

Sveučilište u Splitu  
Fakultet elektrotehnike, strojarstva i brodogradnje

Algoritmi

# Vježba 1

Nositelj kolegija: izv.prof.dr.sc Matko Šarić  
Suradnici u nastavi: asistent Marin Maslov, mag.ing.

## Uvod

Ovo je uvodna vježba u problematiku određivanja složenosti algoritama koja se bavi **pronaskom asimptotskih granica** (rješavanja suma), odnosno, definiranjem rješenja sume te problematikom dokaza izraza **indukcijom**.

Prije rješavanja zadataka, poželjno je prethodno obrazložiti nekoliko temeljnih informacija. Naime, kasnije vježbe će pokazati da se algoritmi a posebice, petlje, matematički prikazuju pomoću izraza sume ( $\Sigma$ ) sa donjom i gornjom granicom (petlja ide od donje do gornje granice).

U skripti koja je dostupna na portalu kolegija, u **poglavlju 2.4. Sumacije**, navedeni su različiti standardni oblici suma i pripadnih rješenja (aritmetički red, geometrijski red, harmonijski red i kvadratni red). Bitno je uočiti da izrazi za sume (na lijevoj strani jednakosti) ima izraz unutar sume te donje i gornje granice, a s desne strane, kao rješenje sume, jest izraz koji je funkcija  $f(n)$ . U analogiji, vrijednost  $n$  je npr. broj elemenata jednodimenzionalnog (1D) niza koje je potrebno ispisati s petljom koja tada mora imati  $n$  iteracija. Potrebno vrijeme da algoritam iz navedenog primjera ispiše sve elemente je direktno zavisno o broju elemenata tog niza, odnosno, upravo o parametru  $n$ . Rješenje sume je izraz koji nam govori o složenosti algoritma.

Navedene sume su standardne i njihova rješenja su poznata. Kako postupiti kada imamo specifičan algoritam koji ima specifičan oblik sume? Odnosno, kako naći rješenje drugih specifičnih oblika suma u ne-standardnim situacijama? U ovoj problematici nam u korist idu upravo pristupi **Upotreba grubih granica** i **Aproksimiranje korištenjem integrala**. Navedeni pristupi nam omogućavaju da za dobiveni izraz sume pronađemo pripadno rješenje. Upravo ovom problematikom, bavi se 1. zadatak vježbe.

Sljedeća problematika vježbe je dokaz indukcijom. Naime, u 2., 3. i 4. zadatku vidljivo je da su zadane sume ali i njihova rješenja. Kako provjeriti vrijedi li tvrdnja da je lijeva strana (izraz sa sumom) jednaka desnoj strani (izraz s parametrom  $n$ )?

Dokaz indukcijom nam upravo omogućava da kroz nekoliko koraka i hipoteza provjerimo vrijedi li tvrdnja da je desna strana, odnosno funkcija  $f(n)$  (izraz s parametrom  $n$ ) rješenje sume koja je na lijevoj strani jednakosti.

- ① Preporučljivo je pročitati poglavlje 2.6. Rješavanje suma (skripta str. 12) u kojem su opisani postupci upotrebe grubih granica, aproksimiranje korištenjem integrala i upotreba indukcije.

## Vježba 1

### Zadatak 1.

Pronađite asimptotske granice (riješite sumu) za sljedeći niz (pretpostavite da je  $r \geq 0$  konstanta).

$$\sum_{i=1}^n i^r$$

### Zadatak 2.

Dokažite indukcijom da je sljedeći izraz točan.

$$\sum_{i=1}^n i(i-1)(i-2) = \frac{(n+1)n(n-1)(n-2)}{4}$$

### Zadatak 3.

Pokažite indukcijom je li sljedeći izraz točan.

$$\sum_{i=1}^n (2i-1)^3 = n^2(2n^2-1)$$

### Zadatak 4.

Pokažite indukcijom je li sljedeći izraz točan.

$$\sum_{i=1}^n i(i!) = (n+1)!$$