Ondas y Optica Tarea 0

Mario I. Caicedo

Mayo 2021

Nota Hoy día toda la inforación relevante para resoler esta tarea se encuentra a unos pocos clicks de distancia. Investigar la solución no es problemático si usted lo hace con cuidado y ánimo de entender y aprender lo que encuentre en la web.

Si lo desea puede recurrir a la bibliografía que que encontrará en el el enlace bibliografía del curso y en paticular a las notas de ecuaciones diferenciales que encontrará allí.

Problema 1. *Utilice la segunda ley de Newton para encontrar la ecuación de movimiento de una masa que se mueve sobre una superficie horizontal sin rozamiento y sobe la que actúa un resorte de constante elástica κ.*
Ayuda: *Puede utilizar un sistema de referencia en el cual, la posición de equilibrio de la partícula sea $x = 0$.*

Problema 2. *Considere la ecuación diferencial*

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 x = 0 \tag{1}$$

donde t tiene unidades de tiempo y ω_0 es constante.

1. *Proponga una solución de la forma $x(t) = e^{\lambda t}$ y encuentre las condiciones que debe satisfacer λ*

2. *¿Cuántas soluciones encontró?, ¿cuál es la solución general a la ecuación 1?*

3. *Demuestre que si exige que la solución sea real, puede poner*

$$x(t) = Acos(\omega_0\, t) + Bsen(\omega_0 t) \tag{2}$$

4. *Si las condiciones iniciales son $x(0) = x_0$ y $\dot{x}(0) = v_0$ ¿qué valores toman A y B?*

5. *Interprete la constante* ω_0

6. *Demuestre que la solución 2 puede reescribirse de las siguientes formas*

$$
\begin{aligned}
x(t) &= \mathcal{A}\, cos(\omega_0\, t + \phi) \\
x(t) &= \mathcal{A}\, sen(\omega_0\, t + \theta)
\end{aligned}
\tag{3}
$$

Problema 3. *Este problema introduce una importante modificación al problema 2 Encuentre la solución general a la ecuación diferencial:*

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 x = X_0$$

donde X_0 *es constante.*

Problema 4. *Encuentre la ecuación de movimiento de un péndulo plano de longitud* ℓ*. Reescriba la ecuación de movimieo en la aproximación de pequeñas oscilaciones.*

Problema 5. *Considere una partícula que se mueve a lo largo de un segmento rectilíneo al que asociaremos una coordenada* x*; la partícula está inmersa en un potencial* $U(x)$ *que tiene un mínimo en* $x = 0$*.*

1. *Encuentre la ecuación de movimiento alrededor de* $x = 0$*.*

2. *Demuestre que en la aproximación linealizada (solo retenemos la potencia más baja de* x*), la ecuación que resulta es la del oscilador armónico.*

3. *¿Por qué nos interesa este problema?*

Problema 6. *Una modificación importante a la ecuación 1 es la siguiente* ($\gamma > 0$)

$$\ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \omega_0^2 x = 0 \tag{4}$$

Encuentre la solución general a esta ecuación e interprete el resultado.

Describa un sistema eléctrico sencillo que obedezca a la ecuación 4