Innleveringsoppgave 3 i IN1150

Mari Knutsdatter Myrvold
22.02.2019

Oppgave 5.2

b) «Hvis (P V Q) er sann og ¬ P er sann, så er Q sann».

Antar for motsigelse at påstanden ikke holder. Da må det finnes en valuasjon som gjør formelen ((P V Q) ∧ ¬P) → Q usann. For at formelen skal være usann må Q være usann samtidig som ((P V Q) ∧ ¬P) er sann.
Hvis Q er usann, må P være sann for at (P V Q) skal være sann. Hvis P er sann må ¬P være usann. Da blir uttrykket ((P V Q) ∧ ¬P) usant, siden ∧-konnektivet sier at begge sidene må være sanne for at valuasjonen skal være sann. Vi får en motsigelse, siden det er ikke mulig å ha en valuasjon som gjør ((P V Q) ∧ ¬P) sann og Q usann.

Vi kan konkludere med at ((P V Q) ∧ ¬P) → Q er sann for alle valuasjoner.

Oppgave 5.10

b) «Formelen G er en logisk konsekvens av formelen F. Anta at F er usann. Da må G være usann.»

Antar at F er usann. G er en logisk konsekvens av F. Det vil si at dersom påstanden «F er usann» er sann, må også «G er usann» være sann, siden alle valuasjoner som gjør påstanden sann nødvendigvis må gjøre konklusjonen sann.

Oppgave 5.12

a) «Hvis F er falsifiserbar og G er falsifiserbar, er (F V G) falsifiserbar.

Sann. Både F og G er falsifiserbare og kan gjøres usanne. Dersom F og G har en valuasjon som gjør at de er usann på samme tid, blir (F V G) usann og derfor falsifiserbar.

b) «Hvis F er gyldig og G er falsifiserbar, er (F → G) falsifiserbar.»

Sann. G er falsifiserbar og kan gjøres usann. Dersom G gjøres usann blir uttrykket (F → G) usann. (F → G) er dermed falsifiserbar.

c) «Hvis (F → H) er gyldig, er F → (G → H) gyldig.»

Usann. Alle valuasjonene som gjør (F → H) sann, vil ikke alltid gjøre F → (G → H) sann.

d) «Hvis (F → H) er falsifiserbar, er (F → (G → H) falsifiserbar.»

Sann. For at (F → H) skal kunne bli usann, må H ha mulighet til å bli usann. Dermed kan (G → H) også gjøres usann, fordi H kan gjøres usann. Hvis (G → H) kan gjøres usann, kan også (F → (G → H) gjøres usann, og påstanden er sann.

Oppgave 6.2

Alle relasjonene er på mengden S = {1,2,3}

a) refleksiv, symmetrisk og transitiv.

$R = \{\langle 1,1\rangle,\langle 2,2\rangle,\langle 3,3\rangle,\langle 1,2\rangle,\langle 2,1\rangle,\langle 2,3\rangle,\langle 3,2\rangle,\langle 1,3\rangle,\langle 3,1\rangle\}$

b) refleksiv, symmetrisk og ikke transitiv.

$R = \{\langle 1,1\rangle,\langle 2,2\rangle,\langle 3,3\rangle,\langle 1,2\rangle,\langle 2,1\rangle\}$

c) refleksiv, ikke symmetrisk og transitiv.

$R = \{\langle 1,1\rangle,\langle 2,2\rangle,\langle 3,3\rangle,\langle 1,2\rangle,\langle 2,3\rangle,\langle 1,3\rangle\}$

d) refleksiv, ikke symmetrisk og ikke transitiv.

$R = \{\langle 1,1\rangle,\langle 2,2\rangle,\langle 3,3\rangle,\langle 1,2\rangle\}$

e) ikke refleksiv, symmetrisk og transitiv.

$R = \{\langle 1,1\rangle,\langle 2,2\rangle,\langle 1,2\rangle,\langle 2,1\rangle,\langle 2,3\rangle,\langle 3,2\rangle,\langle 1,3\rangle,\langle 3,1\rangle\}$

f) ikke refleksiv, symmetrisk og ikke transitiv.

$R = \{\langle 1,1\rangle,\langle 1,2\rangle,\langle 2,1\rangle,\langle 2,3\rangle,\langle 3,2\rangle\}$

g) ikke refleksiv, ikke symmetrisk og transitiv.

$R = \{\langle 1,1\rangle,\langle 2,2\rangle,\langle 1,2\rangle,\langle 2,3\rangle,\langle 1,3\rangle\}$

h) ikke refleksiv, ikke symmetrisk og ikke transitiv.

$R = \{\langle 1,1\rangle,\langle 2,2\rangle,\langle 1,2\rangle,\langle 2,3\rangle\}$

Oppgave 6.6

a) Ja. For eksempel en relasjon på mengden S = {1,2}:

$R = \{\langle 1,1\rangle,\langle 2,2\rangle\}$

b) Nei. Fordi refleksive relasjoner må være relatert til seg selv, mens irrefleksive relasjoner ikke kan være relatert til seg selv.

Oppgave 6.8

Relasjonen ~ på N = {0,1,2,3,..} som er definert ved at x ~ y hvis x + y er et partall.

~ $\{\langle 0,0\rangle,\langle 1,1\rangle,\langle 2,2\rangle,\langle 1,3\rangle,\langle 3,1\rangle,\langle 4,2\rangle,\langle 2,4\rangle,\langle\rangle,\langle\rangle$

Egenskaper: refleksiv, symmetrisk og anti-symmetrisk.