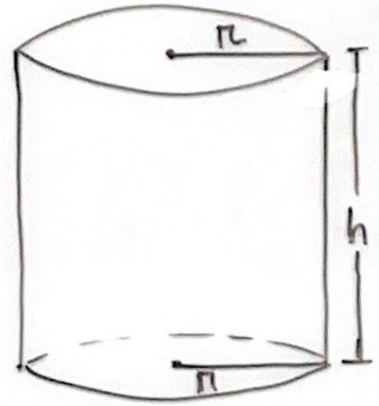
$\therefore t: y - (-6) = -22.(x-1)$

$t: y + 6 = -22.(x-1)$

$t: y = -22x + 22 - 6$

$t: y = -22x + 16$

Sol. 2)



$A = 150\ dm^2$

$r = ?$

$h = ?$

$V_{máximo} = ?$

$\therefore A(r,h) = \boxed{2.\pi.r^2 + 2\pi.r.h = 150.\pi} \quad \div 2\pi$

$\therefore r^2 + r.h = 75$

$\therefore r.h = 75 - r^2$

$\therefore \boxed{h = \dfrac{75 - r^2}{r}}$

$V(r,h) = \pi \cdot r^2 \cdot h.$

$V(r) = \pi \cdot \cancel{r^2} \cdot \dfrac{(75 - r^2)}{\cancel{r}}$

$V(r) = \pi \cdot r.(75 - r^2)$

$V(r) = \pi.(75r - r^3)$

$\therefore V'(r) = \pi.(75 - 3r^2).$

$\therefore V'(r) = 0$

$\therefore 75 - 3.r^2 = 0$

$\therefore 75 = 3.r^2$

$\therefore r^2 = 25$

$\therefore r = \pm 5.$

Logo, $r = 5\ dm.$

$\therefore h = \dfrac{75 - 5^2}{5} = \dfrac{50}{5}$

$\boxed{h = 10\ dm}$

$V_{máximo} = V(5,10) = \pi.5^2.10 =$

$= 250.\pi\ dm^3.$

Sol 1)

$$f(x) = \frac{3x^2 + x + 1}{x^2 + x + 1}$$

Quando zera?

R= quando $\boxed{\text{Numerador} = 0}$

$\boxed{\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c}$

$\boxed{\Delta = 1^2 - 4 \cdot 3 \cdot 1}$

Δ negativo não existe solução nos reais $\mathbb{R}$

Pois não existe raiz quadrada de número negativo.

Sol. 1) $D(f) = \mathbb{R}$.

$$\therefore f'(x) = \frac{(6x+1).(x^2+x+1) - (3x^2+x+1).(2x+1)}{(x^2+x+1)^2}$$

$$f'(x) = \frac{\cancel{6x^3} + 6x^2 + 6x + x^2 \cancel{+x} \cancel{+1} \cancel{-6x^3} - 2x^2 - 2x - 3x^2 \cancel{-x} \cancel{-1}}{(x^2+x+1)^2}$$

$$f'(x) = \frac{2x^2+4x}{(x^2+x+1)^2} \qquad \therefore D(f') = \mathbb{R}.$$

$$\therefore f'(x) = 0$$

$$\therefore \frac{2x^2+4x}{(x^2+x+1)^2} = 0$$

$$\therefore 2x^2 + 4x = 0$$

$$\therefore 2x.(x+2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \boxed{x=0} \\ x+2=0 \Rightarrow \boxed{x=-2} \end{cases}$$

$\therefore f'(x)$ + + + -2 − − − 0 → $D(f'$

$f'(-1) = \frac{-}{+} = -$

Sol. 1) $D(f) = \mathbb{R}$

$$\therefore f'(x) = \frac{(6x+1).(x^2+x+1) - (3x^2+x+1).(2x+1)}{(x^2+x+1)^2}$$

$$f'(x) = \frac{\cancel{6x^3} + 6x^2 + 6x + x^2 + \cancel{x} + \cancel{1} - \cancel{6x^3} - 2x^2 - 2x - 3x^2 - \cancel{x} - \cancel{1}}{(x^2+x+1)^2}$$

$$f'(x) = \frac{2x^2+4x}{(x^2+x+1)^2} \qquad \therefore D(f') = \mathbb{R}.$$

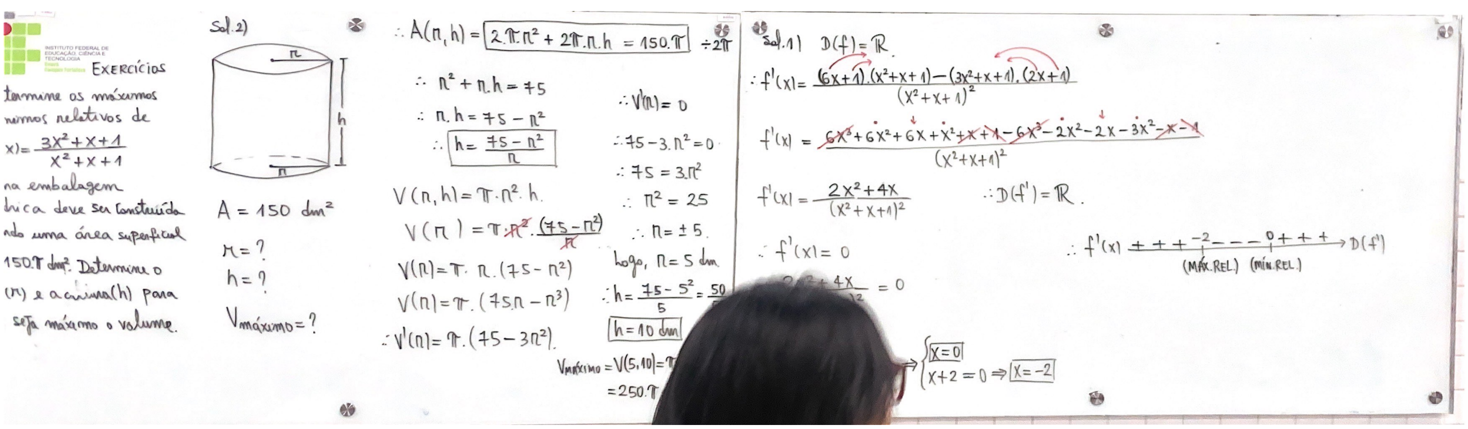
$$\therefore f'(x) = 0$$

$$\therefore \frac{2x^2+4x}{(x^2+x+1)^2} = 0$$

$$\therefore 2x^2 + 4x = 0$$

$$\therefore 2x.(x+2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \boxed{x=0} \\ x+2=0 \Rightarrow \boxed{x=-2} \end{cases}$$

$\therefore f'(x)$: $+ + + \underset{(\text{MÁX. REL.})}{-2} - - - \ 0 \ + + + \rightarrow D(f')$


INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
EXERCÍCIOS
termine os máximos
nimos relativos de
x) = (3X² + X + 1)/(X² + X + 1)
na embalagem
rica deve ser construída
ndo uma área superficial
150.π dm². Determine o
(r) e a altura(h) para
seja máximo o volume.
Sol. 2)
r
h
A = 150 dm²
r = ?
h = ?
Vmáximo = ?
∴ A(r, h) = 2.π.r² + 2π.r.h = 150.π ÷2π
∴ r² + r.h = 75
∴ r.h = 75 − r²
∴ h = (75 − r²)/r
V(r, h) = π.r².h.
V(r) = π.r².(75 − r²)/r
V(r) = π.r.(75 − r²)
V(r) = π.(75r − r³)
∴ V'(r) = π.(75 − 3r²).
∴ V'(r) = 0
∴ 75 − 3.r² = 0
∴ 75 = 3.r²
∴ r² = 25
∴ r = ± 5.
Logo, r = 5 dm
∴ h = (75 − 5²)/5 = 50
h = 10 dm
Vmáximo = V(5,10) = π
= 250.π
Sol. 1) D(f) = ℝ.
∴ f'(x) = [(6x + 1).(x² + x + 1) − (3x² + x + 1).(2x + 1)] / (x² + x + 1)²
f'(x) = [6x³ + 6x² + 6x + x² + x + 1 − 6x³ − 2x² − 2x − 3x² − x − 1] / (x² + x + 1)²
f'(x) = (2x² + 4x)/(x² + x + 1)²
∴ D(f') = ℝ.
∴ f'(x) = 0
= 0
x = 0
x + 2 = 0 ⇒ x = −2
∴ f'(x) + + + −2 − − − 0 + + + D(f')
(MÁX. REL.) (MÍN. REL.)

Sol 1) $D(f) = \mathbb{R}$.

$$\therefore f'(x) = \frac{(6x+1).(x^2+x+1) - (3x^2+x+1).(2x+1)}{(x^2+x+1)^2}$$

$$f'(x) = \frac{\cancel{6x^3} + 6x^2 + 6x + x^2 \cancel{+x} \cancel{+1} \cancel{-6x^3} - 2x^2 - 2x - 3x^2 \cancel{-x} \cancel{-1}}{(x^2+x+1)^2}$$

$$f'(x) = \frac{2x^2+4x}{(x^2+x+1)^2} \qquad \therefore D(f') = \mathbb{R}.$$

$$\therefore f'(x) = 0$$

$$\therefore \frac{2x^2+4x}{(x^2+x+1)^2} = 0$$

$$\therefore 2x^2 + 4x = 0$$

$$\therefore 2x.(x+2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \boxed{x=0} \\ x+2=0 \Rightarrow \boxed{x=-2} \end{cases}$$

$\therefore f'(x)$ $+ + +$ $\underset{(\text{MÁX.REL.})}{-2}$ $- - -$ $\underset{(\text{MÍN.REL.})}{0}$ $+ + +$ $\rightarrow D(f')$