

Εργαστήριο 3

1. Τριγωνομετρική σειρά Fourier σήματος ισχύος συνεχούς χρόνου και φαινόμενο Gibbs

Σκοπός της άσκησης είναι η προσέγγιση ενός συνεχούς σήματος ισχύος από σειρά Fourier και η παρατήρηση του φαινομένου Gibbs.

Έστω ο περιοδικός παλμός συνεχούς χρόνου $x(t)$ με περίοδο $T = 2$:

$$x(t) = \begin{cases} 0 & , \quad -1 \leq t < -\frac{1}{2} \\ 1 & , \quad -\frac{1}{2} \leq t \leq \frac{1}{2} \\ 0 & , \quad \frac{1}{2} < t \leq 1 \end{cases}$$

Το περιοδικό αυτό σήμα έχει συντελεστές εκθετικής σειράς Fourier:

$$X_0 = \frac{1}{2}, \quad X_k = \frac{1}{\pi k} \sin\left(\frac{\pi k}{2}\right)$$

δηλαδή μπορεί να προσεγγιστεί από την εκθετική σειρά Fourier:

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\pi k} \sin\left(\frac{\pi k}{2}\right) e^{jk\pi t}$$

α) Να σχεδιάσετε το μέτρο και την φάση των 31 πρώτων συντελεστών ($k \in [-15, 15]$). Να βάλετε κατάλληλες ετικέτες στους άξονες. Οι εντολές `xlabel`, `ylabel`, `ylim` είναι χρήσιμες για το σχεδιασμό γραφημάτων. Συμβουλευτείτε το `help` για τη σύνταξή τους.

β) Προσεγγίστε το σήμα $x(t)$ χρησιμοποιώντας 3, 5, 9, 31, 50, 500 και 1000 όρους της εκθετικής σειράς Fourier και σχεδιάστε τις προσεγγίσεις στο διάστημα $-3 \leq t \leq 3$ με βήμα διακριτοποίησης 0.01. Επίσης, να υπολογίσετε το ποσοστό της αρχικής ισχύος του σήματος που διατηρεί κάθε μία από τις παραπάνω προσεγγίσεις.

Να δείξετε 5 διαφορετικές γραφικές παραστάσεις. Σε κάθε γράφημα, να μπει ο κατάλληλος τίτλος και να αναγραφεί το ποσοστό της αρχικής ισχύος του σήματος που διατηρεί η προσέγγιση (π.χ. «9 όροι της σειράς Fourier - 70% της μέσης ισχύος»).

Παρατηρήστε τις αναπηδήσεις του σήματος στις ασυνέχειες λόγω του φαινομένου Gibbs.

Να αποθηκεύσετε τις γραφικές παραστάσεις σε format jpeg (jpg) με την εντολή `saveas`.

2. Μετασχηματισμός Fourier σήματος ενέργειας συνεχούς χρόνου

- a. Έστω το ΓΧΑΣ με κρουστική απόκριση $h(t) = e^{-3t}u(t)$. Γνωρίζουμε από την θεωρία ότι η συνάρτηση μεταφοράς του συστήματος (μετασχηματισμός Fourier του $h(t)$) είναι:

$$H(f) = \frac{1}{3 + j2\pi f}.$$

Το σύστημα αυτό είναι χαμηλοπερατό. Να σχεδιάσετε το μέτρο (`abs`) και την φάση (`angle`) του $H(f)$ για τιμές της συχνότητας στο διάστημα $[-60 \text{ Hz}, 60 \text{ Hz}]$. Να βάλετε ετικέτες στους άξονες (`xlabel`, `ylabel`) και στη γραφική παράσταση (`title`).

- b. Να επαναληφθεί το προηγούμενο ερώτημα για το υψιπερατό σύστημα με κρουστική απόκριση

$$H(f) = \frac{2 + j2\pi f}{3 + j2\pi f}.$$

Να αποθηκεύσετε τις γραφικές παραστάσεις σε format jpeg (jpg) με την εντολή `saveas`.

Οι απαντήσεις θα παραδοθούν με την εντολή:

```
turnin set_2@myy503 onoma.txt Ask1.m Ask2.m *.jpg
```

όπου `onoma.txt` είναι ένα αρχείο με το ονοματεπώνυμο και τον αριθμό μητρώου σας, `Ask1.m` και `Ask2.m`, είναι τα αρχεία των απαντήσεων των ασκήσεων και `*.jpg` είναι όλες οι γραφικές παραστάσεις που δημιουργήθηκαν για την άσκηση σε format jpeg.