



**SAPIENZA**  
UNIVERSITÀ DI ROMA

## Modello di programmazione lineare intera per la gestione di droni orientato alla riduzione di emissioni nelle consegne nei centri urbani

Facoltà di ingegneria dell'informazione, informatica e statistica  
Statistica Gestionale

**Marina Zanoni**

Matricola 1964213

Relatore

Prof. Paolo Dell'Olmo

Correlatore

Dr. Giovanni Luca Giacco

Anno Accademico 2022/2023

Tesi discussa il 24 Luglio 2023  
di fronte a una commissione esaminatrice composta da:  
Prof. Paolo Dell’Olmo (presidente)  
Prof Giovanni Luca Giacco

---

**Modello di programmazione lineare intera per la gestione di droni orientato alla riduzione di emissioni nelle consegne nei centri urbani**  
Sapienza Università di Roma

© 2023 Marina Zanoni. Tutti i diritti riservati

Questa tesi è stata composta con L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X e la classe Sapthesis.

Email dell’autore: [zanoni.1964213@studenti.uniroma1.it](mailto:zanoni.1964213@studenti.uniroma1.it)

Desidero ringraziare il Professor Paolo dell'Olmo e la Professoressa Lavinia Amorosi per la disponibilità e competenza mostrata. Ringrazio anche tutti coloro che tramite i loro suggerimenti si sono mostrati vicini durante la scrittura della tesi ed ai colleghi che hanno contribuito a rendere speciale e formativo questo mio percorso.

# Indice

<b>1</b>	<b>Introduzione</b>	<b>1</b>
1.1	Logistica urbana: definizione e criticità . . . . .	1
1.2	Logistica urbana: proposte e soluzioni . . . . .	3
1.3	Droni: una tecnologia emergente nella logistica . . . . .	3
<b>2</b>	<b>Analisi della letteratura</b>	<b>6</b>
2.1	Consegne solo tramite droni . . . . .	6
2.1.1	Consegne tramite droni e la cooperazione dei veicoli . . . . .	7
2.2	Consegne dei droni supportati dai veicoli . . . . .	8
2.3	Presentazione di un modello . . . . .	9
2.3.1	Ipotesi formulate nell'articolo . . . . .	10
2.4	Descrizione del problema . . . . .	11
2.5	Approccio modellistico . . . . .	12
2.6	Formulazione matematica . . . . .	15
2.6.1	Linearizzazione dei vincoli sui livelli di energia . . . . .	19
2.6.2	Funzione Obiettivo . . . . .	19
2.7	Ipotesi di lavoro . . . . .	20
2.7.1	Normalizzazione . . . . .	20
2.7.2	Descrizione delle istanze . . . . .	20
<b>3</b>	<b>Analisi sperimentale</b>	<b>22</b>
3.1	Implementazione del grafo incompleto . . . . .	22
3.2	Vincolo consegna-spostamento . . . . .	23
3.2.1	Modifica vincolo rientro al deposito . . . . .	23
3.3	Vincoli sulle ricariche . . . . .	24
3.4	Analisi empirica al variare dei vincoli introdotti . . . . .	25
3.4.1	Clienti secondo una distribuzione uniforme e soste periferiche	26
3.4.2	Soste centrali e clienti periferici . . . . .	28
3.5	Esempio intermedio: soste periferiche e centrali . . . . .	29
3.5.1	Confronto tra seconda e terza formulazione . . . . .	30
3.5.2	Aumento del numero di droni . . . . .	31
3.5.3	Complessità computazionale . . . . .	34
<b>4</b>	<b>Conclusioni</b>	<b>35</b>
<b>5</b>	<b>Appendice A - codice</b>	<b>37</b>
	<b>Bibliografia</b>	<b>48</b>

# Capitolo 1

## Introduzione

### 1.1 Logistica urbana: definizione e criticità

Il trasporto delle merci rappresenta un elemento determinante nello sviluppo economico e sociale di una comunità, a maggior ragione negli insediamenti urbani, poiché garantisce l'approvvigionamento e la distribuzione dei prodotti ai clienti finali. La disciplina che se ne occupa è la logistica: come riporta l'Associazione Italiana di Logistica (AIL) <sup>1</sup> la logistica è definita come “l'insieme di tutti quei processi di ordine organizzativo, gestionale e strategico, interni ad un'azienda, dalla fornitura alla distribuzione finale dei prodotti”. In altre parole, può essere considerata come l'insieme delle attività svolte per consegnare un prodotto nella misura, nel luogo e al momento desiderati con costi variabili.

In particolare si aggiunge il termine urbana per far riferimento a quelle attività di stampo logistico applicate ad ambito urbano, con la volontà di conciliare due aspetti principali: l'ottimizzazione dei processi o della qualità dei processi utilizzati e la minimizzazione delle esternalità. Questi due obiettivi non sono facili da conciliare e spesso in contrasto: se per una migliore efficienza i clienti sono abituati a ricevere i prodotti acquistati in maniera tempestiva e porta a porta, per la sostenibilità si ricercano opzioni che puntino a ridurre le esternalità. Riassumendo, le strategie pensate in logistica puntano quindi a ridurre i tragitti percorsi o modificare gli stessi affinché il processo complessivo che si vuole migliorare abbia un impatto minore sull'ambiente e sull'uomo. È infatti noto che le modalità di distribuzione urbana sono diventate concausa non secondaria nel consumo di energia, delle emissioni di gas nocivi e dell'inquinamento acustico, che influenzano negativamente la qualità della vita e lo scenario delle città. Evidente e non trascurabile è l'influenza e l'importanza che gli stili di vita hanno sul benessere personale e sul territorio. L'organizzazione mondiale della sanità (WHO) <sup>2</sup> ha stimato che ci sono stati tre milioni di morti premature a causa dell'inquinamento dell'aria, derivato dalle emissioni dei mezzi su gomma.

Per quanto visto le città sono particolarmente soggette ad un utilizzo massiccio della logistica, data la quantità maggiore di merce da trasportare; c'è però da sottolineare che queste dinamiche sono incrementate con la possibilità degli acquisti di prodotti online. Se molte persone scelgono consapevolmente una vita "semplificata" rispetto a certe dinamiche cittadine altre invece ignorano o sottovalutano le conseguenze degli acquisti online. È certamente vero che si registra una crescita nella sensibilità

---

<sup>1</sup>si veda [40], [18]

<sup>2</sup>World Health Organization

ambientale nei compratori, sebbene l'eCommerce appaia ancora piuttosto involuto in quanto a consapevolezza dell'impatto del suo operato sulla natura. Un problema da affrontare è la (ancora) scarsa ricettività di fronte alla questione ambientale di chi fa shopping online: l'immateralità dell'eCommerce favorisce l'idea che i prodotti arrivino nelle case senza ripercussioni sull'atmosfera. Come rivela un'indagine della piattaforma di eCommerce Sendcloud, solo un terzo degli italiani (29%) si sente in colpa per l'ambiente quando fa shopping online. I dati mostrano anche che più della metà dei consumatori ritiene già che la consegna dei pacchi rappresenti un problema per l'ambiente (55%). Sicuramente la poca tracciabilità dell'impatto ambientale ed eventualmente una sua quantificazione sarebbe di supporto ai consumatori, ma anche una spinta a muoversi sempre più velocemente quindi con una maggiore urgenza alla ricerca di soluzioni alternative ai trasporti ad ora ancora molto inquinanti. Secondo uno studio americano, fatto da Bloomberg New Energy Finance e McKinsey, come diretta conseguenza del fenomeno degli acquisti online, il numero dei veicoli commerciali impiegati nel mondo è cresciuto del 32%, passando da 250 milioni del 2006 a 330 milioni di unità nel 2014. Entro il 2050, nelle grandi città, si stima un aumento del 40%. Secondo l'Ispra l'80% dei veicoli commerciali leggeri che transitano nelle città ogni giorno appartengono a una classe inferiore a euro 5. A livello europeo, dice lo studio, nel 2013 i veicoli commerciali hanno generato il 46% delle emissioni totali di ossido di azoto dell'Unione. Dati che vanno nella stessa direzione riguardano l'utilizzo di aerei per la consegna delle merci.

Come evidenziato, le attività di consegna delle merci sono caratterizzanti delle economie e società attuali. Non bisogna dimenticare però che la logistica urbana prevede anche operazioni complesse e fondamentali, quali per esempio la consegna di generi di prima necessità: alimenti, farmaci o carburanti. Non a caso, quasi l'80% delle consegne si concentra in aree urbane e l'ultimo anello della catena logistica grava abbondantemente sul 20% dei costi globali. Si definisce con "ultimo miglio" (last mile), fulcro del processo di city logistics, il tratto terminale della catena distributiva in cui le merci, partendo da un centro di smistamento, raggiungono il destinatario finale. Logicamente il traffico delle merci nel cosiddetto ultimo miglio ha un costo sociale non indifferente, che si ripercuote sulla qualità di vita dei residenti. Data la pletora di richieste di consegne in aumento è ormai assodato che la frammentazione delle consegne in ambito urbano stia diventando un serio problema.

La Commissione Europea, da diversi anni, si sta muovendo per accrescere l'esigenza di ridurre le inefficienze del sistema logistico e, soprattutto, di quantificarne con maggiore precisione i costi economici e sociali. In particolare si sta prodigando per reperire dati promuovendo l'adozione di tre tipologie di applicazioni che raccolgono le informazioni di viaggio specifiche come: determinare lo stato di consegna della merce e, quindi, la posizione dei veicoli; pianificare in anticipo gli itinerari; verificare la disponibilità delle aree di carico e scarico e delle zone di trasbordo da un mezzo a un altro. Ad oggi, non poche imprese impegnate nella logistica dell'ultimo miglio sono dotate di Intelligent Transport System (ITS), ma questi risultano essere quasi sempre non standardizzati, non consentendo il dialogo con gli altri operatori attivi nell'area e creando quindi una frammentazione dell'informazione. È fondamentale progettare architetture tecnologiche in un'ottica di maggiore interoperabilità. Purtroppo, un unico provvedimento o accorgimento che possa garantire una gestione del cosiddetto ultimo miglio in maniera efficace ed efficiente (e quindi sostenibile) non esiste. Di seguito, quindi, sono proposte una serie di possibili soluzioni, qualcuna già a regime, altre in fase di studio o di rodaggio come Crowdshipping, Parcel Lockers, ITS.

## 1.2 Logistica urbana: proposte e soluzioni

### Il crowdshipping

Il modello di economia collaborativa è ormai piuttosto diffuso grazie all'utilizzo di piattaforme digitali che permette accesso diretto a servizi di varia natura usufruibile direttamente dal cliente. Alcuni esempi sono il bike sharing, il car sharing o il car pooling. Una variante di questo modello è il crowdshipping, letteralmente "consegna effettuata dalla folla", che si basa sulla disponibilità di corrieri occasionali che si trovano a passare nei pressi del punto di consegna o che sono disposti a modificare il loro tragitto per raggiungerlo. La procedura di consegna viene quindi affidata (esternalizzata) ai numerosi viaggiatori privati che si muovono nelle città per le loro attività quotidiane, spesso con uno spazio di carico inutilizzato grazie al coordinamento e alla gestione di una piattaforma online. In questo modo si cambia il modo in cui le spedizioni sono organizzate e gestite perché cambia la visione relativa al ruolo dei corrieri nel prossimo futuro.

### Gli armadietti automatici (parcel-lockers)

La recente emergenza sanitaria, con l'impennata degli acquisti online, ha esercitato ulteriore pressione sulle reti logistiche. Per superare tali negatività, ci si è organizzati consegnando i pacchi in punti di raccolta presso armadietti automatici che sono ubicati in luoghi sicuri e controllati, facilmente accessibili e raggiungibili, come piazze, aree di servizio, parcheggi e centri commerciali. I pacchi sono conservati per alcuni giorni per il cliente. Queste nuove opzioni offrono una valida alternativa alla consegna a domicilio, mediando tra le esigenze dei consumatori finali e quelle dei corrieri. Riuscendo ad ottimizzare i viaggi, possono diminuire i tempi di lavoro del 60% ed i costi di consegna del 35%.

### Sistema di trasporto intelligente (Intelligent Transport System)

Nascono dall'applicazione ai sistemi di trasporto, delle tecnologie informatiche e delle telecomunicazioni, per l'erogazione di servizi finalizzati all'impiego efficiente del trasporto stradale, delle infrastrutture, dei veicoli di trasporto e nella gestione del traffico e della mobilità. Di tale sistema gli automobilisti conoscono essenzialmente la famiglia detta vehicle-based, che riguarda il controllo della distanza veicolare, controllo della velocità e sistemi di emergenza. Un aspetto molto positivo nell'utilizzo di questo sistema è quello di voler risolvere i problemi legati al trasporto senza ricorrere alla costruzione di nuove infrastrutture che causerebbero costi e notevoli impatti ambientali.

## 1.3 Droni: una tecnologia emergente nella logistica

### I droni

Tra le varie soluzioni che puntano alla riduzione dei consumi e ad un miglioramento nelle consegne, particolare attenzione è rivolta ai droni.

I droni *UAVs* - dall'inglese "*Unmanned aerial vehicles*", rappresentano una delle tecnologie le cui potenzialità sono enormi e che, sempre di più, affiancano gli uomini in svariate circostanze positive ma anche negative. D'altronde l'uomo stesso deve affrontare questi due tipi di situazioni in generale e non si esclude che i droni possano essere strumenti utili in questo senso in più ambiti di applicazione. Si riporteranno in questa parte introduttiva alcune delle principali aree che sono direttamente collegate all'utilizzo dei droni o che, si prevede lo saranno nel prossimo futuro. Queste

nuove tecnologie - i droni - che si specifica essere autonomi nel senso che non sono comandati in tempo reale da un uomo o che utilizzano almeno parzialmente sensori e sistemi ITS- sono stati già utilizzati infatti per il soccorso in seguito a disastri ambientali [11], nelle telecomunicazioni per estendere la rete di copertura del 5G [5], per la mappatura e videosorveglianza in 3 dimensioni [30], per il monitoraggio della crescita delle colture in agricoltura [46] ed altro ancora ( si veda [32] per un resoconto completo delle applicazioni civili dei droni ed i relativi problemi di ottimizzazione). L'aumento di interesse in queste tecnologie è dimostrato anche dal numero di articoli scientifici pubblicati in merito. Ulteriori e numerose attenzioni sono state riposte da multinazionali come Amazon, UPS, Google, FedEx, DPD principalmente per la prospettiva di consegne low-cost porta a porta e più veloci. Le ricerche di quest'ultime includono sia consegne in zone rurali, anche piuttosto remote, che consegne più complesse che curano nel dettaglio la consegna dal primo all'ultimo chilometro all'interno di zone urbane. Le ricerche in merito non fanno solo al caso di multinazionali le cui consegne hanno lo scopo di soddisfare i guadagni dei privati, ma gli stessi problemi possono essere utilizzati in ambito civile ad esempio se si considerano la consegna di medicinali [44]. Focalizzandosi sull'uso di queste tecnologie nei sistemi di consegna, si possono identificare diversi vantaggi: possono essere più veloci dei veicoli nel raggiungere i clienti in città molto congestionate, avere un costo in base alla distanza nel eseguire il loro lavoro minore, emettere meno CO2 rispetto ai mezzi di trasporto tradizionali come ad esempio camion, possono raggiungere punti di consegna come tetti e terrazzi che non sono raggiungibili dai comuni veicoli. Pertanto, rappresentano un'alternativa più ecologica e più veloce rispetto alle tradizionali modalità di consegna. Inoltre nel contesto urbano si trovano molte zone completamente pedonali o centri storici con vicoli stretti dove il loro utilizzo sarebbe più efficace. Tuttavia, micro-droni, mini-droni e droni di piccola taglia, molto comuni nelle applicazioni civili, riescono a rimanere sospesi un tempo piuttosto limitato.

*Ricapitolando, l'utilizzo di droni in maniera combinata con altri mezzi di trasporto potrebbe condurre ad un incremento significativo in termini di efficienza ed efficacia nella consegna di merci*

In previsione di un utilizzo combinato di droni con mezzi più tradizionali per la consegna dei pacchi è necessaria una sincronia tra i due oggetti utilizzati, il che richiede una serie di vincoli relativi al movimento dei droni ed al loro consumo energetico. Le specifiche da determinare riguardano perciò anche la gestione delle ricariche e la configurazione dei limiti di capacità del drone stesso affinché i programmi di consegna con i droni possano essere rispettati. Molti sistemi di consegna basati sull'utilizzo di droni possono essere definiti a partire dalle caratteristiche dei casi specifici considerati. È bene ricordare che, d'altro canto, un sistema applicabile in uno specifico contesto non necessariamente può essere utilizzato in un altro scenario, o non efficientemente. Per questa ragione, in letteratura, sono stati studiati un numero considerevole di possibili configurazioni. Tra i vari sistemi che comprendono l'utilizzo di UAVs si distingue tra i problemi che considerano un'unica flotta a disposizione formata da droni, configurazioni che considerano uno o più droni usati combinatamente con un veicolo, dove sia i droni che il camion consegnano i pacchi ai clienti oppure una configurazione con droni e mezzi tradizionali le cui consegne vengono effettuate esclusivamente dai droni. In quest'ultimo caso, i droni consegnano a tutti i clienti e il veicolo è di fatto una base di lancio mobile per gli stessi. Va notato tuttavia che i droni hanno una capacità energetica limitata e quindi necessitano di essere ricaricati piuttosto frequentemente. A questo punto il truck può



essere utilizzato anche come base di ricarica. Nei seguenti capitoli ci si concentra su un problema riguardante un sistema di consegna completamente automatizzato basato su una flotta di droni le cui operazioni sono supportate dalla *mothership* usato come base di lancio per i droni. È stata presentata in un report tecnico [10] una versione preliminare del problema, senza risultati computazionali estensivi, con un numero limitato di missioni dei droni e consumo di energia.

Nel Capitolo 2 si presenta la letteratura a cui si fa riferimento.

Nel Capitolo 3 si riassumono gli interventi aggiuntivi che sono stati apportati al codice commentato al Capitolo 2. Sono riportate le nuove ipotesi, formulate conseguentemente in vincoli. È stato considerato il caso di un grafo incompleto ed alcuni scenari diversi tra loro. Ci si è soffermati sul caso della funzione obiettivo che minimizza il consumo energetico della mothership e dei droni.

Nel Capitolo 4 sono riportate le conclusioni in seguito ai risultati ottenuti.

Nell' Appendice è riportato il codice discusso con le aggiunte riportate nel terzo capitolo.

## Capitolo 2

# Analisi della letteratura

Nella prima parte di questo capitolo si indaga l'utilizzo combinato di droni e veicoli per effettuare consegne attraverso gli articoli che hanno approfondito questo problema. Se ne riassumono di seguito i principali elementi costitutivi e approcci risolutivi.

### 2.1 Consegne solo tramite droni

La letteratura in questo campo è piuttosto recente anche se affronta problemi molto studiati di localizzazione e routing (si guardino [42], [23] e [34]). Come anticipato i problemi in letteratura si possono distinguere, tra le altre cose, per la tipologia di consegna. Alcuni trattano la consegna in maniera combinata con droni e veicoli, altri utilizzano sempre un sistema ibrido droni veicolo dove la consegna è effettuata esclusivamente dai droni. Gli articoli appartenenti al secondo gruppo si occupano di problemi di localizzazione come in [9]: questi consistono nel determinare la localizzazione di un numero dato di consegne ed assegnare i droni alle consegne per massimizzare la copertura, considerando i livelli di energia dei droni e la loro capacità residua. Il problema è stato formulato matematicamente ma, per ottenere soluzioni in tempi compatibili con i tempi globali ri-ottimizzati più veloci, gli autori hanno proposto una soluzione greedy ed una euristica a tre fasi. Problema simile è stato affrontato in [22] con un diverso approccio euristico per trattare casi di più larga scala. [45] considera un solo problema di routing dei droni con fermate multiple dove i droni possano ricaricarsi. Il problema consiste nel trovare un percorso per i droni in modo tale che ciascun cliente sia visitato almeno una volta, che siano rispettati i vincoli di ricarica dei droni ed il numero totale di ricariche minimizzato. In ulteriori lavori come in [10] e [19] gli autori studiano il multi-trip routing problem considerando una flotta di droni per le consegne. In [10] gli autori modellano il consumo energetico dei droni con una funzione (convessa) non lineare dei dati e della distanza del tragitto per lo sviluppo di algoritmi branch-and-cut.

In [19] gli autori propongono due problemi (VRPs - vehicle route problems) multi-trip per la consegna con droni considerando limite di tempo per le consegne o vincoli di budget ed adottando un'approssimazione lineare per modellare la dipendenza del consumo energetico dei droni con gli altri dati ed il peso della batteria. Inoltre, si assume che ciascun drone possa visitare più clienti in ogni missione. Gli autori adottano un processo euristico per la ricerca di soluzioni di sub-ottimo in alcuni casi pratici. Nell'articolo [31] si presenta un caso specifico di VRP multi-trip: un problema di consegna cooperativa dei pacchi con un UAVs, dove più droni devono formare una squadra per la consegna di un pacco il cui peso è maggiore dei limiti

strutturali di un singolo drone. In [12] gli autori studiano il problema di individuare la giusta grandezza della flotta di droni per minimizzare il costo totale della consegna nel caso in cui i droni possono sollevare pacchi multipli per servire clienti collocati entro un certo raggio di azione.

### 2.1.1 Consegne tramite droni e la cooperazione dei veicoli

**Flying Sidekick Traveling Salesman Problem (FSTSP)** Ci si focalizza ora sui lavori che sviluppino il concetto di consegna ibrida, che sfrutta la cooperazione tra drone e veicolo ed il veicolo stesso è utilizzato per la consegna. In merito non è possibile non menzionare l'articolo [28] nel quale è stato introdotto per la prima volta un modello ibrido camion e drone con il nome *Flying Sidekick Traveling Salesman Problem (FSTSP)*. In questa tipologia di consegna il camion trasporta un drone fino alla consegna dei pacchi. Anche il camion è utilizzato nella consegna dei prodotti. Il drone ed il camion si incontrano nuovamente in corrispondenza del successivo cliente. Gli autori propongono un metodo euristico che risolve un TSP per l'ottenimento di un percorso iniziale per il veicolo e poi, in maniera greedy, seleziona i pacchi che dal camion devono essere consegnati per rispettare i vincoli dei droni. In [38], gli autori usano una strategia di simulated annealing<sup>1</sup> per risolvere lo stesso problema. In [21] si studia un'estensione del FSTSP in cui si considera il time span, ossia il tempo massimo che il veicolo o il drone possono aspettarsi reciprocamente ad uno degli rendezvous node. Un'altra estensione interessante del FSTSP è introdotta in [24] dove i punti di incontro non sono collocati sono in corrispondenza delle fermate ma anche lungo tutti gli archi del percorso. Per risolvere il problema è stata sviluppata una procedura di ricerca adattiva randomizzata con un algoritmo greedy.

**FSTSP esteso e CETSP (Close Enough TSP)** In [1] si studia un'estensione del FSTSP che gli autori chiamano *Travelling Salesman Problem* con un drone (TSP-D), dove il veicolo può aspettare al nodo iniziale che il drone ritorni. Viene fatta una prima-clusterizzazione e poi si procede con un metodo euristico. Nuove formulazioni del FSTSP ed anche sondaggi estensivi sulla consegna dei droni sono presentate in [15]. Per lo stesso problema, [16] presenta tre formulazioni aggiuntive. In [36] è presentato un approccio branch and bound dove ogni nodo dell'albero decisionale è associato ad alcune sequenze di localizzazione dei pacchi, derivante dalla proposta dell'articolo [13] per il *Close-Enough Traveling Salesman Problem (CETSP)*, una generalizzazione del TSP dove una città è considerata visitata se nel tour è limitato entro un certo raggio della città. Inoltre, gli autori adottano una versione leggermente modificata della procedura di partizionamento proposta in [1], in modo che il camion possa fermare ed attendere che i droni effettuino le consegne.

**Analisi del caso peggiore** In merito delle configurazioni ibride, dove una flotta di droni coopera con un'insieme di veicoli, possiamo citare gli articoli [47] e [37] dove sono formalizzati un VRP con drone singolo o droni multipli (VRP-D). In entrambi i casi gli autori si focalizzano nell'analisi del caso peggiore, mostrando la quantità di tempo che si può risparmiare nell'utilizzo combinato di veicoli e droni rispetto al solo utilizzo del veicolo.

Un'estensione dello stesso problema, ottenuto considerando vincoli sulla finestra temporale, è studiato in [39].

---

<sup>1</sup>Una tecnica probabilistica per l'approssimazione di un ottimo globale di una data soluzione. Usato in presenza di molti minimi locali

**Ulteriori approcci** In [14], una flotta di veicoli opera consegne ai clienti mentre i droni viaggiano fino alla casa-madre per rifornire i primi. Gli autori propongono un algoritmo euristico per il caso con un veicolo ed un drone.

In un articolo più recente, il [15], il problema di scheduling parallelo in un TSP è applicato nel caso in cui i clienti sono assegnati tra il veicolo ed i droni. Per questo problema vengono proposte metaeuristiche per minimizzare il tempo totale richiesto per servire tutti i clienti e poi valutate su un insieme di parametri di riferimento.

In [29] un modello MILP <sup>2</sup> ed un algoritmo euristico a tre fasi sono usati per *Multiple Flying Sidekicks Traveling Salesman Problem* (FSTSP multiplo) per la consegna di pacchi. In questo caso un veicolo effettua consegne coordinatamente con una flotta di droni con differenti caratteristiche in modo da minimizzare il tempo richiesto per la consegna dei pacchi ed il rientro nel deposito. In [27] viene esteso il problema del *Traveling Repairman Problem* sotto l'assunzione che un singolo veicolo possa fermare nelle località dei clienti e lanciare droni diverse volte per ogni fermata per servire i clienti. Il problema è risolto mediante un algoritmo Tabu Search-Simulated Annealing con vincoli sul tempo di attesa dei clienti. In [41] e [8] si studiano approcci di risoluzione esatta per varianti del traveling salesman problem rispettivamente con uno o più droni.

## 2.2 Consegne dei droni supportati dai veicoli

Si vedano altri sistemi di consegna ibridi, come quello considerato nell'articolo menzionato ad inizio capitolo, che consistono in uno o più droni che sono trasportati da un veicolo (e.g. un camion) ed unici responsabili per la consegna dei pacchi ai clienti.

In [25] i droni visitano un cliente ad ogni viaggio ed il veicolo rimane ad aspettare al nodo di lancio che i droni rientrino in base (nodo) o si spostino in un nodo (di incontro).

In [7] si studia un'approssimazione continua del *Horse Fly Problem*, dove il camion funge da base mobile per il drone, dimostrando che il miglioramento in termini di efficienza è proporzionale alla radice quadrata del rapporto della velocità del camion con quella del drone.

In [6] gli autori usano un modello di approssimazione continua del modello per valutare l'impatto economico nell'utilizzo combinato di un camion con un drone, nei modelli ibridi, tenendo in considerazione molteplici parametri dei modelli e diverse densità di clienti.

In [20] si considera un sistema di consegna dove un camion aiuta nelle operazioni di consegna effettuate da una flotta di droni. La richiesta dei clienti è clusterizzata secondo un algoritmo di clustering k-means per individuare le fermate del veicolo che fungano quindi anche da stazioni per le ricariche dei droni. Allora, il problema consiste nel determinare un TSP del veicolo tra i centroidi di questi cluster. Gli autori usano un algoritmo genetico per determinare il percorso del camion e considerano che i droni non siano limitati da un intervallo di tempo in volo.

In [26] gli autori minimizzano il tempo di latenza in un sistema di distribuzione orientato ai vantaggi per il cliente. Nel loro problema, in ogni fermata (nel nodo corrispondente), il camion aspetta il rientro di tutti i droni. Il camion si sposta, con i droni, alla fermata successiva. Gli autori confrontano i benefici nell'utilizzo di più

<sup>2</sup>mixed integer linear programming

droni per un solo tragitto rispetto al percorrere più tragitti.

In [35] gli autori formalizzano il problema di routing dei droni nell'effettuare  $k$  visite multiple(k-MVDPR). Viene assunto che ciascun drone sia capace di lanciarsi dal camion con uno o più pacchi per servire i clienti. Ciascun drone può ritornare al camion per cambiare o ricaricare le batterie, prendere un nuovo set di pacchi e partire di nuovo verso nuove soste (in corrispondenza delle quali sono localizzati i clienti). Inoltre, gli autori scindono l'insieme di posti di lancio dall'insieme di localizzazione dei clienti. Nonostante il lavoro includa una formulazione matematica che comprende una funzione che regola il consumo energetico dei droni considerando anche del peso dei pacchi, il problema viene risolto tramite algoritmi euristici.

In [33] il *Mothership and Drone Routing Problem* (MDRP) per un veicolo è più droni, è affrontato per la programmazione della consegna di kit di test diagnostici. Il problema viene decomposto a sua volta in due problemi: la programmazione (scheduling) del trasporto dei droni all'interno dei veicoli (con il fine di minimizzare la distanza percorsa) e la programmazione della consegna dei droni (per minimizzare il tempo di consegna). Questi due problemi sono risolti iterativamente.

In [2] il VRP con droni, con vani multi-pacco per servire più clienti in un singolo viaggio viene affrontato e risolto tramite simulated annealing. In questo modello un drone può ritornare al veicolo che è diverso rispetto a quello dal quale è partito per ricaricarsi o prendere più o altri pacchi. In [43] gli autori considerano un sistema basato su un veicolo e flotta eterogenea di droni. Il veicolo può fermare in località diverse da quelle individuate dai clienti. L'obiettivo è minimizzare il tempo di consegne (makespan). Gli autori sviluppano un algoritmo a due fasi utilizzando una strategia di simulated annealing e con variabili vicine per risolvere problemi con un ampio numero di istanze.

## 2.3 Presentazione di un modello

In seguito ai numerosi spunti presenti in letteratura, ci si è concentrati sulle impostazioni degli articoli [35] e [3]. Si sceglie e si approfondisce il modello risolutivo proposto nel secondo articolo. Troviamo di seguito un'introduzione alle caratteristiche generali del problema, le ipotesi risolutive per arrivare a definire la formulazione matematica presentata nel secondo articolo.

Anche nell'articolo [3] viene studiato un problema di consegna con flotta eterogenea che utilizza sia droni che veicoli standard e una formulazione di un modello multi-periodo di programmazione lineare intera. La formulazione non si limita solo allo studio della risoluzione di un problema di routing-scheduling ma si concentra sulle ricariche dei droni per quanto riguarda lo svolgimento delle consegne. Nella formulazione proposta sono inoltre presentate molteplici varianti della funzione obiettivo relative alla minimizzazione del consumo energetico, minimizzazione del tempo di completamento e del numero di clienti serviti. È utilizzata una tecnica di scalarizzazione per esplorare parzialmente la frontiera ottimale di Pareto. I modelli sono stati testati in due scenari differenti. L'analisi delle soluzioni ottimali è fortemente influenzata dai pesi in funzione obiettivo.

In questa sede vengono riportati solo i principali aspetti del problema, utili per le

successive analisi e tralasciati in particolare alcune funzioni obiettivo e la scalarizzazione.

### 2.3.1 Ipotesi formulate nell'articolo

Nonostante i numerosi articoli citati e quindi i molti aspetti che trattano, l'articolo [3] si distingue da tutti o per la funzione obiettivo o per il numero di clienti raggiunti o la composizione della flotta e le interazioni tra droni e veicolo.

L'obiettivo principale del modello proposto in [3] è quello di minimizzare l'impatto ambientale, piuttosto che massimizzare i profitti o la tempestività nelle consegne. Si richiede inoltre alla soluzione, che venga soddisfatta interamente la domanda dei clienti <sup>3</sup> come anche già affrontato negli articoli [47] e [4]. Inoltre viene rappresentato separatamente l'insieme dei clienti (tramite loro localizzazione geografica) e le possibili fermate del veicolo. La consegna ai clienti viene effettuata esclusivamente dai droni. Questo è ragionevole soprattutto nei casi in cui:

1. i clienti sono situati in posti dove non ci sono zone per il parcheggio o stalli disponibili per permettere al veicolo di fermarsi. Ne sono un esempio la maggioranza delle città d'arte italiane;
2. la consegna è richiesta in una zona in cui è successa una catastrofe naturale che impedisce ai veicoli tradizionali il raggiungimento di tale località in maniera tempestiva.

In generale, dato uno specifico caso di studi, si fissa a  $C$  il numero di (localizzazioni dei) clienti che si vuole riuscire a servire entro un determinato periodo di tempo stabilito pari a  $T$ . I clienti sono collocati in un'area urbana, serviti da un insieme  $D$  di droni che trasportano i pacchi dal veicolo madre ai clienti. Il veicolo può essere parcheggiato in un insieme di  $N$  fermate ammissibili e può muoversi in un periodo compreso tra due consegne consecutive dei droni. Si assumono i due insiemi - fermate e clienti - distinti.

Se da una parte i veicoli più ingombranti sono limitanti per le consegne, possono essere estremamente utili come basi di ricarica per i droni, garantendo quindi una maggiore efficienza degli stessi la cui criticità è invece perlopiù il limite energetico. È necessario infatti che i droni raggiungano il veicolo prima di essere completamente scarichi. Inoltre questi verranno ricaricati quando si vuole che effettuino più consegne, il cui costo energetico è maggiore rispetto a quello consentito con la carica iniziale (si suppone infatti che i droni siano inizialmente tutti completamente carichi). Il problema consiste proprio nel determinare quali fermate minimizzano il consumo energetico dei droni, quale percorso sia migliore per il veicolo e in che modo la consegna dei droni la più efficiente. È infatti chiaro che maggiore è la distanza tra veicolo e cliente, quindi drone nel momento che raggiunge il cliente, maggiore sarà il consumo del drone. Allo stesso tempo i due soggetti, veicolo e drone, potrebbero non trovarsi molto vicini per limiti esterni e per i numerosi vantaggi a livello ambientale che se ne traggono, esposti nell'introduzione. Chiaramente, tutto funziona al meglio quando c'è un forte coordinamento dei due sistemi.

Per quanto riguarda invece la formulazione dell'energia dei droni, di cui si trova più avanti la scrittura esplicita, viene formulata come funzione lineare della

---

<sup>3</sup>nelle varianti della funzione obiettivo è stata pensata poi una versione con la massimizzazione dei clienti raggiungibili

distanza percorsa dai droni.

Stando alla letteratura disponibile, l'articolo [3] è poi l'unico ad utilizzare una rete multi-periodo spazio-temporale per il coordinamento di un routing-problem del veicolo con un problema di scheduling dei droni. Queste sono state usate in letteratura per modellare problemi di routing complessi (si vedano [35]) ma non sono mai stati usati per modellare problemi di consegna combinati veicolo-drone. Questo approccio ha il vantaggio rispetto a lavori precedenti, di rendere problemi con istanze più grandi più facili e veloci da risolvere (fino a 100 clienti) senza la necessità di implementare complessi algoritmi metaeuristici o di decomposizione con successiva risoluzione del modello a due passi. Si risolve la formulazione matematica esattamente: il problema può essere risolto all'ottimo o restituire soluzioni molto vicine all'ottimo in un tempo ristretto. In particolare, la prima soluzione trovata da Cplex è ottenuta in un tempo paragonabile a quello impiegato da algoritmi euristici.

## 2.4 Descrizione del problema

In questa sezione si affrontano con maggiore precisione le scelte che sono state fatte in [3], le assunzioni ed i principali elementi utilizzati per la formulazione del problema. Il contesto e quindi anche un'ipotesi dell'articolo è quello di considerare di muoversi in città d'arte italiane, quindi in un contesto urbano piuttosto congestionato. Tramite la risoluzione del problema si vuole individuare un sistema che deve essere in grado di servire, all'interno dell'orizzonte temporale considerato, un insieme di clienti localizzati in maniera sparsa all'interno del contesto urbano. Questi vengono raggiunti a partire da un magazzino noto a priori. Il magazzino funge anche da deposito finale in cui i droni devono tornare insieme al veicolo. Come si intuisce quindi sono molteplici i dati di partenza o input che si trovano nella formulazione del problema e questi contribuiscono alla variabilità dei vari casi. La variabilità è inoltre determinata dalla formulazione, in cui rientrano i vincoli e le ipotesi del problema stesso.

I droni infatti, diversamente da molti articoli esposti, sono gli unici responsabili della consegna dei pacchi ai clienti. Ogni drone può servire un solo pacco al cliente alla volta e ritorna poi dal veicolo madre che lo aspetta parcheggiato in una delle possibili soste in cui si può fermare. A questo punto, a seconda del livello di energia al termine della consegna si ricaricherà o servirà altri clienti prima di effettuare una ricarica, contando su tutte le informazioni che ha a disposizione come la distanza ed il relativo consumo energetico per raggiungere i prossimi clienti ammissibili. Questi sono definiti tali se un determinato drone riesce a raggiungerli all'interno dello slot temporale fissato per il problema. Il veicolo utilizzato per gli spostamenti è modellabile a seconda delle situazioni e si possono considerare non solo veicoli su ruote ma anche barche (potrebbe risultare utile per il caso di Venezia).

Riassumendo, il problema consiste nel trovare:

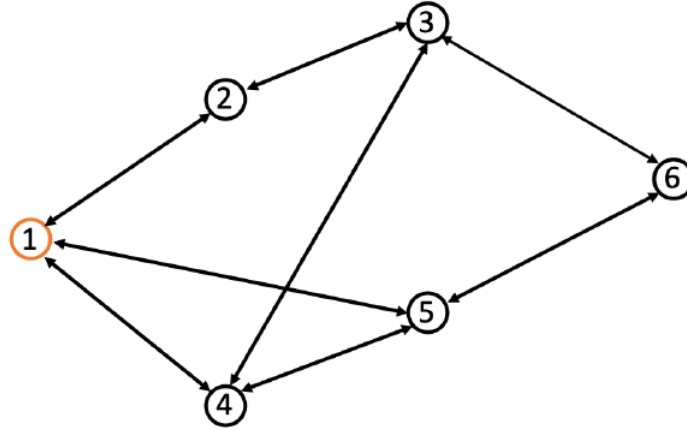
- (i) il tour del mezzo di spostamento utilizzato per il trasporto dei droni che parte e termina nel magazzino, dopo aver servito tutti i clienti. Si considera il caso in cui si riesce a servire tutti i clienti.
- (ii) il programma delle missioni dei droni in modo che tutti i clienti siano serviti all'interno del tempo massimo considerato sotto i vari vincoli del problema.

I criteri di ottimizzazione presi in considerazione in questo caso sono quelli di

minimizzare l'utilizzo di energia legata allo spostamento del veicolo e dei droni. Si punta a risolvere il problema tramite la formulazione di un modello di programmazione lineare intera multi-periodo basato su una rete spazio temporale. Nell'articolo gli autori si propongono di risolvere istanze artificiali per valutarne gli aspetti computazionali.

## 2.5 Approccio modellistico

Si ripercorrono i processi di astrazione che sono stati attuati per formalizzare il problema. Come prima cosa si opera una discretizzazione del tempo in  $T$  slot. Il tempo a disposizione per le consegne viene suddiviso in intervalli costanti in modo da poter controllare la gestione degli spostamenti del veicolo e delle consegne dei droni. Successivamente si formula il grafo che modelli i possibili spostamenti della mothership. Si definisce un grafo  $G = (N, A_1)$  - con le coppie  $(i, j) \in A_1$  - se è possibile spostarsi da un punto  $i$  ad un punto  $j$  all'interno dello slot temporale  $t$ .

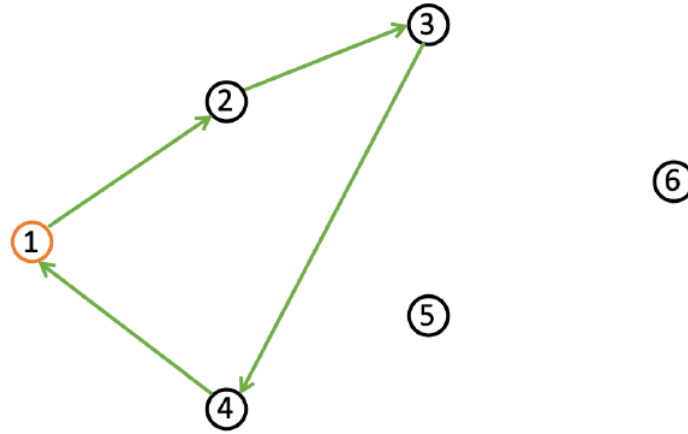


**Figura 2.1.** Esempio di un grafo degli spostamenti che la mothership può compiere

In figura 2.1 un grafo con 6 nodi ed 8 coppie di nodi che identificano 8 archi. Viene mostrata un'ipotetica configurazione in cui sono rappresentati i nodi dove il truck può effettuare una fermata e gli archi che può utilizzare per spostarsi tra le varie fermate. In particolare non sono rappresentati tutti gli archi, per fornire un esempio più particolare ma comunque realistico, poiché ammettiamo infatti di non avere collegamenti diretti tra tutti i nodi. Si può dover escludere un arco per la presenza di vincoli della più varia natura (tempo, costi, ...). Nell'implementazione presente nell'articolo invece si costruiscono tutte le possibili coppie  $(i, j)$  a partire dai set di nodi disponibili.

In figura 2.2 è evidenziata in verde invece una possibile soluzione per il truck. Questa soluzione sarà identificata dal modello stesso. Verosimilmente infatti, come si osserva in 2.2 si immagina di non dover toccare tutti i nodi con il mio veicolo. Qualora si abbiano più possibili scelte per le fermate del truck, ci si chiede dove sia più conveniente fermarsi per minimizzare l'energia dei truck ma anche dei droni. Si vuole trovare la soluzione ottima per l'appunto. In primis dove mi posiziono influenza la distanza con i clienti da raggiungere e la raggiungibilità dei clienti. Inoltre il





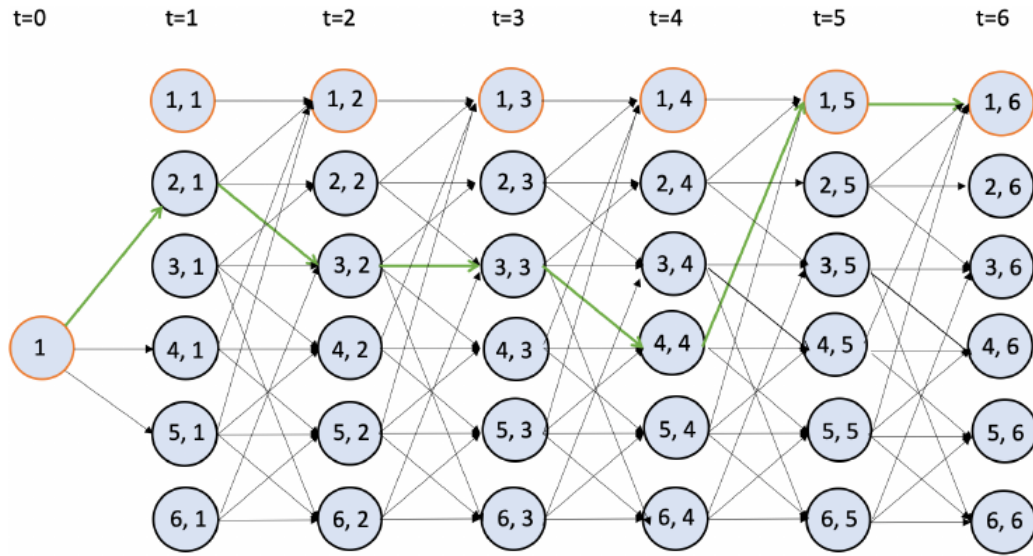
**Figura 2.2.** Una soluzione per il routing del veicolo del grafo in figura 2.1

fatto di passare per il minor numero di nodi è una richiesta implicita della funzione obiettivo: dal momento che si deve minimizzare il consumo del veicolo. Raggiungere meno nodi sarà in generale più efficiente di raggiungere più nodi (e nel caso peggiore tutti i nodi). Inoltre dati i vincoli sugli spostamenti e sulle ricariche probabilmente raggiungere tutti i nodi non sarebbe quasi mai una soluzione ammissibile. Questo ragionamento è valido ovviamente considerando il solo consumo del veicolo. Tuttavia viene minimizzato anche il consumo dei droni che influenzerà la soluzione anche del veicolo madre.

Nelle figure 2.1 e 2.2, non vengono riportati gli eventuali cappi, ossia le situazioni in cui il camion rimane fermo nella stessa fermata per più slot temporali. Sono riportati infatti solo gli spostamenti distinti che vengono effettuati senza considerare la componente temporale, ossia prescindendo dal considerare il singolo slot temporale  $t$  nel momento in cui occupano una determinata fermata.

È possibile osservare un esempio dell'evolversi degli spostamenti tra i nodi nel tempo per l'esempio in questione, in figura 2.3. Considerando quindi slot temporale per slot temporale, si osservano tutte le scelte che il truck poteva intraprendere ad ogni passo in grigio chiaro e in verde grassetto quelle che poi intraprende. Il punto di inizio e di fine sono fissati per lo stesso deposito, nell'esempio, per convenzione, è indicato con il nodo numero 1. Dal grafo  $G$  si è costruito la rete multiperiodo MPN (multi-period network)  $(P, A_1)$  considerando come archi  $\in A_1$  tutti i tragitti grigi e verdi. Si osservano di seguito alcune caratteristiche facilmente deducibili:

- si hanno tanti nodi nel grafo multiperiodo  $(|P|)$ , quanti nodi si hanno per ogni slot temporale ossia  $|N| \cdot \#t = 6 \cdot 6$
- è già noto che l'ultimo arco conatterà un nodo  $i$  a  $j = 1$ , considerato 1 il nodo deposito, quindi sarà una coppia del tipo  $(i, 1)$  dove  $i$  potrebbe anche essere 1.
- si può modellare un problema di routing del veicolo madre come problema di identificazione di un percorso di flusso di materiale di cardinalità pari al numero di  $t$ -slot meno 1 partendo e ritornando nel deposito
- possono essere effettuati due tipi di spostamenti: spostarsi dal nodo  $i$  (effettivamente attraversare una arco) oppure rimanere nello stesso nodo del tempo precedente



**Figura 2.3.** Rete multiperiodo con un orizzonte temporale di 7 slots

- si noti che non è detto che il drone serva tutti i clienti esattamente nel tempo massimo  $t$  di slot (6 nell'esempio) ma può anche terminare in  $t < 6$ : in questo caso raggiungerà il deposito iniziale e rimarrà negli slot successivi fermo lì, come nell'esempio, tra i nodi 5 e 6.

## 2.6 Formulazione matematica

In questa sezione si riporta la formulazione del problema, dichiarando formalmente gli insiemi e le variabili che vengono utilizzate ed i relativi vincoli impiegati per la risoluzione del problema.

Insiemi	Notazione	Descrizione
	$N$	insieme dei nodi delle fermate del veicolo
	$C$	insieme dei clienti
	$A_1$	insieme di link tra coppie di nodi in $N$ , inclusi self-loop
	$A_2$	insieme di link tra nodi in $N$ e i clienti in $C$
	$D$	insieme dei droni
Parametri di input		
	$d_{i,j}$	distanza tra le località $i$ e $j$ (in Km) $\forall (i,j) \in A_1 \cup A_2$
	$c_1$	dispendio energetico per 1 Km percorso dal veicolo (in Wh)
	$c_2$	consumo energetico del drone nel percorrere 1 Km (in Wh)
	$u$	velocità media costante dei droni (Km/h)
	$speed\_truck$	velocità media costante del veicolo
	$[0, T]$	periodo di lavoro discretizzato in $t$ slot temporali $t = 0, \dots, T$
	TS	tempo di durata del singolo slot temporale considerato
	$E_{max}$	massimo livello di energia dei droni (in Wh)
	$E_{min}$	minimo livello di energia dei droni (in Wh)
	$E_{(i,j)}$	consumo energetico del drone per attraversare un arco (in Wh) $\forall (i,j) \in A_2$
Variabili decisionali		
	$x_{i,j}^d(t) \in \{0, 1\}$	se il cliente $j$ è servito nello slot di tempo $t$ dal drone $d$ che parte da $i$ assume valore 1, 0 altrimenti
	$y_i(t) \in \{0, 1\}$	è 1 se il veicolo è parcheggiato in $i$ nello slot di tempo $t$
	$z_{i,j}(t) \in \{0, 1\}$	è 1 se il veicolo si muove da $i$ a $j$ nello slot di tempo $t$
	$w_d(t) \in \{0, 1\}$	è 1 se il drone $d$ è ricaricato nello slot di tempo $t$
	$q_d(t) \in \{0, 1\}$	è 1 se il drone $d$ sta servendo almeno un cliente al tempo $t$
	$k(t) \geq 0 \in \mathbb{Z}$	numero di clienti serviti fino allo slot di tempo $t$ $\forall t \in [1, T]$
	$e_d(t) \geq 0$	energia del drone al tempo $t$ $\forall d \in D \quad \forall t \in [1, T]$
	$f_{i,j}(t) \geq 0$	variabili ausiliari di flusso per il routing del veicolo $\forall (i,j) \in A_1 \quad \forall t \in [1, T]$

### Vincoli

Un arco tra i possibili nodi fermata  $i$  e  $j$ -cliente può essere percorso da un unico drone in un determinato slot di tempo  $t$ . Sommando rispetto al tempo si sta impedendo che un drone attraversi lo stesso arco, per fare una consegna allo stesso cliente: infatti tra le ipotesi era espresso che il drone riuscisse a soddisfare solo interamente la domanda del cliente. Sommando rispetto ai droni si sta imponendo che più droni non possano percorrere lo stesso arco nello stesso slot temporale. Sommando su tutti gli archi  $(i,j)$  per tutti  $j$  - quindi sommando su tutti gli archi che incidono su  $j$  (su un determinato cliente) - si impone che non si possa raggiungere lo stesso cliente da più di un  $i$ . Inoltre si sta garantendo che il cliente sia necessariamente

servito, non considerando la possibilità di non riuscire a servire tutti i clienti e di massimizzare il numero di clienti raggiunti.

$$\sum_{t \in [1, T]} \sum_{d \in D} \sum_{i \in N: (i, j) \in A_2} x_{i,j}^d(t) = 1 \quad \forall j \in C \quad (2.1)$$

Si osserva che ogni drone può servire più di un cliente - il cui unico limite rimane la capacità energetica - perché infatti la sommatoria è pari ad uno per ogni cliente raggiunto quindi per ogni  $j$ . La singola variabile può assumere valori nel suo range  $\{0, 1\}$  e quindi vale la disequazione:

$$x_{i,j}^d(t) \leq 1 \quad (2.2)$$

ed è pari a 0 se il drone  $d$  non serve  $j$  al tempo  $t$  (potrebbe spostarsi o doversi ricaricare).

In una prima ipotesi si forzava ciascun drone a consegnare al più ad un cliente in un determinato slot temporale. Questo vincolo viene poi rimosso in una versione aggiornata della formulazione.

$$\sum_{(i,j) \in A_2} x_{i,j}^d(t) \leq 1 \quad \forall d \in D \quad \forall t \in [1, T]$$

Il veicolo deve essere parcheggiato in  $i$  per servire i nodi  $j$  a partire da  $i, \forall i$ . Si inizializzano le variabili  $y_i(t)$  che assumeranno valori pari ad 1 quando un cliente viene servito a partire dal nodo  $i$ . Considerato come vincolo è aggiuntivo rispetto al vincolo 2.1 dove stavo considerando la possibilità di raggiungere  $j$  da qualsiasi postazione  $i$ . In questo vincolo garantisco di raggiungere un cliente se il veicolo ha effettuato una sosta presso il nodo  $i$ -esimo. Si ragiona considerando separatamente ciascun nodo  $i$  base di lancio.

$$x_{i,j}^d(t) \leq y_i(t) \quad \forall d \in D \quad \forall i \in N \quad \forall t \in [1, T] \quad \forall j \in C : (i, j) \in A_2 \quad (2.3)$$

Nell'istante di tempo pari a 0 il veicolo si trova parcheggiato al deposito che è indicato con l'etichetta 1, quindi la variabile assumerà valore 1. Viene imposto tramite il seguente vincolo.

$$y_1(0) = 1 \quad (2.4)$$

Di seguito si individuano i vincoli che sono imputati all'individuazione di un percorso considerando gli archi che incidono su ciascun nodo. Tramite 2.5 si determina l'attivazione delle  $y_i(t)$ . Questa assume valore 1 tramite la variabile  $z_{i,j}(t)$  che a sua volta è pari ad 1 se il veicolo si sposta da  $i$  a  $j$ . Il veicolo si troverà parcheggiato in  $i$  se si è mosso da una fermata  $j$  ad una fermata  $i$  allo nel periodo di tempo precedente  $(t - 1)$  o quando al tempo  $t$  si parte dal nodo  $i$  per arrivare in  $j$ . Nel momento in cui il veicolo effettua lo spostamento deve necessariamente parcheggiare nel nodo di arrivo, non può effettuare fermate o soste intermedie. Queste considerazioni vanno ripetute per ogni slot temporale infatti il veicolo si sposta lungo il percorso nei vari periodi, per ogni possibile fermata  $i$ .

$$y_i(t) = \sum_{j: (j,i) \in A_1} z_{j,i}(t-1) \quad \forall i \in N \quad \forall t \in [1, T] \quad (2.5)$$

Le  $y_i(t)$  sono ora parzialmente già inizializzate - quindi per qualche  $i$  pari ad 1. La presenza di questi ulteriori vincoli legati alle  $y_i(t)$  riunisce i due aspetti fondanti del

problema: la programmazione delle consegne che abbiamo visto nei precedenti vincoli con l'utilizzo della variabile  $x_{i,j}^d(t)$  e lo spostamento del veicolo per mezzo delle  $z_{i,j}(t)$ . Per una buon coordinamento il veicolo deve spostarsi e fermarsi in certi nodi: gli stessi che utilizzano i droni per le consegne. Concentrandoci sullo spostamento del veicolo deve perciò esserci un unico arco che entra nel tempo precedente a quello considerato ed uno uscente nel tempo successivo. Non otterremmo altrimenti una soluzione ad un TSP. Ad ora si sta genericamente sommando gli archi entranti ed uscenti ma nel vincolo 2.8 si impone che questa somma sia, per entrambi i casi pari ad 1.

$$y_i(t) = \sum_{i:(i,j) \in A_1} z_{i,j}(t) \quad \forall i \in N \quad \forall t \in [1, T] \quad (2.6)$$

Come per  $y_1(0)$  così per  $z_{1,j}(0)$  si impone che questo sia pari ad 1. È inoltre richiesto che il veicolo, oltre a partire dal deposito, si sposti già in corrispondenza del primo slot temporale. Il primo istante viene utilizzato per raggiungere i clienti o avvicinarsi a nodi da cui verranno effettuate le consegne. Per farlo si ricorre alla somma su tutti gli archi  $j$ , ossia tutti i possibili nodi identificabili come possibile fermata per il primo spostamento. Non è previsto che si effettuino consegne dal deposito di partenza, al tempo iniziale. In questa formulazione è ancora previsto che lo possa fare al rientro in deposito durante l'ultimo slot temporale.

$$\sum_{j \in N} z_{1,j}(0) = 1 \quad (2.7)$$

Per ogni periodo  $[1, T]$  si prevede che si effettuino degli spostamenti. Per spostamento si intendono anche i loop. Non sono necessarie quindi distinzioni per il caso  $i = j$  o il suo opposto.

$$\sum_{(i,j) \in A_1} z_{i,j}(t) = 1 \quad \forall t \in [1, T] \quad (2.8)$$

Quando invece per spostamento ci si restringe ai solo archi per cui il nodo di partenza e di arrivo sono diversi, allora si vuole che questi siano attraversati al più una volta.

$$\sum_{t \in [1, T]} z_{i,j}(t) \leq 1 \quad \forall (i, j) \in A_1 : i \neq j \quad (2.9)$$

I vincoli 2.10 e 2.11 sono vincoli di conservazione del flusso che impongono che il percorso del truck attraversi solo i nodi effettivamente visitati dal truck che si riescono ad identificare tramite la variabile dicotomica  $y_i(t)$ .

In particolare nel vincolo 2.10 sto sommando tutti gli archi uscenti dal nodo  $j$ -esimo che sto prendendo in considerazione e sottraendo la somma degli archi in entrata sempre in  $j$ . Queste differenze sono fatte per ogni slot temporale. Non riguarda il nodo deposito. Nel vincolo 2.11, per ogni slot temporale, per ogni arco nel set di archi per gli spostamenti del veicolo, questo può essersi spostato al massimo  $(T - 1)$  perché deve compiere il  $t$ -esimo spostamento al tempo  $t$ . Ogni volta ( $\forall t$ ), per ogni arco  $(i, j)$  aggiorniamo la variabile di flusso a non superare  $T - 1$  se si raggiunge il nodo  $j$  al tempo  $t$  o 0 se non lo si è raggiunto. Si osserva che  $T - 1$  è costante rispetto a  $t$ .

$$\sum_{j:(i,j) \in A_1} f_{i,j}(t) - \sum_{j:(j,i) \in A_1} f_{j,i}(t) = y_i(t) \quad \forall i \in N : i \neq 1 \quad \forall t \in [1, T] \quad (2.10)$$

$$f_{i,j}(t) \leq (T - 1)z_{i,j}(t) \quad \forall (i, j) \in A_1 \quad \forall t \in [0, T] \quad (2.11)$$

Si introduce la seguente variabile  $k(t)$  per contare il numero di clienti serviti al tempo  $t$  come somma dei clienti al tempo precedente e quelli che sono stati serviti

nel tempo  $t$ -esimo che si computano con la somma su tutti gli archi  $(i, j)$  nell'insieme dei clienti, per ogni drone le variabili  $x_{i,j}^d(t)$ . Essendo questa dicotomica, sommando il numero di variabili pari ad 1, quindi il numero di veicoli che attraversano gli archi  $(i, j)$  in quel periodo  $t$  si otterranno, il numero di clienti serviti.

$$k(t) = k(t-1) + \sum_{(i,j) \in A_2} \sum_{d \in D} x_{i,j}^d(t) \quad \forall t \in [1, T] \quad (2.12)$$

Tramite i vincoli 2.13 e 2.14 si impone che il truck si sposti ed in particolare raggiunga il deposito ( $j = 1$ ) dopo aver servito tutti i clienti. Infatti  $k(t)$  sarà pari alla cardinalità dell'insieme dei clienti solo quando li avrà serviti tutti, annullando il valore nella parentesi in entrambe le disequazioni. In questo modo si forza la variabile  $z_{1,j}(t)$  ad 1. Anche qui si ragiona fissando l'istante  $t$ . L'espressione dei clienti  $k(t)$  è costruita nel precedente vincolo 2.12.

$$\sum_{(i,j) \in A_1: i \neq 1, j=1} z_{i,j}(t) \geq 1 + (k(t) - |C|) \quad \forall t \in [1, T] \quad (2.13)$$

$$\sum_{(i,j) \in A_1: i \neq 1, j=1} z_{i,j}(t) \leq 1 - (k(t) - |C|) \quad \forall t \in [1, T] \quad (2.14)$$

Si definisce per tutti i droni che siano completamente carichi, all'istante temporale pari a 0

$$e_d(0) = E_{max} \quad \forall d \in D \quad (2.15)$$

Si impone che ogni drone, in ogni istante temporale, abbia un livello di energia che sia inferiore al massimo e superiore al minimo perché è richiesto che sia in grado di ritornare autonomamente al truck.

$$e_d(t) \leq E_{max} \quad \forall d \in D \quad \forall t \in [0, T] \quad (2.16)$$

$$e_d(t) \geq E_{min} \quad \forall d \in D \quad \forall t \in [0, T] \quad (2.17)$$

Si definisce il livello di energia del drone  $d$ , per ogni drone, all'istante temporale  $t$ , per tutti gli istanti temporali considerando: il livello di energia con cui arriva dal tempo precedente, se il drone servirà un cliente in quello slot temporale ( $t$ ), se verrà ricaricato o meno al tempo  $t$ .

$$e_d(t) = e_d(t-1) - \sum_{(i,j) \in A_2} x_{i,j}^d(t) \cdot E_{i,j} + w_d(t) \cdot (E_{max} - e_d(t-1)) \quad \forall d \in D \quad \forall t \in [1, T] \quad (2.18)$$

Il veicolo deve raggiungere il deposito partendo da una località  $i$ -esima, che non sia il deposito, una sola volta in tutto l'arco temporale  $T$  considerato.

$$\sum_{t \in [0, T]} \sum_{(i,j) \in A_1: i \neq 1, j=1} z_{i,j}(t) = 1 \quad (2.19)$$

Nel tempo  $t$ , per ogni tempo, per ogni drone si impone che questo sia impegnato in una missione o si stia ricaricando o nessuna delle due. Si impedisce che si ricarichi mentre sta effettuando una consegna.

$$w_d(t) + q_d(t) \leq 1 \quad \forall d \in D, \forall t \in [0, T] \quad (2.20)$$

Inoltre in ogni slot temporale, per ogni drone, considerando gli spostamenti del drone considerato dal veicolo al cliente  $j$ -esimo per la consegna dei pacchi, si impone che la variabile  $q_d(t)$  sia pari ad 1 - quindi che stia servendo almeno un cliente - se almeno in uno degli archi  $(i, j)$  sta effettuando una consegna.

$$q_d(t) \geq x_{(i,j)}^d(t) \quad \forall (i, j) \in A_2 \forall d \in D, \forall t \in [0, T] \quad (2.21)$$

### 2.6.1 Linearizzazione dei vincoli sui livelli di energia

In una prima formulazione del vincolo dell'energia, si utilizzava la seguente espressione:

$$e_d(t) = e_d(t-1) - \sum_{(i,j) \in A_2} x_{i,j}^d(t) \cdot E_{i,j} + w_d(t) \cdot E_{max} \quad \forall d \in D \quad \forall t \in [1, T]$$

In una seconda formulazione, si considera come energia associata ad una ricarica solo la quantità residua rispetto all'energia già in possesso dal drone che consente, nel caso di una ricarica ( $w_d(t) = 1$ ) che si annullino i termini  $e_d(t-1)$  con segni opposti. In questo modo rispetta i vincoli sull'energia, anche se il drone non serve nessun cliente al tempo  $t$ , altrimenti sarebbe stato costretto a servire qualcuno in modo da rispettare i vincoli energetici. Si passa perciò alla seguente scrittura:

$$e_d(t) = e_d(t-1) - \sum_{(i,j) \in A_2} x_{i,j}^d(t) \cdot E_{i,j} + w_d(t) \cdot (E_{max} - e_d(t-1)) \quad \forall d \in D \quad \forall t \in [1, T] \quad (2.22)$$

Si opera poi una linearizzazione del vincolo 2.22. Questo contiene un termine non lineare dato dal prodotto di due variabili: la variabile binaria  $w_d(t)$  e la variabile continua non negativa  $e_d(t-1)$ . Questo prodotto può essere sostituito con un nuovo insieme di variabili continue non negative tali che:

$$r_d(t) = w_d(t) e_d(t-1) \quad \forall d \in D \quad t \in [1, T]$$

Allora si riscrive il vincolo sull'energia come segue:

$$e_d(t) = e_d(t-1) - \sum_{(i,j) \in A_2} x_{i,j}^d(t) \cdot E_{i,j} + w_d(t) \cdot E_{max} - r_d(t) \quad \forall d \in D \quad \forall t \in [1, T]$$

La nuova variabile per essere definita correttamente dovrà rispettare i vincoli 2.23-2.25. Si vuole che la variabile  $r_d(t)$  sia pari al livello di energia al tempo precedente quando il drone viene ricaricato al momento  $t$  affinché, dato il segno meno nella formulazione, si annulli con il termini iniziale in 22. Perciò vengono scritte le disuguaglianze che in entrambe le direzioni per ottenere l'uguaglianza nel momento in cui si verifica la condizione desiderata. È sempre vero che:

$$r_d(t) \leq e_d(t-1) \quad (2.23)$$

Deve essere 0 se non ricarico.  $M$  è un termine molto grande che invece, quando ricarico rende questo vincolo ridondante.

$$r_d(t) \leq w_d(t-1) \cdot M \quad (2.24)$$

Quando ricarico devo però anche avere l'equazione nel senso opposto per quanto detto prima. Si scriva perciò come di seguito il vincolo:

$$r_d(t) \geq e_d(t-1) - (1 - w_d(t)) \cdot M \quad (2.25)$$

### 2.6.2 Funzione Obiettivo

**Minimizzazione del consumo energetico** La funzione obiettivo quantifica il consumo energetico del veicolo e l'energia dei droni. L'obiettivo è di trovarne il

minimo assoluto. La formulazione che ne segue considera, tramite la linearizzazione del vincolo sull'energia, un modello di programmazione lineare intera multi-periodo.

$$\min \left( \sum_{(i,j) \in A_1} \sum_{t \in [1,T]} c_1 \cdot d_{i,j} \cdot z_{i,j}(t) + \sum_{(i,j) \in A_2} \sum_{t \in [1,T]} \sum_{d \in D} c_2 \cdot d_{i,j} \cdot x_{i,j}^d(t) \right)$$

Nella prima parte si trovano i costi imputati al consumo del veicolo che è proporzionale al costo  $c_1$ , alla distanza  $d_{i,j}$  degli archi  $(i,j) \in A_1$  che ha percorso. La seconda parte invece è proporzionale al consumo  $c_2$  dei droni ed alle distanze da essi percorse nell'attraversare gli archi  $(i,j) \in A_2$ . Entrambi considerano gli spostamenti effettuati durante tutto il tragitto, cioè considerando tutti gli slot temporali.

## 2.7 Ipotesi di lavoro

### 2.7.1 Normalizzazione

Notando che ogni termine nella funzione obiettivo è definito in un proprio specifico intervallo, per prima cosa si normalizzano i termini dividendoli ciascuno per il suo estremo superiore. Ogni valore estremo può essere ottenuto considerando un termine della funzione obiettivo alla volta e risolvendo la così ottenuta formulazione del problema di massimizzazione con gli stessi vincoli. È chiaro poi, che i valori dei coefficienti di normalizzazione dipendono dalle istanze e devono essere calcolati separatamente per ogni caso.

### 2.7.2 Descrizione delle istanze

Si introducono ora i dettagli sulle istanze sulle quali viene testata la formulazione matematica introdotta finora. Vengono fatte molteplici assunzioni per generare istanze realistiche del problema, riportate di seguito:

**orizzonte temporale :** vengono considerati due orizzonti temporali

- 4 ore divise in 8 slot temporali
- 8 ore divise in 16 slot temporali (di 30 min)

**caratteristiche dei droni :** si assume che la tipologia di drone sia DHL Parcel Copter 2.0, un drone sviluppato da DHL per le consegne aeree (vedere [17] per i dettagli sulle caratteristiche tecnologiche)

**localizzazione dei clienti :** si suppone che siano distribuiti uniformemente nell'area urbana considerata

**numero di localizzazioni e di fermate :** si assuma che le fermate siano realistiche come luoghi affinché il veicolo standard possa parcheggiare ed appropriate relativamente alla disposizione dei clienti, considerando i limiti dei droni.

**percorso per raggiungere i clienti :** una volta fornite le localizzazioni si possono individuare i cluster dei clienti raggiungibili da ogni fermata considerando la massima distanza euclidea che un drone può percorrere in uno slot temporale

**slot temporali:** si considera che i droni possano completare le loro missioni all'interno degli slot temporali. Non è tuttavia impedito che un drone possa partecipare a più missioni - servire più clienti - in un solo slot temporale.



---

**velocità del veicolo:** considerando principalmente la scelta di veicoli su gomma si considerano i dati per la velocità media delle macchine nei centri urbani, che risulta pari a 15 Km/h.

## Capitolo 3

# Analisi sperimentale

In questo capitolo si riassumono i principali sviluppi che sono stati testati in merito all'articolo nel Capitolo 2, riguardanti l'implementazione del grafo incompleto e l'introduzione di nuovi vincoli limitatamente alla scelta di una sola funzione obiettivo. In riferimento a quest'ultima si sceglie l'unica esposta che si focalizza sulla riduzione delle emissioni dei mezzi coinvolti. I nuovi vincoli partono da analisi sugli spostamenti del veicolo e dei droni.

### 3.1 Implementazione del grafo incompleto

In una prima implementazione del problema discusso fino ad ora viene considerata una rete multiperiodo in cui tutti i nodi sono collegati mutuamente ed è quindi possibile raggiungere una fermata, tra le fermate del truck, in un unico slot temporale, per ogni nodo considerato. Si procede implementando il caso con grafo incompleto dove questa proprietà non è verificata per tutti i nodi.

Come visto in figura 2.3 si parte ipotizzando una rete completa. Operativamente, nel momento in cui viene fornita la matrice delle distanze non tutti i collegamenti saranno percorribili in un solo slot temporale. Per questo si introduce una selezione tra gli archi. Vengono considerati solo quelli la cui distanza tra i nodi permette al veicolo di completare lo spostamento - che per ipotesi avviene ad una velocità di 15 Km/h - nella durata prevista.

Ricordando le seguenti quantità:

$d_{i,j}$	distanza tra le località $i$ e $j$ (in Km) $\forall (i, j) \in A_1 \cup A_2$
$speed\_truck$	velocità media costante del veicolo
$TS$	tempo di durata del singolo slot temporale considerato
$c_1 (E\_truck)$	dispendio energetico per 1 Km percorso dal veicolo (in Wh)

Riconoscendo nella seguente espressione la condizione utile per individuare gli archi percorribili tra tutte le coppie di archi in  $A_1$ :

$$\text{if } (dist[ii][jj] \leq speed\_truck \cdot TS)$$

e sapendo che l'insieme degli archi  $A_1$  memorizza ogni suo elemento come una tupla in cui sono salvate le etichette dei due nodi, la distanza ed il costo di percorrenza, si individuano facilmente gli altri elementi presenti nel codice.

```

// Creazione del grafo incompleto considerando di
// avere in input una matrice simmetrica
for(var ii in N) {
    for(var jj in N) {
        if(dist[ii][jj] <= speed_truck*TS) {
            A1.add(ii, jj, E_truck*Opl.ceil(dist[ii][jj]),
                Opl.ceil(dist[ii][jj]));
            A1.add(jj, ii, E_truck*Opl.ceil(dist[ii][jj]),
                Opl.ceil(dist[ii][jj]));
        }
    }
}

```

## 3.2 Vincolo consegna-spostamento

Si ragiona sulla possibilità del drone e del veicolo di separarsi in un nodo  $i$  per poi incontrarsi in un nodo diverso  $j$ , dopo che il drone ha già servito i clienti. Si decide di impedire che questo avvenga e si introduce un vincolo che ha lo scopo di impedire ai droni di servire i clienti mentre il truck si sta spostando. La giustificazione a questo tipo di scelta è legata ai limiti delle grandi città nell'avere previsioni affidabili sui tempi di arrivo ai nuovi nodi. Si pensa sia piuttosto rischioso provare a fare diversamente da quanto descritto poichè sarebbe problematico immaginare di poter prevedere con alta precisione la durata dello spostamento del truck.

Inoltre i problemi FSTSP (Flying Sidekick Traveling Salesman Problem) come quelli già citati ([28], [38], [21] e [24]) considerano l'interazione tra un veicolo ed un drone. Nel caso di molti droni, la pianificazione delle consegne di questi avrebbe una complessità molto maggiore se si facessero ipotesi per le singole coppie di distanza (nodo  $i$  - cliente e cliente - nodo  $j$ ). Fino ad ora, ragionando sui vincoli utilizzati è possibile verificare che il veicolo si sposta anche quando i droni stanno effettuando consegne. Non è specificato in che nodo di arrivo si troverà il drone alla fine del turno. Qualunque esso sia sarà quello in cui arriva il veicolo: tuttavia il consumo energetico calcolato per la consegna ad un determinato cliente è il doppio della distanza del nodo di partenza con il nodo cliente e non la somma del tragitto dal nodo di partenza per raggiungere il nodo cliente e la distanza tra il nodo cliente ed il nodo di arrivo - che può essere diverso da quello di partenza.

Volendo evitare che il veicolo si muova durante le consegne dei droni avremo che questo si attiverà quando  $z_{i,j}(t)$  è pari a 1: quando il veicolo si sta spostando "propriamente" tra le varie fermate del tragitto allora si forzano i droni a non servire i clienti.

$$x_{i,j}^d(t) \leq \left(1 - \sum_{(i,j): j \neq i} z_{i,j}(t)\right) \quad \forall (i,j) \in A_2, \quad \forall d \in D, \quad \forall t \in [0, T] \quad (3.1)$$

### 3.2.1 Modifica vincolo rientro al deposito

Per quanto riguarda la consegna al deposito si effettua una leggera modifica ai vincoli 2.13 e 2.14. Questi prevedevano il veicolo dovesse tornare al deposito nel tempo stesso in cui i droni terminavano di effettuare le consegne. Questo ammetteva

implicitamente che i droni potessero raggiungere il deposito partendovi da un nodo diverso non tramite il veicolo ma autonomamente durante una missione.

Viste le motivazioni e le conseguenti scelte adottate per il 3.1, si trasformano i seguenti vincoli in modo che lo spostamento al deposito avvenga al tempo successivo rispetto a quello in cui viene interamente soddisfatta la domanda del cliente. Questo garantisce la possibilità ai droni di servire i clienti in un qualsiasi nodo e poi tornare al deposito in un tempo successivo. Si forza la variabile  $z_{i,1}^d(t)$  ad assumere il valore 1 tramite due espressioni che sono uguali quando tutti i clienti sono stati serviti.

```
Tdim = 0..T-1;    // Tdim è un range temporale
// diminuito di uno slot
//Nc - numero di clienti raggiungibili

forall(ti in Tdim) {
    ctk2:
    sum(a in A1: a.j==1) z[a][ti+1] >= 1 + (k[ti] - Nc);

    ctk3:
    sum(a in A1:a.i!=1 && a.j==1) z[a][ti+1] <= 1 - (k[ti] - Nc);
}
```

### 3.3 Vincoli sulle ricariche

Per quanto visto nel capitolo precedente, grazie alla linearizzazione della funzione sull'energia un drone non deve servire più almeno un cliente per ricaricarsi in un determinato slot temporale. Questo è comunque l'unico criterio in base al quale si sceglie di ricaricare un drone. Si vuole invece forzare la ricarica dei droni affinché questa avvenga nel primo momento disponibile e che venga effettuata anche se il drone non dovrà effettuare ulteriori consegne negli slot temporali successivi. L'obiettivo è quello di sfruttare il tempo in cui o ci si sposta o si attenda che gli altri droni abbiano effettuato le consegne per ricaricare i droni stessi. In questo modo avremo droni sempre del tutto carichi o comunque "piuttosto carichi". Si definisce questa approssimazione verbale "piuttosto" tramite la definizione delle variabili indicate di seguito. Si richiede in particolare che i droni vengano ricaricati quando il loro livello di energia dei droni si colloca a metà tra il livello massimo di energia ed il livello minimo.

È definita la variabile  $m_1$ , che vale 1 quando il drone è abbastanza carico e non si vuole imporre una ricarica, 0 altrimenti. Il viceversa è indicato dalla variabile  $m_2$ . Le loro espressioni sono le seguenti:

$$m_d^1(t) = \begin{cases} 1 & \text{se la carica del drone è inferiore o uguale a } \frac{E_{max} - E_{min}}{2} \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

$$m_d^2(t) = \begin{cases} 1 & \text{se la carica del drone è superiore a } \frac{E_{max} - E_{min}}{2} \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

Sono implementate nel seguente modo:

$$m_d^1(t) \cdot M \geqslant -(e_d(t) - 0.5 \cdot (E_{max} - E_{min})) \quad \forall d \in D, \forall t \in [0, T] \quad (3.2)$$

$$m_d^2(t) \cdot M > (e_d(t) - 0.5 \cdot (E_{max} - E_{min})) \quad \forall d \in D, \forall t \in [0, T] \quad (3.3)$$

e vengono imposti i vincoli per la ricarica

$$w_d(t) \leqslant 1 + M \cdot \left(1 - \sum_{(i,j): i \neq j} z_{i,j}(t)\right) + M \cdot (1 - m_d^1(t)) \quad \forall d \in D, \forall t \in [0, T] \quad (3.4)$$

$$w_d(t) \geqslant 1 - M \cdot \left(1 - \sum_{(i,j): i \neq j} z_{i,j}(t)\right) - M \cdot (1 - m_d^1(t)) \quad \forall d \in D \quad \forall t \in [0, T] \quad (3.5)$$

Si esplicita anche la relazione tra le due variabili:

$$m_d^1(t) + m_d^2(t) = 1 \quad \forall d \in D, \forall t \in [0, T] \quad (3.6)$$

Si osserva che i droni vengono ricaricati anche se tutti i clienti sono stati serviti, non c'è bisogno di effettuare altre consegne ma avviene un ulteriore spostamento con il veicolo. La ricarica dei droni viene eseguita anche in corrispondenza dell'istante di tempo finale.

Inoltre, diversamente dalla precedente formulazione, che non comprendeva il vincolo 3.1, non si potranno servire i clienti vicini al deposito, né in partenza - per il vincolo 7 - né all'arrivo per i vincoli 2.13, 2.14 e 3.1. Si può notare però che non è una restrizione poi troppo forte: è ragionevole ipotizzare che il magazzino sia più lontano rispetto ai centri urbani dove sarebbero invece collocati i clienti. Collocare i depositi non troppo vicini ai centri urbani è spesso una soluzione per abbattere i costi di gestione.

Nelle varie soluzioni non ci si aspettano evidenti miglioramenti dei consumi. È logico non aspettarsi un miglioramento in termini di funzione obiettivo: ci si aspetta invece una differenza sui livelli di energia parziali e finali dei droni, che analizzeremo nei esempi seguenti. Così sarà anche verosimilmente maggiore il numero di ricariche effettuate non attuando nessun tipo di strategia legata al numero di ricariche ma preoccupandosi piuttosto della disponibilità di poterli sempre utilizzare.

### 3.4 Analisi empirica al variare dei vincoli introdotti

Di seguito sono riportati due problemi di cui si riassumono i risultati confrontando le seguenti formulazioni:

1. Non è stato introdotto alcun vincolo citato in questo capitolo a meno del filtro per il grafo incompleto
2. Si è introdotto il vincolo 3.1

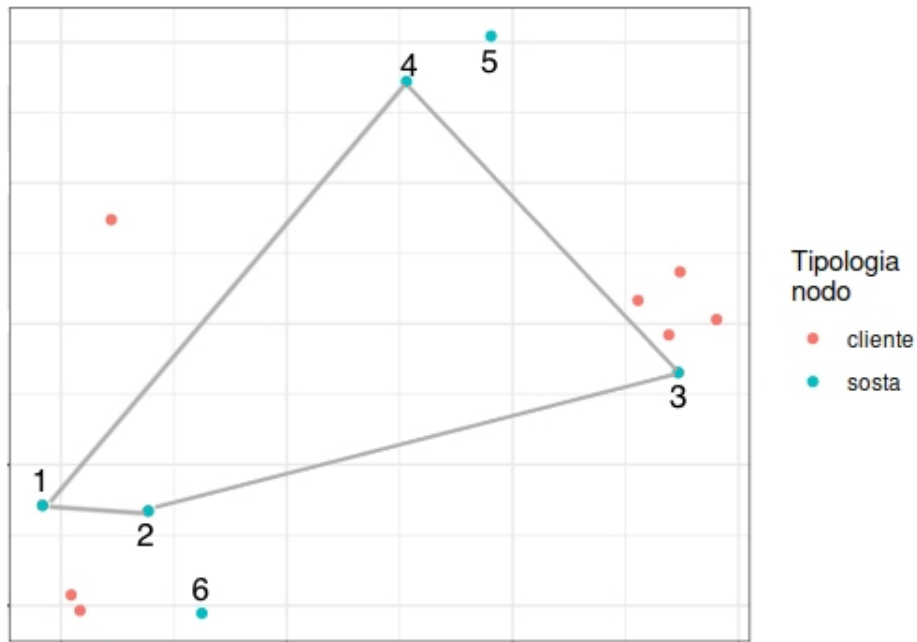
3. Sono stati introdotti anche i vincoli 3.2 - 3.6, oltre al precedente vincolo già aggiunto nella seconda soluzione.

I commenti descrivono i cambiamenti apportati con l'introduzione dei vincoli e riguardano principalmente il consumo energetico dei droni. Questo ha diretta influenza almeno sulla programmazione delle consegne.

#### 3.4.1 Clienti secondo una distribuzione uniforme e soste periferiche

Nel primo esempio che verrà trattato si considerano valide le ipotesi effettuate anche nel secondo capitolo, ossia principalmente l'uniforme distribuzione dei clienti. Le soste sono descritte nel titolo come periferiche rispetto ai clienti nel senso che questi si trovano in uno stesso semipiano il cui bordo passa per il luogo di sosta. Si è partiti da un grafo incompleto simile a quello in 2.1 per quanto riguarda il numero di nodi ed archi. Il grafo in 2.1 è un punto di partenza per avere una matrice con cui rappresentare le coppie di nodi e gli archi ma non riporta fedelmente i punti delle soste effettivamente implementate. In 3.1 sono stati rappresentati i 10 clienti in rosa e le 6 soste in azzurro, dove è possibile cogliere la disposizione dei clienti e delle soste. Gli archi in grigio rappresentano la soluzione individuata a meno di cicli.

Mappa



**Figura 3.1.** Esempio con clienti con distribuzione uniforme e soste periferiche

##### Prima soluzione :

Riguardo alle ricariche si individuano almeno due variabili ausiliarie importanti:  $w_d(t)$  e  $e_d(t)$ . Essendo le ricariche funzionali solo alla consegna ai clienti in questa formulazione, sarà utile avere a disposizione le informazioni sulla  $x_{i,j}^d(t)$ . Si ricorda che l'energia massima dei droni risulta essere pari a 48 Wh e la minima pari a 3 Wh.

Ricariche								Livello energetico							
Drone	Tempo							Drone	Tempo						
	0	1	2	3	4	5	6		0	1	2	3	4	5	6
1	0	0	0	1	0	0	0	1	48	48	18	48	48	48	30
2	0	0	1	0	0	1	0	2	48	6	48	6	6	48	12
3	0	0	0	0	1	0	0	3	48	12	12	12	48	48	24
4	0	0	0	1	0	1	0	4	48	48	24	48	12	48	18

**Tabella 3.1.** A sinistra lo schema delle ricariche, a destra lo schema dei livelli energetici dei droni

Nella tabella 3.1 a sinistra si osservano i valori di  $w_d(t)$ , dove viene riportato quale drone viene ricaricato ed in quale istante temporale; mentre si osserva l'energia del drone ad un determinato istante temporale, per ogni drone, nella tabella di destra. Tutti i droni vengono ricaricati almeno una volta. Dalla soluzione si può verificare che nell'ultimo istante di tempo tutti e quattro i droni effettuano consegne, perciò sicuramente non finiscono le consegne del tutto carichi. Lo si può notare dall'ultima colonna nella tabella di destra. Rispetto all'energia in  $t = 5$  sono stati sottratti i consumi che si trovano congiuntamente alle informazioni sugli archi di  $A_2$ .

#### Seconda soluzione :

Nella seconda soluzione ci si aspetta verosimilmente un maggior numero di ricariche su tutti i droni. Quando il camion si sposta, in questa soluzione, i droni non possono effettuare consegne. Non dovendo minimizzare il numero delle ricariche, implicitamente conviene che questi si ricarichino per servire altri clienti: questo è particolarmente utile quando l'energia rimanente ad un determinato slot temporale non è sufficiente per servire nessun cliente che debba essere ancora raggiunto. Infatti si può notare in 3.2 sulla sinistra che tutti i droni vengono ricaricati almeno una volta: in particolare tre su quattro vengono ricaricati esattamente due volte. In corrispondenza di  $t = 4$  ad esempio, in corrispondenza di uno spostamento vengono ricaricati i droni, cosa che non avveniva nella prima soluzione in questo caso. Le ricariche non possono mai avvenire nello stesso slot in cui si sta effettuando una consegna per il vincolo 2.20. È possibile osservare in 3.2 sulla destra che in corrispondenza della prima e dell'ultima colonna i valori sono pari al livello massimo. I vincoli sulle ricariche non sono ancora stati introdotti ma nella prima colonna il veicolo si sposta e non può effettuare consegne per il vincolo introdotto, quindi non si scaricherà nessun drone. Si ripete il ragionamento in corrispondenza di  $t = 6$ : effettuando nuovamente uno spostamento verso il deposito il veicolo ricarica i droni.

Ricariche								Livello energetico							
Drone	Tempo							Drone	Tempo						
	0	1	2	3	4	5	6		0	1	2	3	4	5	6
1	0	0	1	0	1	0	1	1	48	18	48	12	48	18	48
2	0	0	1	0	1	0	1	2	48	12	48	6	48	24	48
3	0	0	0	0	1	0	1	3	48	6	6	6	48	12	48
4	0	0	0	0	0	0	1	4	48	48	48	48	48	6	48

**Tabella 3.2.** A sinistra lo schema delle ricariche, a destra lo schema dei livelli energetici

**Terza soluzione :**

Da quest'ultima soluzione ci si aspetta che ci sia un numero maggiore o uguale di ricariche poiché si forzano a ricaricare i droni anche quando ciò non è funzionale alle consegne. È possibile notare infatti che il livello di energia pari a 6 per il terzo drone dopo il tempo 1 può rimanere così nella seconda soluzione, mentre invece porterebbe ad una ricarica obbligata nella terza soluzione. Di fatto in questa terza soluzione si trova un modo di diminuire o uguagliare il numero di ricariche se è possibile mantenere lo stesso consumo energetico dei droni permutandole in modo da rispettare i vincoli. In questo esempio il consumo energetico in entrambi i casi risulta uguale. Si ricorda che è presente un' approssimazione nei calcoli dei costi; per questo si può avere per valori diversi una coincidenza numerica. In generale i vincoli introdotti riducono il numero di scelte in cui utilizzare i droni proprio perché, se un drone viene utilizzato ed ha una carica residua bassa al tempo successivo dovrà essere ricaricato solo se il veicolo si sposta. Si hanno variazioni nel momento in cui si studiano tutte le combinazioni: cosa che il programma fa per calcolare la soluzione.

Ricariche								Livello energetico							
Drone	Tempo							Drone	Tempo						
	0	1	2	3	4	5	6		0	1	2	3	4	5	6
1	0	0	1	0	1	0	1	1	48	6	48	48	48	6	48
2	0	0	0	0	1	0	1	2	48	48	48	6	48	18	48
3	0	0	1	0	0	0	1	3	48	12	48	48	48	12	48
4	0	0	1	0	1	0	0	4	48	18	48	12	48	24	24

**Tabella 3.3.** A sinistra lo schema delle ricariche, a destra lo schema dei livelli energetici

### 3.4.2 Soste centrali e clienti periferici

Si riporta un ulteriore esempio in figura 3.2. I clienti sono localizzati in corrispondenza dei valori estremi nella direzione della  $x$  o della  $y$  nel grafico. Le poche soste sono disposte approssimativamente in posizione centrale.

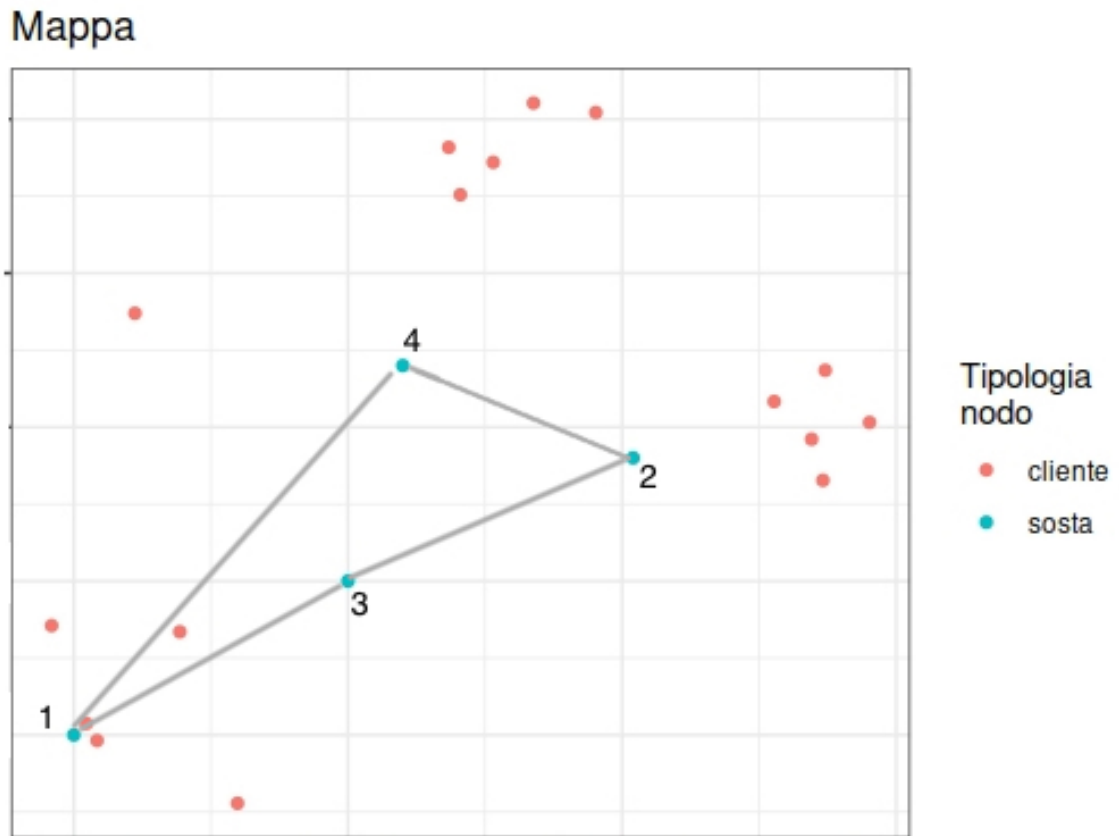
Passando all'analisi dei risultati si nota subito che non tutti i clienti sono raggiungibili: lo sono 13 su 15. Si ripercorrono gli stessi passi per le stesse formulazioni di prima per il grafo in figura 3.2. È stato nuovamente considerato l'utilizzo di quattro droni per le consegne e 6 slot temporali in cui effettuarli, ma aumentato il numero di clienti a 15.

**Prima soluzione:** Come prima si individuano le stesse caratteristiche del problema: il drone non si ferma necessariamente un tempo intero in una fermata se deve effettuare una consegna: accade ad esempio in  $t = 2$  dove si sta spostando dal nodo 4 al nodo 2 eppure il secondo ed il quarto drone stanno effettuando delle consegne. I droni inoltre terminano le missioni in maggioranza scarichi: solo il secondo drone sarebbe considerato carico anche secondo la terza formulazione del problema (poiché presenta il suo livello energetico pari a  $24 > 22$ ).

**Seconda soluzione :**

Come prima, ci si aspetta un numero maggiore di ricariche. Si osserva, come nel caso precedente, che i droni vengono ricaricati in corrispondenza dell'ultimo slot e tornano carichi al deposito. Dalla sequenzialità delle ricariche e vista la disposizione dei clienti rispetto alle soste si è portati a pensare che i droni siano tutti lontani





**Figura 3.2.** Esempio con 4 nodi e 16 clienti

in modo da esaurire l'energia e rendere la rimanente insufficiente per le successive ricariche: esattamente ciò che si verifica.

#### Terza soluzione :

In questo caso i livelli energetici e le ricariche sono gli stessi della seconda soluzione. La lontananza dei clienti di fatto sta svolgendo il ruolo dei vincoli che erano stati introdotti in questa formulazione.

### 3.5 Esempio intermedio: soste periferiche e centrali

Si avanza l'analisi configurando un nuovo scenario da cui partire. Si modifichi il problema a 6 soste già affrontato tramite l'aggiunta di una sosta centrale ed alcuni archi. Si veda in figura 3.3 la rappresentazione del relativo grafo. Questa rappresentazione non corrisponde alla disposizione esatta delle soste ma alla configurazione generale dei nodi e degli archi. L'obiettivo dell'inserimento di una nuova sosta è quello di avere un problema maggiormente interessante affinché, aumentata la complessità del problema, si traggano riflessioni più significative sui vincoli introdotti, oltre agli aspetti lineari già citati in precedenza.

**Flessibilità tramite la settima sosta** Per confrontabilità, riferendosi al caso specifico dei clienti utilizzati nel problema a 6 soste, è possibile notare che l'introdu-

Ricariche								Livello energetico							
Drone	Tempo							Drone	Tempo						
	0	1	2	3	4	5	6		0	1	2	3	4	5	6
1	0	0	1	0	0	1	0	1	48	12	48	24	6	48	12
2	0	0	0	1	0	1	0	2	48	48	12	48	24	48	24
3	0	0	1	0	0	1	0	3	48	18	48	48	18	48	6
4	0	0	0	1	0	1	0	4	48	48	12	48	18	48	6

Tabella 3.4. A sinistra lo schema delle ricariche, a destra lo schema dei livelli energetici

Ricariche								Livello energetico							
Drone	Tempo							Drone	Tempo						
	0	1	2	3	4	5	6		0	1	2	3	4	5	6
1	0	0	1	0	1	0	1	1	48	12	48	6	48	24	48
2	0	0	1	0	1	0	1	2	48	12	48	24	48	6	48
3	0	0	1	0	1	0	1	3	48	18	48	18	48	6	48
4	0	0	1	0	1	0	1	4	48	12	48	18	48	12	48

Tabella 3.5. A sinistra lo schema delle ricariche, a destra lo schema dei livelli energetici

zione di una sosta intermedia consente evidentemente di raggiungere i clienti più lontani percorrendo meno strada. Il nodo 7, quello in corrispondenza della nuova sosta è infatti parte della soluzione. Questo contribuisce ad un miglioramento della stessa. Di seguito si prosegue l'analisi riferendosi ad un diverso insieme di clienti e si abbandona la configurazione con 6 soste.

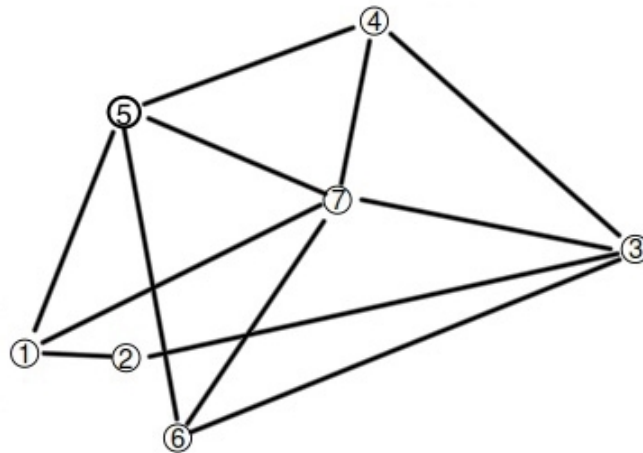
Si considerino inoltre 7 slot temporali per effettuare le consegne.

### 3.5.1 Confronto tra seconda e terza formulazione

Ricordando di aver risolto il problema nel caso di  $t = 7$  e con il nuovo set di clienti, la soluzione della seconda formulazione è quella riportata in figura 3.4. Il veicolo si sposta su un percorso che include 5 nodi come mostra la figura in alto, mentre in basso si vede la programmazione delle consegne che avviene tramite i nodi 3, 6 e 7. Il veicolo si sposta dal deposito al quinto nodo per raggiungere da lì il sesto (non collegato direttamente con il primo), dove serve 3 clienti. Ivi si ricarica e serve altri due clienti in 3. Si ricarica nuovamente e serve gli ultimi cinque clienti in 4 senza ricaricarsi. La soluzione è molto simile nel caso della terza formulazione: anche in questo caso, il nodo 4 viene servito non più dal terzo nodo ma dal settimo, con gli stessi costi. I risultati sono riassunti nella seguente tabella:

$A_2$						
	i	j	cost	dist	D (4 droni)	T (7 slot)
3.1	3	4	30	10	3	4
completa	7	4	30	10	4	6

Risolvendo il problema cambiando solo le due formulazioni i risultati sono diversi in termini di ricariche e livello energetico, come ampiamente discusso in precedenza, ma differiscono anche per il percorso del veicolo ed la pianificazione delle consegne, entrambi riportati in 3.5. Il percorso in particolare segue la stessa alternanza di spostamenti e ricariche ma invece che collegare inizialmente il nodo 6 con il deposito,



**Figura 3.3.** Grafo con 7 soste e 12 archi

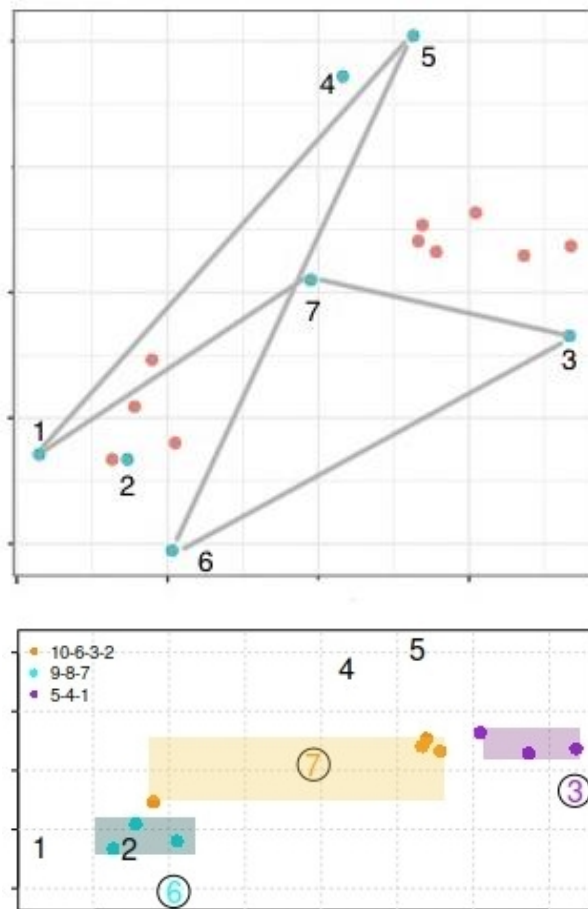
sostando sul nodo 5, raggiunge il nodo 3 dal deposito fermandosi in 2. Inoltre, nella terza formulazione, nell'ultimo slot in cui si raggiunge il deposito si effettua anche la ricarica dei droni. Si osserva che escludendo le ricariche nello slot finale il numero di ricariche è diminuito a 2 rispetto alle 6 della formulazione con il solo vincolo 3.1, che termina le missioni senza ricaricare i droni. In questo caso, l'aver ricaricato i droni secondo i vincoli e non per necessità di consegne, consente in particolare al secondo drone di servire due clienti per un totale di cinque clienti serviti su tutti i droni a partire dal nodo 7 nello stesso slot temporale. Questo non è stato individuato nella seconda formulazione.

È possibile mostrare come in questo esempio le differenti formulazioni hanno modificato lo scheduling, ma senza alterarne i costi. In questo esempio, anche se gli archi dei clienti nella funzione obiettivo sono diversi, il costo loro associato è uguale. Il principale vantaggio in questo caso è, a parità di costi, aver ridotto il numero di ricariche dei droni e quindi in realtà anche dei consumi (anche se questi non compaiono in funzione obiettivo). È possibile immaginare che, come già successo per questo esempio, possa cambiare il percorso del veicolo ed in aggiunta si possano ridurre i costi dello stesso.

Analizzando la soluzione per quanto riguarda il routing si nota che l'introduzione dei vincoli sulle ricariche non altera i consumi per gli spostamenti. Se guardassimo esclusivamente alla funzione obiettivo potremmo non essere troppo soddisfatti del risultato. Non c'è da trascurare il fatto che in realtà, oltre ad aver mantenuto costanti i consumi, si è fatto in modo che i droni siano sempre carichi per qualsiasi imprevisto o semplicemente per le successive missioni. Le ricariche o l'eventuale vantaggio appena citato non sono inclusi nella funzione obiettivo.

### 3.5.2 Aumento del numero di droni

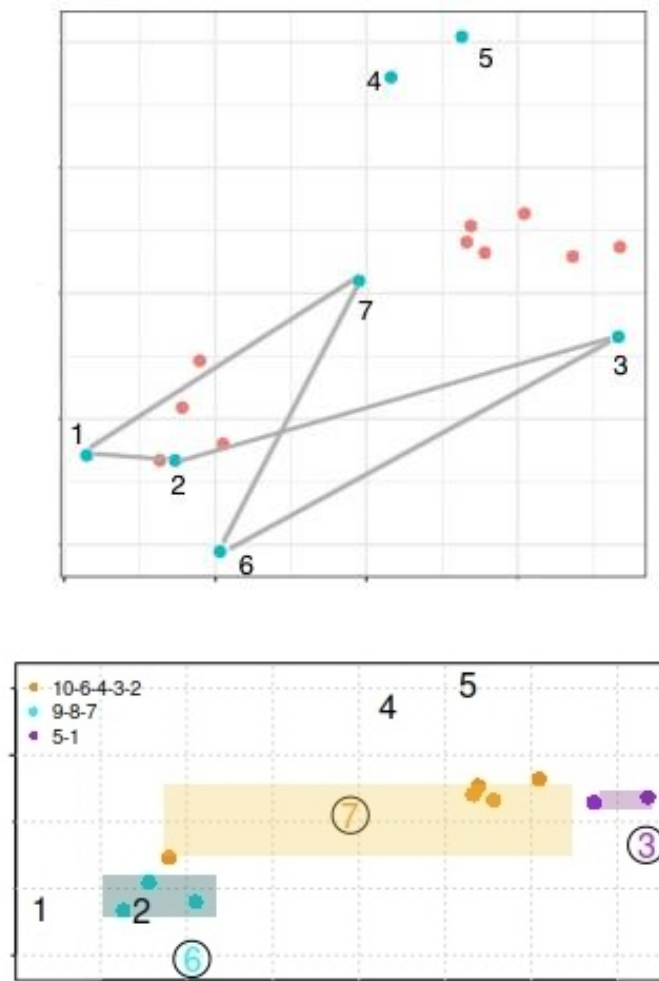
Nell'articolo [3] si valutano le varie soluzioni all'aumentare del numero di droni, focalizzandosi sul tempo di risoluzione del problema: uno dei punti cardine di questo approccio perché un tempo competitivo giustifica l'utilizzo di un algoritmo esatto e non euristico in questo caso.



**Figura 3.4.** In alto il percorso del veicolo. In basso l'organizzazione delle consegne in relazione al problema nella seconda formulazione. Nella legenda i clienti serviti

Inoltre, si era visto come un numero appena sufficiente di droni per le consegne ai clienti implicasse ricariche serrate e sistematiche all'interno dello scheduling. Quando il numero di droni era appena superiore al minimo necessario per servire tutti i clienti il tempo medio era il tempo massimo. La difficoltà era imputata al fatto che la soluzione richiedeva una pianificazione scrupolosa delle missioni dei droni e delle loro ricariche. Quel comportamento era ben visibile seguendo i livelli di energia nelle varie finestre temporali. Per avere almeno un drone carico bisognava avere un numero di droni che eccedeva quello sufficiente per le ricariche (il che poi aveva anche impatto sulla facilità della risoluzione). Si ripensi a cosa significhi aumentare il numero dei droni adesso che si sono introdotti i vincoli sulle ricariche.

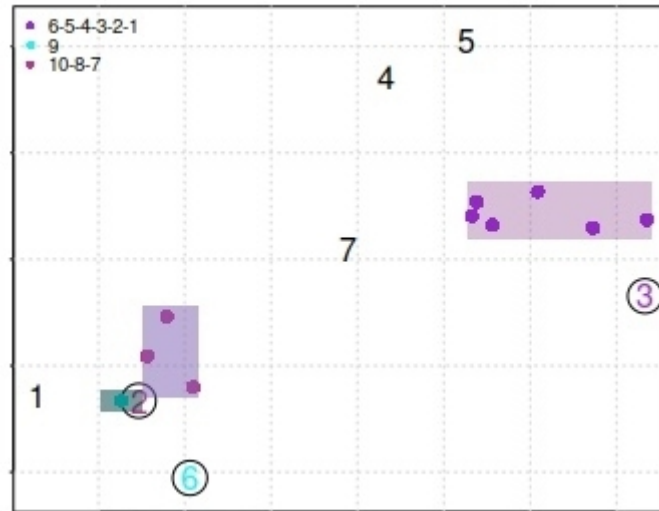
Nel caso di risorse limitate, come visto però nel caso con 4 soste la soluzione è verosimilmente univoca ed il vincolo sulle ricariche di fatto irrilevante. Per questo esempio invece è stato già sottolineato che si hanno più droni completamente carichi rispetto a quando il vincolo non era attivo. È possibile notare che a parità di droni si ha un numero maggiore di droni disponibili. Tuttavia tutti questi confronti sono fatti con 4 droni comparando rispettivamente la seconda con la terza formulazione. Si procede quindi aumentando il numero dei droni ed in particolare confrontando



**Figura 3.5.** In alto il percorso del veicolo mentre in basso l'organizzazione delle consegne in relazione al problema nella terza formulazione. Nella legenda i clienti serviti.

questo problema con 4 droni con lo stesso problema in cui però si ha la disponibilità di 6 droni. Come è possibile vedere in figura 3.6 non vengono effettuate consegne dal settimo nodo (che comunque fa parte del routing) ma dai nodi 2, 3 e 6. In particolare si sono ridotti i costi legati allo spostamento dei droni. Infatti si è passati da un costo di spostamento dei droni pari a 234 nel caso di 4 droni a 222 con 6 droni.

Parte fondamentale dell'analisi che non è stata troppo sottolineata finora, è che oltre alla disposizione delle soste dei clienti e della flessibilità data dal numero di slot temporali o di droni utilizzabili un'altra restrizione importante è quella dell'avere un grafo incompleto in cui non tutti i nodi sono raggiungibili. Infatti in questo esempio i clienti sono maggiormente vicini ad un nodo, il nodo 3, che non è collegato direttamente con il nodo deposito. Questo implica il passaggio per un altro nodo, il nodo 7 nel caso specifico. Nel momento in cui i droni o il tempo sono disponibili in maniera limitata ci si aspetta un aumento dei costi perché si è costretti a consegnare da un nodo più lontano (il 7 invece del 3) per raggiungere il deposito rispettando i vincoli.



**Figura 3.6.** Lo scheduling dei clienti con l'utilizzo di 6 droni

### 3.5.3 Complessità computazionale

Tutti i risultati riportati sono stati effettuati utilizzando un nodo di calcolo di un cluster dalle alte prestazioni. È possibile disporre fino a 128 core e 240 GB di RAM. Si ottengono soluzioni in tempi celeri anche non sfruttando le piene potenzialità del cluster<sup>1</sup>. È stato implementato e risolto con Cplex 20.10.

Testando l'istanza con 10 clienti ed aumentando il numero dei droni da 3 a 6 si ottengono soluzioni esatte in tempi brevi. Quando si passa a 2 droni la soluzione tuttavia è una soluzione rilassata in quanto non si riescono a servire tutti i clienti e tornare al deposito.

Aumentando i clienti si hanno soluzioni ammissibili fino a 15 clienti a parità di numero di droni e tempo considerato. Aumentando il numero di clienti si ottengono soluzioni rilassate in tempi brevi. I tempi aumentano quando aumentano contemporaneamente il numero di clienti e di droni.

<sup>1</sup>ad ogni istanza era riservata di volta in volta 28 GB di RAM

## Capitolo 4

# Conclusioni

Per quanto emerso nell'analisi empirica del precedente capitolo si evidenziano di seguito i principali risultati.

**Grafo incompleto** Come è stato esposto nei precedenti esempi l'introduzione dei vincoli assume maggiore significato quando la schedulazione è più flessibile come quando, ad esempio, i clienti sono relativamente vicini alle soste per cui si ha più scelta per effettuare le ricariche. In questo modo si riusciranno a diminuire i costi. Questa maggiore flessibilità può dipendere da tutti gli elementi coinvolti. In particolare si è evidenziato che:

- La flessibilità può derivare dal percorso del veicolo: gli archi che può percorrere e soprattutto quelli che non può percorrere.
  1. se si hanno mezzi limitati ma comunque sufficienti (ad esempio i droni o il tempo nel nostro caso) si sceglie di servire i clienti da un nodo meno vantaggioso, aumentando i costi. Questo nodo svantaggioso è incluso nella soluzione perché è direttamente collegato al deposito e consente di effettuare le consegne nel tempo previsto servendo tutti i clienti e restituendo una soluzione esatta (quindi rispettando tutti i vincoli).
  2. se è possibile aumentare ciò che è limitante, invece, i clienti verranno serviti in maniera da ridurre i costi

Il percorso del veicolo è molto più stabile dello scheduling soprattutto se i collegamenti sono abbastanza restrittivi. Lo schema delle consegne si modifica più facilmente, a seconda dei vincoli sulle ricariche, del numero dei droni. D'altronde, come detto nell'introduzione, i due obiettivi della logistica di ottimizzazione e riduzione delle esternalità sono a volte in contrasto, per cui i nuovi vincoli generano in generale cambiamenti.

**Vincolo “consegna-spostamento”** non necessariamente si riscontra un miglioramento nella funzione obiettivo. Infatti il veicolo, dovendo aspettare i droni, potrebbe essere costretto a servire più clienti dalla stessa fermata ed aumentare i costi di consegna associati ai droni. Il raggiungimento di un nodo più vantaggioso per le consegne non rispetterebbe questo o altri vincoli, non consentendo ad esempio il rientro al deposito all'interno dell'orizzonte temporale considerato. D'altro canto, rimanendo nei nodi da cui i droni effettuano consegne, poi questi si muovono in maniera congiunta tra le soste. Questo consente di ottimizzare le ricariche negli spostamenti. Ci si aspetta un maggior numero di ricariche.

**Vincolo sulle ricariche** Può potenzialmente implicare la riorganizzare delle consegne in modo da ridurre le ricariche, almeno quelle utili per servire i clienti. Infatti, avendo sempre a disposizione droni carichi, si possono eventualmente raggiungere più clienti da una successiva sosta. Permette di riconsegnare i droni carichi al deposito.

In generale sembrerebbe che gli spostamenti sia del drone che del veicolo siano ridotti o quantomeno meglio sfruttati nel caso in cui si eguolino i costi.



## Capitolo 5

# Appendice A - codice

```

execute timeTermination {
    cplex.tilim = 3600*4;
    //cplex.tilim = 60 * 10;
}

int n = ...;
int c = ...;
int d = ...;
int t = ...;
int terms_num = 3; // Numero di termini in f.o.
int table_terms = 10; // Numero di righe per la tabella excel
float lambda_step = 1/10; // Ogni lambda viene diminuito di un certo step

range N = 1..n;
range C = 1..c;
range D = 1..d;
range T = 0..t;
range Tdim=0..t-1;
range terms = 0..terms_num-1;
range TOT_terms = 0..4;

int Emax = 48;
int Emin = 4;
int E_drone = 3; // Circa 4Wh per km
float E_truck = 1150; // Circa 1.15 kWh per km
int speed_truck = 15; // Circa 15 Km/h

tuple tappa {
    float lat;
    float lon;
}

tuple cliente {
    float lat;
    float lon;
}

```

---

```

tuple arco {
int i;
int j;
int cost; // In Wh -> Energia
float dist; // In Km -> Distanza
}

{arco} A1;
{arco} A2;

{tappa} tappe = ...;
{cliente} clienti = ...;

range cols = 1..2;
string colors[cols] = ...;
float t_start;

float dist[N][N]=...; // Distanze fra due soste in km
int dist2[N][C]; // Distanze fra nodo e cliente
int reachable[C]; // 1 se cliente raggiungibile 0 altrimenti

float lambda[TOT_terms] = ...; // Coefficienti da moltiplicare
int param[TOT_terms] = ...; // Termini per normalizzare

// Nuove variabili
dvar float+ dmax[T]; // Tempo max di una missione di un drone in un time slot t
dvar float+ I[D][T];
float TS = 0.5; // Durata time slot (in ore)
dvar float+ obj_dmax;

int Nc;

// Trasformazione coordinate con la formula di Haversine
execute {
function degToRad(degree) {
return Math.PI/180 * degree
}

var i = 1, j = 1;
var R = 6371; // Raggio della Terra in km

// Cambiamento per grafo incompleto considerando di ricevere una matrice simmetrica
//nei dati
for(var ii in N) {
for(var jj in N) {
if(dist[ii][jj] <= speed_truck*TS) {
A1.add(ii, jj, E_truck*Op1.ceil(dist[ii][jj]),
Op1.ceil(dist[ii][jj]));
A1.add(jj,ii, E_truck*Op1.ceil(dist[ii][jj]),

```

```

        Opl.ceil(dist[ii][jj]));
        // Senza Opl.ceil() -> distanze precise ma il modello
        // è molto lento
    }
}

for(var cl in C) {
    reachable[cl] = 0;
}

i = 1;
j = 1;

// Distanze tra soste e clienti
for(var t in tappe) {
    for(var cl in clienti) {
        var latr = degToRad(cl.lat - t.lat);
        var lonr = degToRad(cl.lon - t.lon);
        var lat1r = degToRad(t.lat);
        var lat2r = degToRad(cl.lat);

        var a = Math.sin(latr/2) * Math.sin(latr/2) + Math.sin(lonr/2) *
            Math.sin(lonr/2) * Math.cos(lat1r) * Math.cos(lat2r);
        var c = 2 * Math.atan2(Math.sqrt(a), Math.sqrt(1-a));
        dist2[i][j] = Opl.round(R * c * 10); // Calcolo in km

        if(E_drone*2*dist2[i][j] <= Emax-Emin && dist2[i][j] != 0) {
            reachable[j] = 1;
            A2.add(i, j, 2*E_drone*dist2[i][j], 2*dist2[i][j]);
        }
        j++;
    }
    j=1;
    i++;
}

Nc = 0;
for(var cl in C) {
    if(reachable[cl] == 1)
        Nc++;
}

var date = new Date();
t_start = date.getTime();
}

dvar int x[A2][D][T] in 0..1; // 1 se Cliente C servito dal drone D
//dal nodo N al tempo T, 0 altrimenti
dvar int y[N][T] in 0..1; // 1 se il truck si trova al nodo N
//al tempo T, 0 altrimenti
dvar int z[A1][T] in 0..1; // 1 se il truck si sposta

```

```

//dal nodo N1 al nodo N2 al tempo T-1
dvar float+ e[D][T]; // Energia del drone D al tempo T
dvar float+ f[A1][T]; // Variabile di flusso dal nodo N1 al nodo N2 al tempo T

dvar int w[D][T] in 0..1; // 1 se il drone D si ricarica al tempo T, 0 altrimenti
dvar int q[D][T] in 0..1; // 1 se il drone D al tempo T serve almeno 1 cliente o 0
dvar float+ r[D][T]; // Per la linearizzazione dell'a funzione sull'energia

// Variabili per il risultato
dvar int+ res;
dvar int+ truck_km;
dvar int+ truck_en;
dvar int+ drone_km;
dvar int+ drone_en;
dvar int+ drone_energy_level;

dvar int+ c_sat; // Customers satisfied

dvar int+ k[T]; // Numero di clienti serviti al tempo T

float M = 1.0 * maxint;
int W = 5000;
dvar int+ tmax;

// Nuove nuove variabili
dvar int m1[D][T] in 0..1;
dvar int m2[D][T] in 0..1;

minimize
  (sum(a in A1, ti in T)
    a.cost * z[a][ti])/param[0]
  + (sum(a in A2, di in D, ti in T)
    a.cost * x[a][di][ti])/param[1];

subject to {

  forall(ni in N) {
    vnr1:
      sum(a in A1, ti in T: a.i == ni && a.i != a.j) z[a][ti] <= 1;

    vnr2:
      sum(a in A1, ti in T: a.j == ni && a.i != a.j) z[a][ti] <= 1;
  }

  forall(ti in T: ti>0) {
    ctk1:
      k[ti] == k[ti-1] + sum(a in A2, di in D) x[a][di][ti];
  }

```

---

```

}

forall(ti in Tdim) {
    ctk2:
    sum(a in A1: a.j==1) z[a][ti+1] >= 1 + (k[ti] - Nc);

    ctk3:
    sum(a in A1:a.i!=1 && a.j==1) z[a][ti+1] <= 1 - (k[ti] - Nc);
}

// Vedere sopra: reachable è definita 1 solo nel caso in cui
// un cliente è effettivamente raggiungibile dal drone
forall(j in C) {
    ct2:
    sum(ti in T, di in D, a in A2: ti>0 && j==a.j)
    x[a][di][ti] == reachable[j];
}

forall(di in D, ti in T, a in A2: ti>0 && ti<=t) {
    ct4:
    x[a][di][ti] <= y[a.i][ti];
}

forall(i in N, ti in T: ti>0) {
    ct5:
    y[i][ti] == sum(a in A1: a.j==i) z[a][ti-1];
}

ct6:
sum(a in A1: a.i==1 && a.j!=1)
    z[a][0] == 1;

ctnew:
y[1][0] == 1;

ct7:
sum(a in A1: a.j==1 && a.i!=1)
    z[a][t] == 1;

forall(i in N, ti in T: ti>0) {
    ct8:
    sum(a in A1: i==a.j) f[a][ti-1]
    - sum(a in A1: i==a.i) f[a][ti] == y[i][ti];
}

forall(a in A1, ti in T) {
    ct9:
    f[a][ti] <= (t)*z[a][ti];
}

```

---

```

forall(ti in T) {
    sum(a in A1)
    z[a][ti] == 1;
}

// Vincolo per non ripassare su un arco in istanti diversi
forall(a in A1: a.i!=a.j) {
    sum(ti in T)
    z[a][ti] <= 1;
}

forall(di in D) {
    ct10:
    e[di][0] == Emax;
}

forall(di in D, ti in T) {
    ct11:
    e[di][ti] <= Emax;
    ct12:
    e[di][ti] >= Emin;
}

forall(di in D, ti in T: ti>0) {
    ct18:
    e[di][ti] == (e[di][ti-1] - sum(a2 in A2) x[a2][di][ti] * a2.cost
    + Emax*w[di][ti] - r[di][ti]);
}

forall(i in N, ti in T: ti>0) {
    ct14:
    sum(a in A1: a.i==i)
    z[a][ti] == y[i][ti];
}

forall(di in D, ti in T: ti>0) {
    ctr1:
    r[di][ti] <= e[di][ti-1];
    ctr2:
    r[di][ti] <= w[di][ti] * M;
    ctr3:
    r[di][ti] >= e[di][ti-1] - (1 - w[di][ti]) * M;
}

forall(di in D, ti in T) {
    w[di][ti] + q[di][ti] <= 1;
}

```

```

}

forall(a2 in A2, di in D, ti in T) {
    q[di][ti] >= x[a2][di][ti];
}

forall(di in D, ti in T) {
    1/30 *sum(a2 in A2) x[a2][di][ti] * a2.dist <= 0.5;
}

// Vincolo per fix: gli archi entranti sul deposito devo essere al più 1
ct_fix:
sum(ti in T, a in A1: a.i != 1 && a.j==1)
z[a][ti] <= 1;

    forall(di in D, ti in T: ti>0) {
        I[di][ti] == TS - 1/30 * sum(a2 in A2) x[a2][di][ti] * a2.dist;
    }
    forall(di in D, ti in T: ti>0) {
        dmax[ti] >= I[di][ti];
    }

/*-----*/

// Nuovo vincolo consegna-spostamento
forall(di in D, ti in T){
    sum(a2 in A2) x[a2][di][ti] <= (1- sum(a in A1: a.j!=a.i)z[a][ti]);
}

// Definizioni variabili per le ricariche obbligate
forall (di in D,ti in T){
    m1[di][ti]*M >= - (e[di][ti] - 0.5*(Emax-Emin));
}

// Vincolo che impone le ricariche
forall (di in D,ti in T){
    w[di][ti] <= 1 + M*(1- sum(a in A1: a.j!=a.i) z[a][ti])
    + M*(1-m1[di][ti]);
    w[di][ti] >= 1 - M*(1- sum(a in A1: a.j!=a.i) z[a][ti])
    - M*(1-m1[di][ti]);
}

// Vincolo definizione variabile
forall (di in D, ti in T){
    m2[di][ti]*M >= (e[di][ti] - 0.5*(Emax-Emin));
}

```

```

//vincolo relazione m1 e m2
forall (di in D, ti in T){
    m1[di][ti] + m2[di][ti] <=1;
}

res == sum(a in A1, ti in T:ti>0) a.cost * z[a][ti] +
sum(a in A2, di in D, ti in T:ti>0) a.cost * x[a][di][ti]; //ti>0
truck_km == sum(a in A1, ti in T) a.dist * z[a][ti];
truck_en == sum(a in A1, ti in T) a.cost * z[a][ti];
drone_km == sum(a in A2, di in D, ti in T) a.dist * x[a][di][ti];
drone_en == sum(a in A2, di in D, ti in T) a.cost * x[a][di][ti];
c_sat == sum(di in D, a in A2, ti in T: ti>0) x[a][di][ti];
drone_energy_level == sum(di in D, ti in T) e[di][ti];
obj_dmax == sum(ti in T: ti>0) (dmax[ti]);

}

// Fix per le ricariche consecutive
int recharge[D][T]; // 1 se cliente raggiungibile 0 altrimenti
execute {
    for(var d in thisOplModel.D) {
        var prec = 0;
        for(var t in thisOplModel.T) {
            if(prec == 1) {
                if(w[d][t] == 0) {
                    prec = 0;
                } else {
                    recharge[d][t] = 0;
                }
                continue;
            }
            if(w[d][t] == 1) {
                recharge[d][t] = 1;
                prec = 1;
            }
        }
    }
}

// Variante di visualizzazione del risultato
execute {

    var date2 = new Date();

    function format2 (f) {
        f = Math.round(f*100);
        var fs = f.toString();

        var s2 = fs.substring(0,2);
        if(s2.length == 1) fs = "0.0" + s2;
    }
}

```



```

        else fs = "0."+ s2
        return fs;
    }

    var l = thisOplModel.lambda;
    var stringa = "";
    for(var term in terms) {
        stringa += format2(l[term]);
        if(term != thisOplModel.terms_num-1) stringa += "-";
    }

    var time = (date2.getTime()-thisOplModel.t_start)/1000;
    var gap = cplex.getMIPRelativeGap();
    if(gap < 1e-4) {
        gap = 0;
    }

    //-----//

    var file = new IloOplOutputFile("log/output-"+C+thisOplModel.c+"-
D"+thisOplModel.d+"_"+stringa+".txt");
    file.writeln("Clienti: "+thisOplModel.c+" - Droni: "+thisOplModel.d+" -
TimeSlots: "+(thisOplModel.t+1))
    file.writeln("F.O. complessiva: "+ cplex.getObjValue());
    file.writeln("func_GAP: ", cplex.getMIPRelativeGap());
    file.writeln("calc_GAP: ", gap);
    //file.writeln("Valore ottimale funzione obiettivo: "+thisOplModel.res);
    file.writeln("Tempo di esecuzione in secondi: ", time);
    file.writeln("Consegne finite all'istante T: "+thisOplModel.tmax);

    file.writeln("\nTermini in FO:");
    file.writeln("\tFO1: "+thisOplModel.truck_en/param[0]);
    file.writeln("\tFO2: "+thisOplModel.drone_en/param[1]);

    var n = 0;
    for(var cl in C) {
        if(reachable[cl] == 1) {
            n++;
        }
    }

    file.writeln("\nTruck:");
    file.writeln("\tChilometri Percorsi: "+thisOplModel.truck_km+" km");
    file.writeln("\tEnergia utilizzata: "+thisOplModel.truck_en+" Wh");
    file.writeln("Drone/i:");
    file.writeln("\tChilometri Percorsi: "+thisOplModel.drone_km+" km");
    file.writeln("\tEnergia utilizzata: "+thisOplModel.drone_en+" Wh");
    file.writeln("\tTotale livello energia: "+
thisOplModel.drone_energy_level+" Wh");
    file.writeln("\tClienti soddisfatti: "+thisOplModel.c_sat+"/"+n+"
("+thisOplModel.c+)");

```

```

file.writeln("\tdmax sum: "+ thisOplModel.obj_dmax);

file.writeln("\nClienti serviti dalle tappe (%n/C):")
for(var n in thisOplModel.N) {
    var cnt = 0;
    for(var t in thisOplModel.T){
        for(var a in thisOplModel.A2) {
            for(var d in thisOplModel.D) {
                if(a.i == n && x[a][d][t] == 1) {
                    cnt += 1;
                }
            }
        }
    }
    file.writeln("\t"+"Tappa "+n+": "+100*(cnt/thisOplModel.c)+"% - "+cnt+"/"+thisOplModel.c);
}

file.writeln("\nConsegne effettuate con i droni:")
for(var t in thisOplModel.T){
    for(var a in thisOplModel.A2){
        for(var d in thisOplModel.D){
            if(x[a][d][t] == 1 && t!=0) {
                file.writeln("\t"+"Nodo: "+a.i+" Cliente: "+a.j+" Drone: "+d+" Time: "+t);
            }
        }
    }
}

file.writeln("\nArchi percorsi dal truck:");
for(var t in thisOplModel.T){
    for(var a in thisOplModel.A1){
        if(z[a][t] == 1) {
            file.writeln("\t"+"Nodo1: "+a.i+" Nodo2: "+a.j+" Time: "+t);
        }
    }
}

file.writeln("\nRicariche dei droni:");
for(var d in thisOplModel.D){
    for(var t in thisOplModel.T){
        if(recharge[d][t] == 1) {
            file.writeln("\t"+"Drone: "+d+" Time: "+t);
        }
    }
    file.writeln("");
}

file.writeln("\nLivello di energia dei droni:");
for(var d in thisOplModel.D){

```

```

        for(var t in thisOplModel.T){
            file.writeln("\t"+"Drone: "+d+" Time: "+t+" = "+e[d][t]);
        }
file.writeln("");
}

// Calcolo degli idle time
file.writeln("\nTempo di inattività (idle time) in minuti:");
var idle_time = 0
for(var t in thisOplModel.T){
    var max_time = 0;
    for(var d in thisOplModel.D){
        var tot_dist = 0;
        for(var a in thisOplModel.A2){
            tot_dist += x[a][d][t] * a.dist
            //dlv_time += 1/30 * (x[a][d][t] * a.dist);
        }
        var dlv_time = 1/30 * tot_dist
        if(dlv_time > max_time) {
            max_time = dlv_time;
        }
    }
    file.writeln("T:", t, " - Idle time: ", (0.5 - max_time)*60);
    if(max_time != 0) idle_time += (0.5 - max_time)*60;
}
file.writeln("");
file.writeln("Total idle time: ", idle_time);
file.close();
}

// Clienti raggiungibili a cui sono state effettuate le consegne vengono
saltati in un file customers.txt
execute {
    var file = new IloOplOutputFile("customers.txt");
    var j = 1;
    file.writeln("clienti = {");
    for(var cl in thisOplModel.clienti) {
        if(reachable[j] == 1) {
            file.writeln("<"+cl.lat+", "+cl.lon+">");
        }
        j++;
    }
    file.writeln("}");
    file.close();
}
}

```

# Bibliografia

- [1] N. Agatz, P. Bouman, and M. Schmidt. Optimization approaches for the traveling salesman problem with drone. *Transportation Science*, Vol. 52:965–981, 2018.
- [2] M. Amine Masmoudi, S. Mancini, and Y.H. Baldacci, R.and Kuo. Vehicle routing problems with drones equipped with multi-package payload compartments. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 2022,, Vol. 164, 2022.
- [3] L. Amorosi, R. Caprari, T.G. Crainic, P. Dell’Olmo, and N. Ricciardi. An integrated routing-scheduling model for hybrid uav based delivery system. *Report CIRRELT 17-2020*, 2020.
- [4] L Amorosi, L. Cedola, P. Dell’Olmo, and F. Lucchetta. Multi-objective mathematical programming for optimally sizing and managing battery energy storage for solar photovoltaic system integration of a multi-apartment building. *Engineering Optimization*, Vol. 54:81–100, 2022.
- [5] L. Amorosi, L. Chiaraviglio, and J. Galan-Jimenez. Optimal energy management of uav-based cellular networks powered by solar panels and batteries: Formulation and solutions. *IEEE Access*, Vol. 7:53698–53717, 2019.
- [6] J.F Campbell, D. Sweeney, and J. Zahang. Strategic design for delivery with trucks and drones. *Technical Report*, 2017, 2017.
- [7] J.G. Carlsson and S. Song. Coordinated logistics with a truck and a drone. *Management Science*, Vol. 64:4052–4069, 2017.
- [8] S. Cavani, M. Iori, and R. Roberti. Exact methods for the traveling salesman problem with multiple drones. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 2021,, Vol. 130, 2021.
- [9] D. Chauhan, A. Unnikrishnan, and M. Figliozzi. Maximum coverage capacitated facility location problem with range constrained drones. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, Vol. 99:1–18, 2019.
- [10] C. Cheng, Y. Adulyasak, and L. M. Rousseau. Formulations and exact algorithms for drone routing problem. *Technical Report*, 2018, 2018.
- [11] L. Chiaraviglio, L. Amorosi, F. Malandrino, C. F. Chiasserini, C. Casetti, and P. Dell’Olmo. Optimal throughput management in uav-based networks during disasters. In *IEEE Conference on Computer Communications*, 2019.

- [12] Y. Choi and P.M. Schonfeld. Optimization of multi-package drone deliveries considering battery capacity. In *96th Annual Meeting of the Transportation Research Board, Washington, DC (Paper No. 1705769)*., 2017.
- [13] W.P. Coutinho and al. A branch-and-bound algorithm for the close-enough traveling salesman problem. *Inform Journal On Computing*, Vol. 28:752–765, 2016.
- [14] I. Dayarian, M. Savelsbergh, and J.P. Clarke. Same-day delivery with drone resupply. *Optimization Online*, 2017, 2017.
- [15] M. Dell’Amico, R. Montemanni, and S. Novellani. Matheuristic algorithms for the parallel drone scheduling traveling salesman problem. *Annals of Operations Research*, Vol. 289:211–226, 2020.
- [16] M. Dell’Amico, R. Montemanni, and S. Novellani. Exact models for the flying sidekick traveling salesman problem. *International Transactions in Operational Research*, Vol. 29:1360–1393, 2022.
- [17] DHL. Unmanned aerial vehicles in logistics. *DHL Trend Research*, 2014, 2014.
- [18] Agenda Digitale. Logistica nelle città: come rendere sostenibile le consegne nei centri urbani, 2023.
- [19] K. Dorling, J. Heinrichs, G.G. Messier, and S. Magierowski. Vehicle routing problems for drone delivery. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, Vol. 47:70–85, 2017.
- [20] S.M. Ferrandez, T. Harbison, T. Weber, R. Sturges, and R. Rich. Optimization of a truck-drone in tandem delivery network using k-means and genetic algorithm. *Journal of Industrial Engineering and Management*, Vol. 9:374–388, 2016.
- [21] Q.M. Ha, Y. Deville, Q.D. Pham, and M.H. HÃ . Heuristic methods for the traveling salesman problem with drone. *ArXiv preprint arXiv: 1509.08764*, 2015, 2015, 2015.
- [22] I. Hong, M. Kuby, and A.T. Murray. A range-restricted recharging station coverage model for drone delivery service planning. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, Vol. 90:198–212, 2018.
- [23] G. Macrina, L. Di Puglia Pugliese, F. Guerriero, and G. Laporte. Drone-aided routing: A literature review. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, Vol. 120:183–200, 2020.
- [24] M. Marinelli, L. Caggiani, M. Ottomanelli, and M. Dell’Orco. En-route truck-drone parcel delivery for optimal vehicle routing strategies. *IET Intelligent Transport Systems*, Vol. 12:253–261, 2017.
- [25] N. Mathew, S.L. Smith, and S.L. Waslander. Planning paths for package delivery in heterogeneous multi-robot teams. *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, Vol. 12:1298–1308, 2015.
- [26] M. Moshref-Javadi and S. Lee. Using drones to minimize latency in distribution systems. In *IE Annual Conference, Proceedings*, pages 235–240, 2017.

- [27] M. Moshref-Javadi, S. Lee, and M. Winkenbach. Design and evaluation of a multi-trip delivery model with truck and drones. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 2020,, Vol. 136, 2020.
- [28] C.C. Murray and A.G. Chu. The flying sidekick traveling salesman problem: Optimization of drone-assisted parcel delivery. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, Vol. 54:86–109, 2015.
- [29] C.C. Murray and R. Ritwik. The multiple flying sidekicks traveling salesman problem: Parcel delivery with multiple drones. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, Vol. 110:368–398, 2020.
- [30] F. Nexand and F. Remondino. Uav for 3d mapping applications: A review. *Appl.Geomat.*, Vol. 6:1–15, 2014.
- [31] G. Oh, Y. Kim, J. Ahn, and H. L. Choi. Task allocation of multiple uavs for cooperative parcel delivery. *Advances in Aerospace Guidance, Navigation and Control*, pages 443–454, 2017.
- [32] A. Otto, N. Agatz, J. Campbell, B. Golden, and E. Pesch. Optimization approaches for civil applications of unmanned aerial vehicles (uavs) or aerial drones: A survey. *Networks*, Vol. 72:1–48, 2018.
- [33] J. H. Park, R. Mirjalili, M. J. Côté, and G. J. Lim. Scheduling diagnostic testing kit deliveries with the mothership and drone routing problem. *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, Vol. 105, 2022, 2022.
- [34] S. Poikonen and J.F. Campbell. Future directions in drone routing research. *Networks*, Vol. 77:116–126, 2021.
- [35] S. Poikonen and B. Golden. Multi-visit drone routing problem. *Computers and Operations Research*, 2020,, Vol. 113, 2020.
- [36] S. Poikonen, B. Golden, and E.A. Wasil. A branch-and-bound approach to the traveling salesman problem with a drone. *Inform's Journal On Computing*, Vol. 31:335–346, 2019.
- [37] S. Poikonen, X. Wang, and B. Golden. The vehicle routing problem with drones: Extended models and connections. *Networks*, Vol. 70:34–43, 2017.
- [38] A. Ponza. Optimization of drone-assisted parcel delivery. *Master's thesis, University of Padova, Italy*, 2016, 2016.
- [39] L.D.P. Pugliese and F. Guerriero. Last-mile deliveries by using drones and classical vehicles. In *International Conference on Optimization and Decision Science*, pages 557–565, 2017.
- [40] RedazioneLogisticaNews. Per i consumatori italiani non è ancora una priorità, ma la richiesta green è in crescita, 2021.
- [41] R. Roberti and M. Ruthmair. Exact methods for the traveling salesman problem with drone. *Transportation Science*, Vol. 55:315–335, 2021.
- [42] D. Rojas Vilorio, E. L. Solano-Charris, A. Muñoz-Villamizar, and J. R. Montoya-Torres. Unmanned aerial vehicles/drones in vehicle routing problems: a literature review. *International Transaction in Operational Research*, Vol. 28:1626–1657, 2020.

- [43] Mohamed R. Salama and S. Srinivas. Collaborative truck multi-drone routing and scheduling problem: Package delivery with flexible launch and recovery sites. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, Vol. 164, 2022, 2022.
- [44] J. Scott and C. Scott. Drone delivery models for healthcare. In *Proceedings of the 50th Hawaii International Conference on System Sciences*, pages 3297–3304, 2017.
- [45] K. Sundar and S. Rathinam. Algorithms for routing an unmanned aerial vehicle in the presence of refueling depots. *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, Vol. 11:287–294, 2014.
- [46] P. Tokekaretal. Sensor planning for a symbiotic uav and ugv system for precision agriculture. *IEEE Trans.Robot.*, pages 1498–1511, 2016.
- [47] X. Wang, S. Poikonen, and B. Golden. The vehicle routing problem with drones: Several worst-case results. *Optimization Letters*, Vol. 11:679–697, 2017.