

## 一、 命题逻辑

1. 计算下面公式的真度：

$$(1) (p_1 \rightarrow (p_2 \vee p_3)) \quad (2) (p_1 \vee p_2) \wedge (\neg p_1 \rightarrow p_3) \quad (3) \neg p \wedge q$$

2. 证明  $\vdash (A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow A)$

3. 证明 若  $\Gamma \vdash (A \rightarrow B)$  则  $\Gamma \cup \{A\} \vdash B$

## 二、 谓词逻辑

1. 在一阶谓词语言的自然数解释 I 中，找出赋值 v 使得 v 满足公式 A，这里 A 分别是：

$$(1) A_1^2(f_1^2(x_1, x_2), f_2^2(x_2, x_3))$$

$$(2) (\forall x_1) A_1^2(f_2^2(x_1, x_2), x_3)$$

$$(3) A_1^2(f_1^2(x_1, a_1), x_2) \rightarrow A_1^2(f_1^2(x_1, x_2), x_3)$$

其中符号  $A_1^2, f_1^2, f_2^2$  涵义可以自由确定， $a_1$  是常元素。

2. 证明：设在  $x_i$  不在 A 中自由出现，则  $\vdash (A \rightarrow (\forall x_i) B) \rightarrow (\forall x_i) (A \rightarrow B)$

3. 证明：对于任何一阶语言，一阶公式  $(\forall x_i) A(x_i) \rightarrow A(x_i)$  是逻辑有效的，即，在任何解释下都是真的。

## 三、 模态逻辑

1. 考察 Kripke 模型  $M=(W, R, L)$ ，其中  $W=\{a, b, c, d, e\}; R=\{(a, c), (a, e), (b, a), (b, c), (d, e), (e, a)\}$ ，以及  $L(a)=\{p\}$ ， $L(b)=\{p, q\}$ ， $L(c)=\{p, q\}$ ， $L(d)=\{q\}$ ， $L(e)=\emptyset$ 。

a. 画出 M 的图。

b. 确定下面的公式在哪些世界是真的

$$(1) \Box \neg p \wedge \Box \Box \neg p$$

$$(2) \Diamond q \wedge \neg \Box q$$

$$(3) \Diamond p \vee \Diamond q$$

2. 设  $M=(W,R,L)$  是一个模态逻辑模型，证明：

(a) 若  $R$  是传递的，则  $M \models \Box \Box \Box \phi \rightarrow \Box \Box \Box \phi$

(b) 若  $R$  是自反的，则  $M \models \Box \Box \Box \phi \rightarrow \Box \phi$

#### 四、 时态逻辑

1. 按照下面的系统，考虑下面每个 LTL 公式  $\phi$

(a)  $Ga$

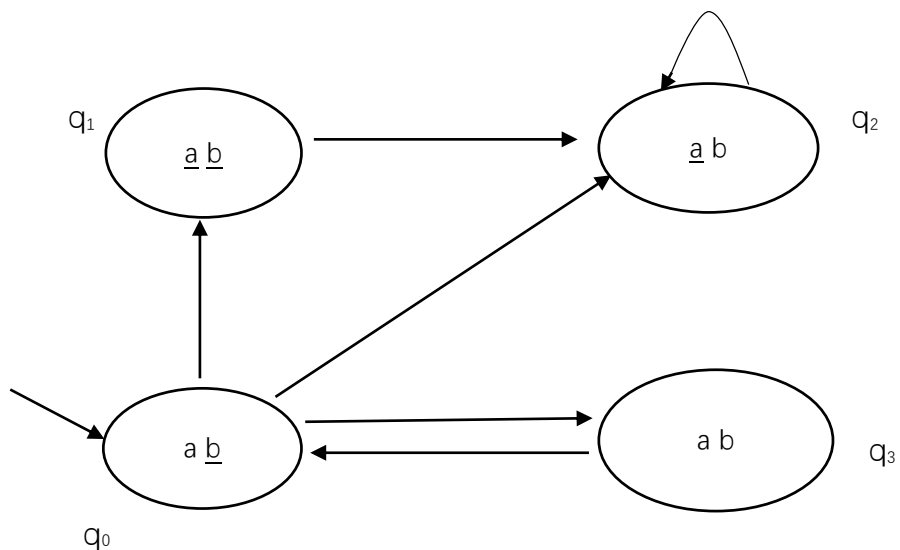
(b)  $a \cup b$

(c)  $X(a \wedge b) \wedge F(\neg a \wedge \neg b)$

(1) 找到一条从  $q_0$  出发的路，满足公式  $\phi$

(2) 确定是否有  $M$ ， $q_0 \models \phi$

(3) 若将  $a$  和  $b$  解释为  $a$  与  $b$  的非，并表示通信协议中的发射信息，而  $a, b$  为接受信息，解释这些公式的具体含义



2. 画出下面 CTL 公式的 Parse 树

(a)  $EFEGp \rightarrow AFr$

(b)  $A(pUA(qUr))$

(c)  $E(A(pUq)Ur)$

## 五、 自动机

1. 证明正规语言的并还是正规语言

2. 构造有限自动机分别能识别下面的语言，其中字母集为 $\{0, 1\}$

(1)  $\{w \mid w \text{ 由 } 1 \text{ 开头, 由一个 } 0 \text{ 结尾}\}$

(2)  $\{w \mid w \text{ 至少包含 } 3 \text{ 个 } 1\}$

3. 构造一个上下文无关文法和下推自动机都能生成 $\{a,b\}$ 的语言 $\{a^n b^n \mid n \geq 0\}$

4. 构造一个图灵机能计算  $n+1$