

Mecánica Clásica 1 Tarea 2

Mario Caicedo

Diciembre, 2021

1. Preguntas

Discusión 1 *Describa las ideas aristotélicas acerca del movimiento, ¿le parecen intuitivas?*

Discusión 2 *Trate de explicar los elementos necesarios para poder hablar razonablemente acerca de movimiento.*

Discusión 3 *¿Qué es un Sistema de Referencia Inercial?, ¿por qué son interesantes?*

Discusión 4 *¿De qué trata la mecánica Newtoniana?, ¿Cuales cree usted que sean las hipótesis (o axiomas si prefiere) que la soportan.*

Discusión 5 *En qué consiste el concepto de **inercia** (masa) ¿Puede dar algunos ejemplos (fotografías o videos) en que la inercia juegue un papel visiblemente notable?*

Discusión 6 *Muchos de los elementos del entrenamiento de los astronautas parecen repetitivos y hasta tontos, por ejemplo, ¿qué interés puede tener arrojar objetos en un vuelo parabólico?*

Discusión 7 *Enuncie las leyes de Newton. “Defina” los conceptos que sean necesarios*

Discusión 8 *¿Qué es (o son) la ecuación (ecuaciones) de movimiento?. ¿Qué es la ley horaria de un punto material?*

2. Problemas

Problema 1 *Considere un punto material que se mueve a lo largo de una recta de tal manera que encuentra una resistencia al avance proporcional a su velocidad. Sea v_0 la rapidez de la partícula en $t = 0$.*

1. *Encuentre la ecuación de movimiento*

2. *Sea v_0 la rapidez de la partícula en $t = 0$, encuentre la ley horaria de la partícula para $t > 0$*

Problema 2 *Considere la siguiente modificación al problema 1.*

Un punto material cae verticalmente bajo la acción de la gravedad, el roce con el aire crea una resistencia al movimiento proporcional a la velocidad de la partícula.

1. Encuentre la ecuación de movimiento
2. ¿Puede decir algo en relación a la velocidad de la partícula sin resolver la ecuación de movimiento?
3. Encuentre la velocidad de la partícula para $t > 0$

Problema 3 Un punto material se mueve a lo largo del eje x bajo la acción de una fuerza **restauradora** de la forma $\mathbf{F} = -\kappa x \hat{\mathbf{e}}_x$ ($\kappa > 0$)

1. ¿Cuál es la ecuación de movimiento?
2. Integre la ecuación de movimiento con las condiciones iniciales $x(0) = x_0$ y $\dot{x}(0) = v_0$

Problema 4 Considere la segunda ley de Newton para un punto material que se mueve a lo largo del eje x bajo la acción de una fuerza que depende solo de la posición, es decir

$$m\ddot{x} = F(x). \quad (1)$$

Use la igualdad (regla de la cadena)

$$\ddot{x} = \frac{d\dot{x}}{dx} \frac{\dot{x}}{dt}, \quad (2)$$

para integrar el lado izquierdo de la ecuación 1, interprete el resultado

Problema 5 Defina

$$U_b - U_a = - \int_a^b F(x) dx. \quad (3)$$

para demostrar que, bajo las condiciones del problema 4

$$T_a + U_a = T_b + U_b, \quad (4)$$

en donde la definición de T corre por cuenta suya. Interprete el resultado.

Nota Los problemas 9 y 10 generalizan el resultado que acabamos de encontrar para una partícula que se mueve en el espacio tridimensional.

Problema 6 Encuentre la ley horaria de una partícula que se mueve con aceleración constante.

Problema 7 Un péndulo simple (ideal) está constituido por una masa puntual m que se suspende de un punto de soporte fijo por medio de un hilo inextensible y sin masa de longitud ℓ (figura 1).

1. Encuentre la ecuación de movimiento para la partícula.
2. Calcule la tensión de la cuerda en cualquier punto del movimiento.
3. Encuentre la ley horaria de la partícula para ángulos pequeños¹ ($\theta \ll 1$).

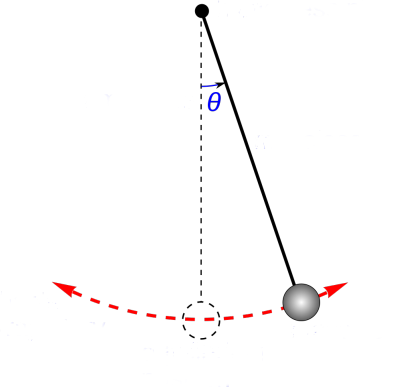


Figura 1: Péndulo simple.



Figura 2: Lazo de una montaña rusa

Problema 8 Haga el análisis de las fuerzas que actúan sobre el “carrito” en cualquier punto del lazo (loop) la figura 2. Suponga que la geometría del lazo es circular.

Problema 9 Encuentre el valor de la integral de línea

$$I = \int_C m \ddot{\mathbf{r}} \cdot d\mathbf{r}, \quad (5)$$

donde \mathbf{r} es el vector de posición de un punto material con respecto a un sistema de referencia inercial y C es un camino que une dos puntos A y B del espacio.

¹¿Hasta que valor de θ podremos pensar que el ángulo es chico?

Ayuda: Piense en las igualdades

$$\ddot{\mathbf{r}} = \dot{\mathbf{v}} \quad y$$

$$\dot{\mathbf{v}} = \frac{d\mathbf{v}}{d\mathbf{r}} \frac{d\mathbf{r}}{dt} = \mathbf{v} \frac{d\mathbf{v}}{d\mathbf{r}}$$

Problema 10 Utilice el resultado del problema 9 para relacionar las integrales

$$\int_C m \ddot{\mathbf{r}} \cdot d\mathbf{r} = \int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} . \quad (6)$$

Interpete el resultado.

Problema 11 Dada la fórmula de fuerza de Lorentz,

$$\mathbf{F} = q\mathbf{E} + q\mathbf{B} \times \dot{\mathbf{r}} \quad (7)$$

1. Considere un campo eléctrico uniforme \mathbf{E}_0 ($\mathbf{B} = 0$)

- Encuentre la ley horaria de una partícula cargada que se mueve bajo la influencia de \mathbf{E}_0
- Encuentre la trayectoria
- Discuta la energía de la partícula.

2. Repita el ejercicio anterior considerando un campo magnético uniforme \mathbf{B}_0 ($\mathbf{E} = 0$)

Problema 12 Una partícula de masa μ se mueve en un plano bajo la acción de una **fuerza central**, es decir, una fuerza que, en coordenadas polares tiene la forma

$$\mathbf{F} = F(r) \hat{\mathbf{e}}_r , \quad (8)$$

1. Encuentre las ecuaciones de movimiento de la partícula.

2. ¿Cuántas constantes de integración tiene el problema?

3. Demuestre que la cantidad $\mu r^2 \dot{\theta}$ es constante para el movimiento de la partícula.

4. ¿Hay alguna otra cantidad conservada?