

## Лабораторная работа №3: «Построение логических схем»

**Цель работы:** освоить алгоритм построения таблиц истинности для логических функций; научиться определять и анализировать функции проводимости переключательных схем.

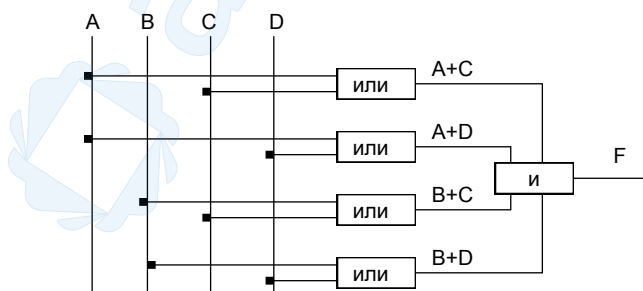
### Общие сведения из теории

Любая переключательная функция может быть выражена через функции "И", "ИЛИ", "НЕ". Схема, выражающая функцию  $F$  через функции "И", "ИЛИ", "НЕ", называется ее **логической схемой**.

**Этапы построения логической схемы:**

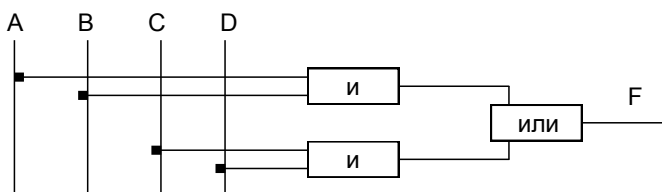
1. составляется таблица истинности;
2. по таблице истинности строится логическая функция с помощью СДНФ (совершенной дизъюнктивной нормальной формы);
3. по возможности полученная формула минимизируется;
4. если заданы базисные элементы, то с помощью законов Моргана приводится к заданному базису.

Логическая схема функции  $F = (A + C)(A + D)(B + C)(B + D)$  представится следующим образом:



Однако если предварительно упростить функцию  $F$ , дважды используя свойство распределительности,  $x_1 + x_2x_3 = (x_1 + x_2)(x_1 + x_3)$ , то для реализации ее потребуется вместо четырех схем "ИЛИ" и одной схемы "И" только две схемы "И" и одна схема "ИЛИ":

$$F = (A + C)(A + D)(B + C)(B + D) = (A + CD)(B + CD) = AB + CD.$$



Существует множество способов упрощения переключательных функций и определения простоты функции. Мы примем, что простейшей будет функция, содержащая наименьшее количество элементов или их отрицаний.

### **Упрощение переключательной функции путем приведения ее к дизъюнктивной нормальной форме**

В основе представления ПФ в дизъюнктивных формах лежит понятие элементарной конъюнкции.

Конъюнкция любого числа двоичных переменных  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$  называется элементарной, если сомножителями в ней являются либо одиночные аргументы, либо отрицания одиночных аргументов. Например, конъюнкции  $x_1 \bar{x}_2 x_3$ ,  $\bar{x}_1 x_2 \bar{x}_4$  являются элементарными.

**Дизъюнктивной нормальной формой (ДНФ)** переключательной функции называется дизъюнкция (логическая сумма) любого числа элементарных конъюнкций. Например, ПФ

$$f = \bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3 + x_2 \bar{x}_4 + \bar{x}_2 + \bar{x}_3 x_4$$

записана в ДНФ, так как она представляет собой логическую сумму элементарных конъюнкций.

Число переменных, входящих в элементарную конъюнкцию, определяет ранг этой конъюнкции. Например,  $x_1$ ,  $\bar{x}_2$ ,  $x_3$  — конъюнкции 1-го ранга;  $\bar{x}_2 x_3$ ,  $x_1 x_3$  — конъюнкции 2-го ранга и т. д.

**Совершенной ДНФ (СДНФ) ПФ**, имеющей  $n$  аргументов, называется такая форма, в которой все конъюнкции имеют ранг  $n$ .

СДНФ переключательной функции записывается по таблице истинности.

#### **Алгоритм построения таблиц истинности для сложных выражений:**

**1. Определить количество строк:**

$$\text{количество строк} = 2^n + \text{строка для заголовка},$$

$n$  - количество простых высказываний.

**2. Определить количество столбцов:**

$$\text{количество столбцов} = \text{количество переменных} + \text{количество логических операций};$$

- определить количество переменных (простых выражений);
- определить количество логических операций и последовательность их выполнения.

Порядок выполнения логических операций в сложном логическом выражении:

инверсия;

конъюнкция; •

дизъюнкция; +

3. Заполнить столбцы результатами выполнения логических операций в обозначенной последовательности с учетом таблиц истинности основных логических операций.

**Пример:** Составить таблицу истинности логического выражения:  $F = \bar{A} \bullet (B + C)$

1. Определить количество строк:

на входе три простых высказывания: A, B, C поэтому  $n=3$  и количество строк  $= 2^3 + 1 = 9$ .

2. Определить количество столбцов:

переменные: A, B, C;

логические операции:

$\bar{A}$  - инверсия (обозначим через 1);

$B+C$  - операция дизъюнкции (обозначим через 2);

а также искомое окончательное значение арифметического выражения:

$F = \bar{A} \bullet (B + C)$  т.е.  $F = 1 \ \& \ 2$  - это операция конъюнкции.

3. Заполнить столбцы с учетом таблиц истинности логических операций.

A	B	C	1	2	F
0	0	0	1	0	0
0	0	1	1	1	1
0	1	0	1	1	1
0	1	1	1	1	1
1	0	0	0	0	0
1	0	1	0	1	0
1	1	0	0	1	0
1	1	1	0	1	0

**Алгоритм построения логической функции по ее таблице истинности:**

1. Выделить в таблице истинности те строки, в которых значение функции равно 1
2. Выписать искомую формулу в виде дизъюнкции нескольких логических элементов. Число этих элементов равно числу выделенных строк.
3. Каждый логический элемент в этой дизъюнкции записать в виде конъюнкции аргументов функции.
4. Если значение какого-либо аргумента функции в соответствующей строке таблицы равно 0, то этот аргумент взять с отрицанием.
5. Используя правило склеивания, можно упростить ПФ, заданную в СДНФ. Для этого в СДНФ сначала склеиваются между собой конъюнкции ранга

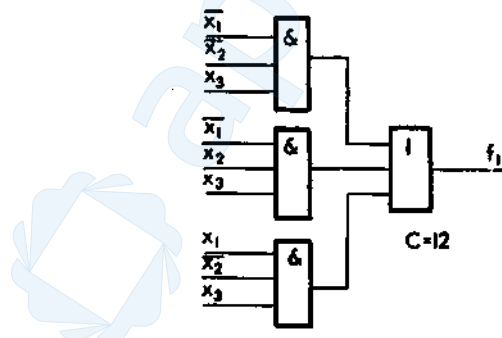
n, затем полученные конъюнкции ранга  $(n - 1)$ ,  $(n - 2)$ , и так до тех пор, пока в выражении для ПФ не останется ни одной пары склеиваемых между собой конъюнкций. Операция склеивания позволяет понизить ранг конъюнкций и сократить их число.

**Пример:** построить логическую функцию по ее таблице истинности

A	B	C	F
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	0

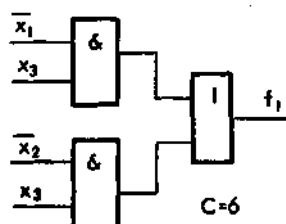
1. В 2, 4 и 6 строках таблицы истинности значение функции равно 1.
2. Так как строки три, получаем дизъюнкцию трех элементов:  $() + () + ()$ .
3. Каждый логический элемент в этой дизъюнкции запишем в виде конъюнкции аргументов функции A, B и C:
4. Берем аргумент с отрицанием если его значение в соответствующей строке таблицы равно 0 и получаем искомую функцию:

$$F = (\bar{A} \cdot \bar{B} \cdot C) + (\bar{A} \cdot B \cdot C) + (A \cdot \bar{B} \cdot C)$$



5. Выполним склеивание конъюнкций  $\bar{A} \cdot \bar{B} \cdot C$  и  $\bar{A} \cdot B \cdot C$  по переменной B и конъюнкций  $\bar{A} \cdot \bar{B} \cdot C$  и  $A \cdot \bar{B} \cdot C$  по переменной A. В результате функция F преобразуется к виду:

$$\bar{A} \cdot C + \bar{B} \cdot C$$



Для каждой функциональной схемы можно сделать оценку ее сложности, которая выражается ценой схемы C. Цена C определяется суммарным числом

входов логических элементов. Чем меньше величина  $C$ , тем проще функциональная схема.

### **Задания к лабораторной работе**

В соответствии с выданным вариантом задания преподавателем выполнить:

1. составить таблицу истинности логического выражения
2. построить логическую функцию по таблице истинности
3. по таблице истинности построить логическую функцию с помощью СДНФ и минимизировать
4. сделать оценку сложности функциональной схемы

### **Контрольные вопросы:**

1. Для чего используется алгебра логики?
2. Дайте определение - Двоичные переменные, Переключательные функции, Логический элемент компьютера
3. Базовые и составные логические функции- краткая характеристика
4. Назовите четыре основных закона булевой алгебры
5. Этапы построения логической схемы
6. Чем вызвана необходимость упрощения переключательной функции путем приведения ее к дизъюнктивной нормальной форме?
7. Что такое цена схемы? Как ее определить?