

Mecánica Clásica 2 Tarea 1

Mario Caicedo

Junio, 2022

Problema 1 Considere una partícula que se mueve bajo la acción de una fuerza central, así que en coordenadas esféricas, la fuerza que actúa sobre la partícula tiene la forma

$$\mathbf{F} = F(r) \hat{\mathbf{e}}_r \quad (1)$$

1. Demuestre rigurosamente que \mathbf{F} tiene un potencial
2. Utilice la formulación de Newton para escribir las ecuaciones de movimiento
3. Encuentre la función de Lagrange para el problema y utilícela para encontrar las ecuaciones de movimiento, demuestre que son equivalentes a las que encontró anteriormente
4. Encuentre el Hamiltoniano y escriba las ecuaciones canónicas de movimiento, con este fin, utilice dos métodos
 - a) Utilice el principio de acción estacionaria con la acción canónica.
 - b) Utilice el formalismo de corchetes de Poisson.

Problema 2 Las transformaciones de Legendre son de uso común en termodinámica, en este problema estudiaremos un ejemplo.

La energía interna de un sistema químico es una función de la entropía, el volumen y la composición química,

$$U = U(S, V, \{N_i\}), \quad (2)$$

acá, N_i es el número de moles de cada especie química que aparezca en el sistema.

Usualmente, la diferencial de U se escribe como

$$U = T dS - p dV + \sum_i \mu_i dN_i U(S, V, \{N_i\}), \quad (3)$$

donde, T es la temperatura, p la presión y las cantidades μ_i son los **potenciales químicos** de las especies que aparezcan en el sistema.

1. Identifique la temperatura, la presión y los potenciales químicos como derivadas de la energía interna.

2. La entalpía se define a través de la siguiente transformación de Legendre no estándar¹,

$$H \equiv U + pV, \quad (4)$$

encuentre la diferencial de H y con ello demuestre que la entalpía es una función termodinámica cuyas variables son: $H = H(S, p, \{N_i\})$

3. La energía libre de Helmholtz se define por

$$A \equiv U - TS, \quad (5)$$

¿Cuáles son las variables de que depende A ?

¹Escriba las cosas de manera que resulte evidente que el cambio de U a H es una T. de Legendre