ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ-ΚΩΔΙΚΕΣ

Αριθμητικά συστήματα θέσεως

Το **δεκαδικό** σύστημα αρίθμησης, βασισμένο στα δέκα δάκτυλα των χεριών του ανθρώπου είναι αυτό που χρησιμοποιείται στις καθημερινές συναλλαγές.

Στους ηλεκτρονικούς υπολογιστές, χρησιμοποιούνται εκτός από το **δεκαδικό** και άλλα αριθμητικά συστήματα, όπως το **δυαδικό**, το **δεκαεξαδικό** και το **οκταδικό**.

Αυτά τα αριθμητικά συστήματα ανήκουν όπως το δεκαδικό, στα ***αριθμητικά συστήματα θέσεως*** (***positional number systems***) στα οποία κάθε αριθμός παρίσταται με μία παράθεση ψηφιών, όπου κάθε θέση ψηφίου έχει καθορισμένο βάρος.

Παράσταση αριθμού σε αριθμητικό σύστημα θέσεως

$$N = \left(a_{m-1}a_{m-2}\ldots a_1 a_0 . a_{-1}a_{-2}\ldots a_{-n}\right)_b$$

Τιμή του αριθμού

$$N = a_{m-1}b^{m-1} + a_{m-2}b^{m-2} + \ldots + a_1 b^1 + a_0 b^0 + a_{-1}b^{-1}a_{-2}b^{-2} + \ldots + a_{-n}b^{-n}$$

ή $$N = \sum_{k=-n}^{m-1} a_k b^k$$

a_k: ψηφία

b: βάση

Ψηφία των βασικών αριθμητικών συστημάτων

Δεκαδικό	Δυαδικό	Οκταδικό	Δεκαεξαδικό
0	0	0	0
1	1	1	1
2		2	2
3		3	3
4		4	4
5		5	5
6		6	6
7		7	7
8			8
9			9
			A
			B
			C
			D
			E
			F

Αρίθμηση στα βασικά αριθμητικά συστήματα

Δεκαδικό	Δυαδικό	Οκταδικό	Δεκαεξαδικό
0	0	0	0
1	1	1	1
2	10	2	2
3	11	3	3
4	100	4	4
5	101	5	5
6	110	6	6
7	111	7	7
8	1000	10	8
9	1001	11	9
10	1010	12	A
11	1011	13	B
12	1100	14	C
13	1101	15	D
14	1110	16	E
15	1111	17	F
16	10000	20	10
17	10001	21	11
18	10010	22	12
19	10011	23	13
•	•	•	•
•	•	•	•

Δυαδικό σύστημα αρίθμησης

Στο *δυαδικό σύστημα* αρίθμησης (*binary number system*) η βάση είναι το 2, ενώ τα ψηφία του είναι τα **0** και **1**.
Τα ψηφία 0 και 1 ονομάζονται *bit*. Η ονομασία bit προέρχεται από τη σύντμηση των λέξεων της αγγλικής γλώσσης binary digit (δυαδικό ψηφίο).
Η χρήση δύο ψηφίων για την παράσταση των αριθμών στο δυαδικό σύστημα το κάνει κατάλληλο για χρήση στα ψηφιακά συστήματα.

Τιμές ορισμένων δυνάμεων του 2 στο δεκαδικό σύστημα

n	2^n	n	2^n	n	2^n
0	1	8	256	-1	0.5
1	2	9	512	-2	0.25
2	4	10	1024	-3	0.125
3	8	11	2048	-4	0.0625
4	16	12	4096	-5	0.03125
5	32	13	8192		
6	64	14	16384		
7	128	15	32768		

Αρίθμηση στο δυαδικό σύστημα με 4 bit

8	4	2	1
			0
			1
		1	0
		1	1
	1	0	0
	1	0	1
	1	1	0
	1	1	1
1	0	0	0
1	0	0	1
.	.	.	.

8	4	2	1
0	0	0	0
0	0	0	1
0	0	1	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	0	1
0	1	1	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	0	1
.	.	.	.

Μετατροπή αριθμού από το δυαδικό στο δεκαδικό σύστημα

Παράδειγμα 2.1. Η τιμή του δυαδικού αριθμού 11001100_2 είναι:

$$\begin{aligned} 11001100_2 &= 1\times2^7+1\times2^6+0\times2^5+0\times2^4+1\times2^3+1\times2^2+0\times2^1+0\times2^0 = \\ &= 1\times128+1\times64+0\times32+0\times16+1\times8+1\times4+0\times2+0\times1 = \\ &= 128+64+8+4 = \mathbf{204}_{10} \end{aligned}$$

Παράδειγμα 2.2. Η τιμή του δυαδικού αριθμού 0.1001_2 είναι:

$$\begin{aligned} 0.1001_2 &= 1\times2^{-1}+0\times2^{-2}+0\times2^{-3}+1\times2^{-4} = \\ &= 1\times0.5+0\times0.25+0\times0.125+1\times0.0625 = \\ &= \mathbf{0.5625_{10}} \end{aligned}$$

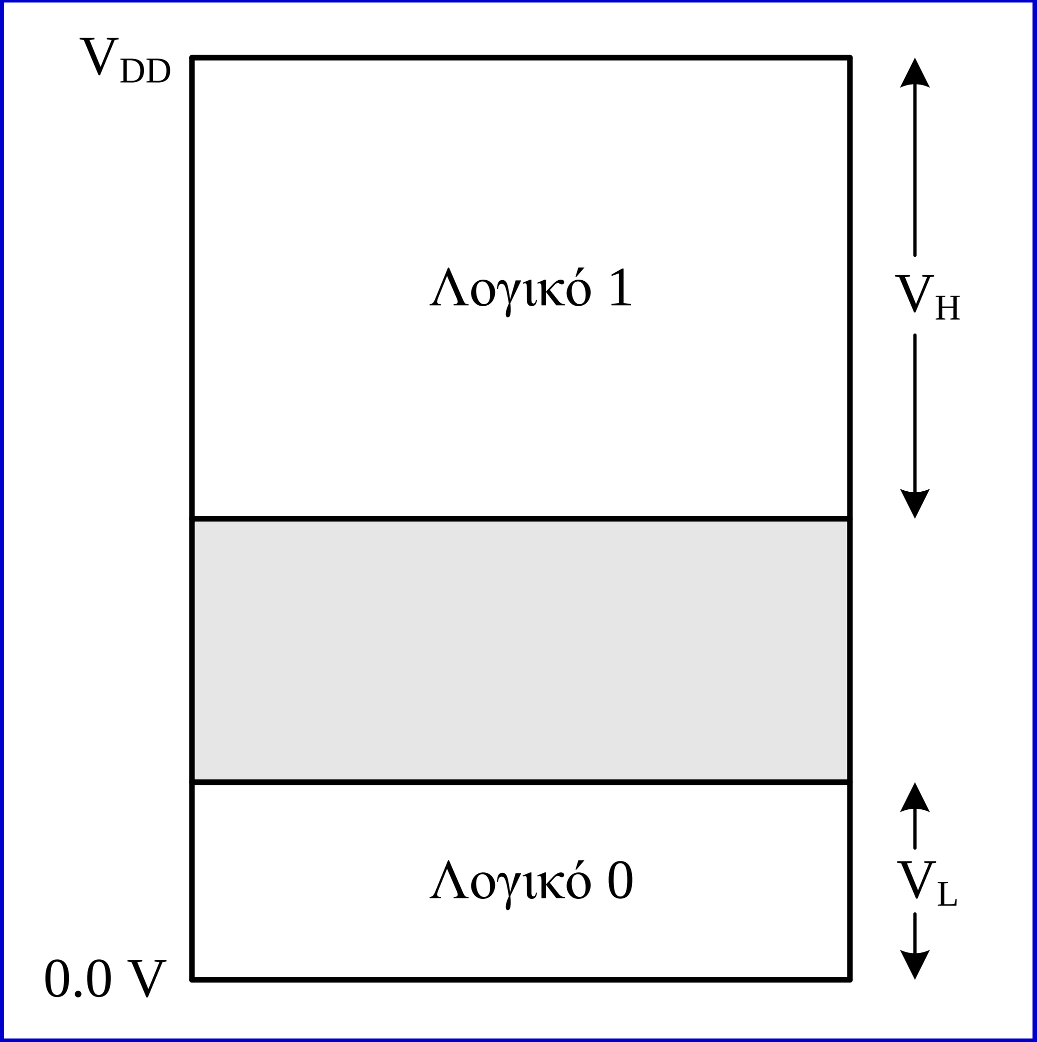
Παράδειγμα. Υπολογίστε την τιμή του δυαδικού αριθμού 10000_2 στο δεκαδικό σύστημα.

$$\begin{aligned} 10000_2 &= 1\times2^4+0\times2^3+0\times2^2+0\times2^1+0\times2^0 = \\ &= 2^4 = \\ &= 16_{10} \end{aligned}$$

Παράδειγμα. Υπολογίστε την τιμή του δυαδικού αριθμού 1111_2 στο δεκαδικό σύστημα.

$$\begin{aligned} 1111 &= 10000-1 \\ &= 2^4-1 \\ &= 16-1= \\ &=15 \end{aligned}$$

Περιοχές τάσεων για τα λογικά 0, 1



Μετατροπή αριθμού από το δεκαδικό στο δυαδικό σύστημα

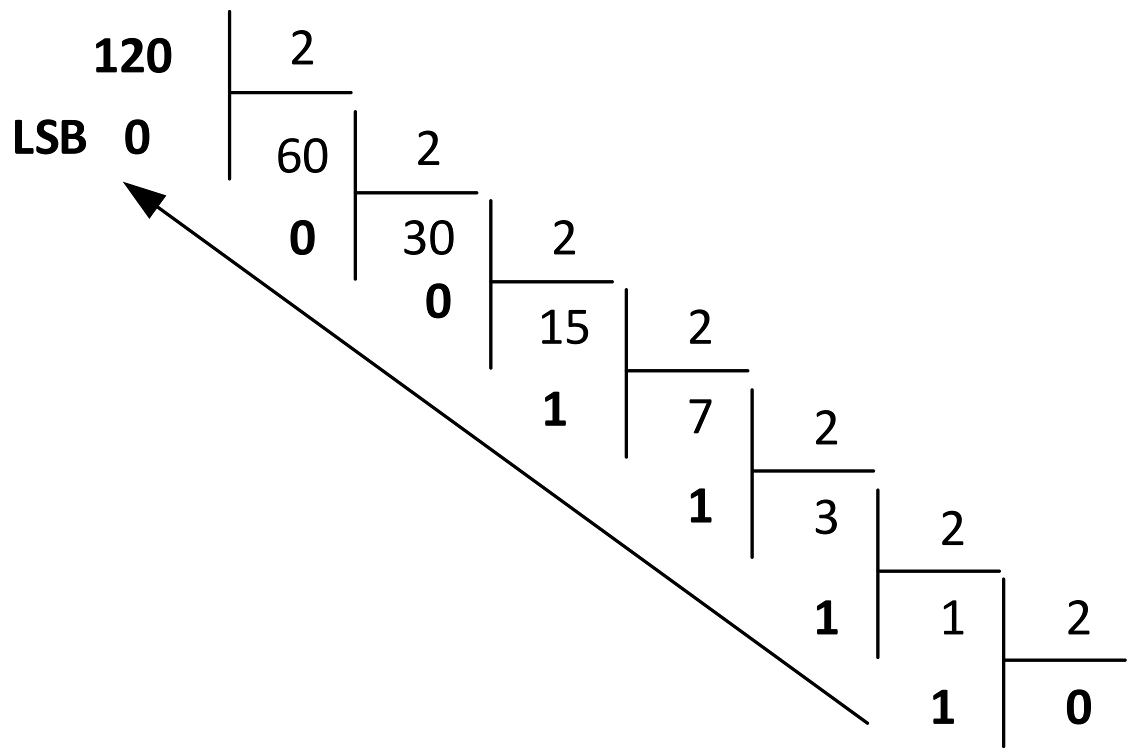
Θεώρημα 2.1. Έστω ο μη προσημασμένος ακέραιος αριθμός N του δεκαδικού συστήματος αρίθμησης. Ο αντίστοιχος δυαδικός αριθμός προκύπτει από τα υπόλοιπα των διαδοχικών διαιρέσεων του αριθμού N με το 2.

Απόδειξη: Βιβλίο θεωρίας

Θεώρημα 2.2. Έστω ο μη προσημασμένος κλασματικός αριθμός N του δεκαδικού συστήματος αρίθμησης. Ο αντίστοιχος δυαδικός αριθμός προκύπτει από τα ακέραια μέρη των διαδοχικών πολλαπλασιασμών του αριθμού N με το 2.

Απόδειξη: Βιβλίο θεωρίας

Μετατροπή του δεκαδικού αριθμού 120_{10} στο δυαδικό με διαδοχικές διαιρέσεις.



Άρα $120_{10} = \mathbf{1}11100\mathbf{0}_2$

Παράδειγμα 2.6. Να μετατραπεί ο αριθμός 120_{10} του δεκαδικού συστήματος στο δυαδικό σύστημα.

Η μετατροπή με διαδοχικές διαιρέσεις γίνεται όπως στη συνέχεια

$120 = 2\times60+0 \rightarrow$ **0** (LSB)
$60 = 2\times30+0 \rightarrow 0$
$30 = 2\times15+0 \rightarrow 0$
$15 = 2\times7+1 \rightarrow 1$
7 = $2\times3+1 \rightarrow 1$
$3 = 2\times1+1 \rightarrow 1$
$1 = 2\times0+1 \rightarrow$ **1 (MSB)**

Άρα $120_{10} = 1111000_2$

Παράδειγμα 2.8. Να μετατραπεί ο αριθμός 0.8125_{10} του δεκαδικού συστήματος στο δυαδικό.

Η μετατροπή γίνεται με διαδοχικούς πολλαπλασιασμούς ως εξής:

$0.8125 \times 2 = 1.6250 \rightarrow \mathbf{1}$
$0.625 \times 2 = 1.250 \rightarrow \mathbf{1}$
$0.25 \times 2 = 0.50 \rightarrow 0$
$0.5 \times 2 = 1.0 \rightarrow 1$

Άρα, $0.8125_{10} = 0.\mathbf{11}01_2$

Παράδειγμα. Να μετατραπεί ο αριθμός 120.8125_{10} του δεκαδικού συστήματος στο δυαδικό.

Υπόδειξη

Μετατρέπουμε χωριστά το ακέραιο και το κλασματικό μέρος όπως στα προηγούμενα παραδείγματα

Τελικά

$$120.8125_{10}=1111000.1101_2$$

Κωδικοποίηση των δυαδικών αριθμών

Λόγω του μεγάλου μήκους, το οποίο μπορεί να έχουν οι δυαδικοί αριθμοί, κωδικοποιούνται στο οκταδικό και κυρίως στο δεκαεξαδικό σύστημα.
Η κωδικοποίηση αριθμών του δυαδικού συστήματος στο οκταδικό και στο δεκαεξαδικό σύστημα γίνεται εύκολα λόγω του ότι οι βάσεις των συστημάτων αυτών είναι δυνάμεις του 2
($8 = 2^3$, $16 = 2^4$).

Οκταδικό σύστημα

Η βάση του *οκταδικού συστήματος* είναι το 8 (b=8) και τα ψηφία του είναι από 0 έως 7, δηλαδή τα 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7.

Το οκταδικό σύστημα, λόγω της ευκολίας με την οποία μετατρέπεται σε αυτό το δυαδικό σύστημα, χρησιμοποιείτο παλαιότερα για την κωδικοποίηση των δυαδικών αριθμών. Σήμερα χρησιμοποιείται για την κωδικοποίηση του δυαδικού συστήματος κυρίως το δεκαεξαδικό σύστημα που παρουσιάζει συγκεκριμένα πλεονεκτήματα.

Παράδειγμα 2.3. Η τιμή του οκταδικού αριθμού 365_8 στο δεκαδικό σύστημα είναι:

$$365_8 = 3 \cdot 8^2 + 6 \cdot 8^1 + 5 \cdot 8^0 = 3 \cdot 64 + 6 \cdot 8 + 5 \cdot 1 = 245_{10}$$

Παράδειγμα 2.4. Η τιμή του οκταδικού αριθμού 0.452_8 είναι

$$0.452_8 = 4 \cdot 8^{-1} + 5 \cdot 8^{-2} + 2 \cdot 8^{-3} = 4/8 + 5/8^2 + 2/8^3 = 4 \cdot 8^2/8^3 + 5 \cdot 8/8^3 + 2/8^3$$
$$= 4 \cdot 64/512 + 5 \cdot 8/512 + 2/512 = (256+40+2)/512 = \mathbf{0.58203125_{10}}$$

Αντιστοίχιση των ψηφίων του οκταδικού συστήματος στο δυαδικό σύστημα

Δυαδικό	Οκταδικό
000	0
001	1
010	2
011	3
100	4
101	5
110	6
111	7

Κωδικοποίηση δυαδικού αριθμού στο οκταδικό σύστημα

Η κωδικοποίηση ενός ακέραιου δυαδικού αριθμού στο οκταδικό σύστημα γίνεται με χωρισμό των ψηφίων του σε τριαδες από δεξιά προς τα αριστερά αρχίζοντας από την υποδιαστολή.

Η κωδικοποίηση ενός κλασματικού δυαδικού αριθμού στο οκταδικό σύστημα γίνεται με χωρισμό των bit σε τριάδες από αριστερά προς τα δεξιά αρχίζοντας από την υποδιαστολή. Εάν απαιτείται προσθέτουμε μηδενικά στο τέλος.

Παράδειγμα. Να μετατραπεί ο αριθμός N=11001100_2 του δυαδικού συστήματος στο οκταδικό σύστημα.

$$N = 011\,001\,100.$$

$$\begin{array}{ccc} 3 & 1 & 4 \end{array}$$

N=314_8

Παράδειγμα. Να μετατραπεί ο αριθμός N=0.1011_2 του δυαδικού συστήματος στο οκταδικό σύστημα.

$$N = 000.101\,100$$

$$\begin{array}{ccc} 0 & 5 & 4 \end{array}$$

N=0.54_8

Παράδειγμα 2.10. Να μετατραπεί ο αριθμός N=11001100.1011_2 του δυαδικού συστήματος στο οκταδικό σύστημα.

$$N = \underbrace{011}_{3}\,\underbrace{001}_{1}\,\underbrace{100}_{4}.\underbrace{101}_{5}\,\underbrace{100}_{4}$$

Παράδειγμα 2.11. Να μετατραπεί ο αριθμός N=537.5_8 του οκταδικού συστήματος αρίθμησης στο δυαδικό σύστημα.

$$\overset{5}{101}\,\overset{3}{011}\,\overset{7}{111}.\overset{5}{101}$$

Δεκαεξαδικό σύστημα

Η βάση του δεκαεξαδικού συστήματος αρίθμησης (hexadecimal number system) είναι ο αριθμός 16 (b=16) του δεκαδικού συστήματος και τα ψηφία του είναι τα εξής : 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, *A*, *B*, *C*, *D*, *E*, *F*. Είναι προφανές ότι

$A=10_{10}$, $B=11_{10}$, $C=12_{10}$, $D=13_{10}$, $E=14_{10}$, $F=15_{10}$.

Το δεκαεξαδικό σύστημα, λόγω της ευκολίας με την οποία μετατρέπεται σε αυτό το δυαδικό σύστημα χρησιμοποιείται για την κωδικοποίηση των δυαδικών αριθμών.
Το δεκαεξαδικό σύστημα έχει επικρατήσει του οκταδικού διότι δίδει συμπαγέστερη κωδικοποίηση των δυαδικών αριθμών, ενώ η απεικόνιση των γραμμάτων που χρησιμοποιούνται για το συμβολισμό κάποιων ψηφίων του δεν αποτελεί πλέον πρόβλημα.

Παράδειγμα 2.5. Η τιμή του δεκαεξαδικού αριθμού $\mathbf{72\mathit{FE}}.2C_{16}$ είναι

$$72FE.2C_{16} = \mathbf{7 \cdot 16^3 + 2 \cdot 16^2 + 15 \cdot 16^1 + 14 \cdot 16^0} + 2 \cdot 16^{-1} + 12 \cdot 16^{-2} =$$
$$= 7 \cdot 4096 + 2 \cdot 256 + 15 \cdot 16 + 14 + 2/16 + 12/256 =$$
$$= 28672 + 512 + 240 + 14 + (2 \cdot 16 + 12)/256 =$$
$$= 29438.171875_{10}$$

Αντιστοίχιση των ψηφίων του δεκαεξαδικού συστήματος στο δυαδικό σύστημα

Δυαδικό	Δεκαεξαδικό
0000	0
0001	1
0010	2
0011	3
0100	4
0101	5
0110	6
0111	7
1000	8
1001	9
1010	A
1011	B
1100	C
1101	D
1110	E
1111	F

Κωδικοποίηση δυαδικού αριθμού στο δεκαεξαδικό σύστημα

Η κωδικοποίηση ενός **ακέραιου** δυαδικού αριθμού στο δεκαεξαδικό σύστημα γίνεται με χωρισμό των ψηφίων του σε τετράδες από δεξιά προς τα αριστερά αρχίζοντας από την υποδιαστολή.

Η κωδικοποίηση ενός **κλασματικού** δυαδικού αριθμού στο δεκαεξαδικό σύστημα γίνεται με χωρισμό των bit σε τετράδες από αριστερά προς τα δεξιά αρχίζοντας από την υποδιαστολή.

Παράδειγμα 2.12. Να μετατραπεί ο αριθμός *N* = 11000100. του δυαδικού συστήματος αρίθμησης στο δεκαεξαδικό σύστημα.

$$N = \underbrace{1100}_{C}\,\underbrace{0100}_{4}$$

Παράδειγμα. Να μετατραπεί ο αριθμός $N = 0.00111_2$ του δυαδικού συστήματος αρίθμησης στο δεκαεξαδικό σύστημα.

$$N = 0.\underbrace{0011}_{3}\underbrace{1000}_{8}$$

Παράδειγμα. Να μετατραπεί ο αριθμός $N = 0.00111_2$ του δυαδικού συστήματος αρίθμησης στο δεκαεξαδικό σύστημα.

$$N = 0.00111000$$

$$3 \qquad 8$$

Παράδειγμα 2.12. Να μετατραπεί ο αριθμός $N = 11000100.00111_2$ του δυαδικού συστήματος αρίθμησης στο δεκαεξαδικό σύστημα.

$$N = \underbrace{1100}_{C}\underbrace{0100}_{4}.\underbrace{0011}_{3}\underbrace{1000}_{8}$$

Παράδειγμα 2.13. Να μετατραπεί ο αριθμός $N=3AF.4_{16}$ του δεκαεξαδικού συστήματος στο δυαδικό σύστημα.

$$N = \overbrace{0011}^{3}\overbrace{1010}^{A}\overbrace{1111}^{F}.\overbrace{0100}^{4}$$

Μετατροπή από οποιοδήποτε σύστημα στο δεκαδικό

Παράδειγμα 2.16. Να μετατραπεί ο αριθμός $N = 10011.01_2$ του δυαδικού συστήματος αρίθμησης στο δεκαδικό σύστημα.

Για b=2 ισχύει

$$N = 1\times2^4+0\times2^3+0\times2^2+1\times2^1+1\times2^0+0\times2^{-1}+1\times2^{-2}$$
$$= 1\times16+0\times4+1\times2+1\times1+0\times0.5+0\times0.25$$
$$= 19.25_{10}$$

Παράδειγμα 2.17. Να μετατραπεί ο αριθμός N=$7FE_{16}$ του δεκαεξαδικού συστήματος αρίθμησης στο δεκαδικό σύστημα.

Για b=16 ισχύει

$$N = 7\times16^2+F\times16^1+E\times16^0$$
$$= 7\times256+15\times16+14\times1$$
$$= 1792+240+14=2046_{10}$$

Πρόσθεση μη προσημασμένων δυαδικών αριθμών των *n*-bit

$$
\begin{array}{rcccccc}
 & c_{n-2} & c_{n-3} & \ldots & c_1 & c_0 & \\
 & x_{n-1} & x_{n-2} & \ldots & x_2 & x_1 & x_0 \\
+ & y_{n-1} & y_{n-2} & \ldots & y_2 & y_1 & y_0 \\
\hline
c_{n-1} & s_{n-1} & s_{n-2} & \ldots & s_2 & s_1 & s_0
\end{array}
$$

c_{out}

$$X+Y=2^n c_{out}+S$$

$X=x_{n-1}x_{n-2}\ldots x_1x_0$, $\mathrm{Y}=x_{n-1}x_{n-2}\ldots x_1x_0$, $S=s_{\mathrm{n-1}}s_{\mathrm{n-2}}\ldots s_1s_0$

Πρόσθεση δύο δυαδικών ψηφίων

$$
\begin{array}{r} x_i \\ +\ y_i \\ \hline c_i\ s_i \end{array}
\qquad
\begin{array}{r} 0 \\ +\ 0 \\ \hline 0\ 0 \end{array}
\qquad
\begin{array}{r} 0 \\ +\ 1 \\ \hline 0\ 1 \end{array}
\qquad
\begin{array}{r} 1 \\ +\ 0 \\ \hline 0\ 1 \end{array}
\qquad
\begin{array}{r} 1 \\ +\ 1 \\ \hline 1\ 0 \end{array}
$$

Πρόσθεση δύο δυαδικών ψηφίων και κρατουμένου

$$
\begin{array}{r} x_i \\ y_i \\ +\ c_{i-1} \\ \hline c_i\ s_i \end{array}
\quad
\begin{array}{r} 0 \\ 0 \\ +\ 0 \\ \hline 0\ 0 \end{array}
\quad
\begin{array}{r} 0 \\ 0 \\ +\ 1 \\ \hline 0\ 1 \end{array}
\quad
\begin{array}{r} 0 \\ 1 \\ +\ 0 \\ \hline 0\ 1 \end{array}
\quad
\begin{array}{r} 0 \\ 1 \\ +\ 1 \\ \hline 1\ 0 \end{array}
\quad
\begin{array}{r} 1 \\ 0 \\ +\ 0 \\ \hline 0\ 1 \end{array}
\quad
\begin{array}{r} 1 \\ 0 \\ +\ 1 \\ \hline 1\ 0 \end{array}
\quad
\begin{array}{r} 1 \\ 1 \\ +\ 0 \\ \hline 1\ 0 \end{array}
\quad
\begin{array}{r} 1 \\ 1 \\ +\ 1 \\ \hline 1\ 1 \end{array}
$$

Παράδειγμα 2.18. Να γίνει ή πρόσθεση των μη προσημασμένων δυαδικών αριθμών 00111011_2 (=59_{10}), 00101010_2 (=42_{10}).

$$
\begin{array}{lrl}
\text{Κρατούμενα} \rightarrow & 00111010 & \\
 & 00111011 & \\
 & 00101010 & + \\
\hline
 & \mathbf{0}01100101 &
\end{array}
\qquad\qquad
\begin{array}{rr}
 & 59 \\
+ & 42 \\
\hline
 & 101
\end{array}
$$

Παράδειγμα. Να γίνει ή πρόσθεση των μη προσημασμένων δυαδικών αριθμών 10111011_2 $(=245_{10})$, 00101010_2 $(=42_{10})$.

$$\text{Κρατούμενα} \rightarrow 10111010$$

$$\begin{array}{r}
10111011 \\
00101010 \; + \\
\hline
\rightarrow \mathbf{1}01100101
\end{array}
\qquad\qquad
\begin{array}{r}
245 \\
+ \quad 42 \\
\hline
\cancel{101}
\end{array}$$

Αφαίρεση μη προσημασμένων δυαδικών αριθμών των *n*-bit

$$
\begin{array}{rl}
 & b_{n-2}\, b_{n-3} \ldots b_1\, b_0 \\
 & x_{n-1}\, x_{n-2} \ldots x_2\, x_1\, x_0 \\
- & y_{n-1}\, y_{n-2} \ldots y_2\, y_1\, y_0 \\
\hline
b_{n-1} & d_{n-1}\, d_{n-2} \ldots d_2\, d_1\, d_0
\end{array}
$$

b_{out}

Αφαιρέσεις των δύο δυαδικών ψηφίων

x_i	0	0	1	1
$-\ y_i$	- 0	- 1	- 0	- 1
$b_i\ d_i$	0 0	1 1	0 1	0 0

Αφαιρέσεις των δύο δυαδικών ψηφίων και δανεικού ψηφίου

x_i	0	0	0	0	1	1	1	1
y_i	0	0	1	1	0	0	1	1
$-\ b_{i-1}$	- 0	- 1	- 0	- 1	- 0	- 1	- 0	- 1
$b_i\ d_i$	0 0	1 1	1 1	1 0	0 1	0 0	0 0	1 1

Παράδειγμα 2.19. Να γίνει η αφαίρεση $85_{10}-57_{10}$ στο δυαδικό σύστημα.

$85_{10}=01010101_2$ $57_{10}=00111001_2$.

$$
\begin{array}{rr}
\text{Δανεικά} \rightarrow & 00111000 \\
 & 01010101 \\
 & 00111001\ - \\
\hline
 & 000011100
\end{array}
\qquad\qquad
\begin{array}{r}
85 \\
-57 \\
\hline
28
\end{array}
$$

Πολλαπλασιασμός μη προσημασμένων δυαδικών αριθμών

Ο πολλαπλασιασμός μη προσημασμένων δυαδικών αριθμών μπορεί να γίνει με τρόπο ανάλογο με αυτόν για τους δεκαδικούς αριθμούς, δηλαδή με την πρόσθεση μας λίστας ολισθημένων πολλαπλασιαστέων ανάλογα με την τιμή των ψηφίων του πολλαπλασιαστή.

Αντί για την πρόσθεση του συνόλου των ολισθημένων πολλαπλασιαστέων ο δυαδικός πολλαπλασιασμός μπορεί να πραγματοποιηθεί με διαδοχικές προσθέσεις των ολισθημένων πολλαπλασιαστέων και το σχηματισμό *μερικών γινομένων* (*partial products*).

Πολλαπλασιασμός μη προσημασμένου δυαδικού αριθμού με δύναμη του 2

Παράδειγμα:

$$\begin{array}{r} 1101 \\ \text{X } 10 \\ \hline 11010 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1101 \\ \times\ 1000 \\ \hline 11010000 \end{array}$$

Πολλαπλασιασμός μη προσημασμένων δυαδικών αριθμών με την μέθοδο των μερικών γινομένων.

Παράδειγμα:

```
        1001
    x   1101
   ----------
        1001
    +  0000
   ----------
       01001
      1001
   ----------
      101101
     1001
   ----------
     1110101
```

Διαίρεση μη προσημασμένων δυαδικών αριθμών με δύναμη του 2

Πηλίκο και υπόλοιπο της διαίρεσης του μη προσημασμένου δυαδικού αριθμού 11110101_2 με τους δυαδικούς αριθμούς 10_2 (=2) και 100_2 (=4) του δυαδικού συστήματος.

$$\begin{array}{r|l} 11110101 & 10 \\ \cline{2-2} 1 & 1111010 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 11110101 & 100 \\ \cline{2-2} 01 & 111101 \end{array}$$

Διαίρεση μη προσημασμένων δυαδικών αριθμών

```
 218 | 11
-11  |----
 ___ | 19
 108 |
 -99 |
 ___
   9
```

```
          Διαιρετέος              Διαιρέτης

   11011010 | 1011
 - 1011     |------
   ____     | 10011   Πηλίκο
    0101
  - 0000
    ____
     1010
   - 0000
     ____
     10101
    - 1011
      ____
      10100
     - 1011
       ____
       1001   Υπόλοιπο
```

Κωδικοποιήσεις προσημασμένων αριθμών στο δυαδικό σύστημα

α) Σύστημα προσημασμένου μέτρου

β) Σύστημα συμπληρώματος του 1

γ) Σύστημα συμπληρώματος του 2

+ → 0
- → 1

Παράσταση με *n* bit αριθμών σε σύστημα προσημασμένου μέτρου

$$+A = 0a_{n-2}a_{n-3}\ldots a_1 a_0$$

$$-A = 1a_{n-2}a_{n-3}\ldots a_1 a_0$$

$$\underbrace{+0 = 000\ldots000}_{n}$$

$$\underbrace{-0 = 100\ldots000}_{n}$$

Παράδειγμα 2.26. Να παρασταθούν οι αριθμοί +14, -14 σε σύστημα προσημασμένου μέτρου με 8 bit.

Ο μη προσημασμένος αριθμός 14 παρίσταται σαν 1110 στο δυαδικό σύστημα. Για *n*=8, ο αριθμός +14 παρίσταται στο σύστημα προσημασμένου μέτρου σαν **0**0001110 και ο αριθμός –14 σαν **1**0001110.

Παράδειγμα 2.27. Να βρεθεί ποιους αριθμούς παριστάνουν οι δυαδικοί αριθμοί 00011110, και 10011110 όταν θεωρήσουμε ότι είναι σε σύστημα προσημασμένου μέτρου.

Ο αριθμός **0**0011110 =+0011110=+30, ενώ ο αριθμός **1**0011110=-0011110=-30.

Παράδειγμα 2.28. Έστω ότι δυαδικοί αριθμοί 00000111, 11110001 είναι σε σύστημα προσημασμένου μέτρου. Να παρασταθούν με 16 bit στο ίδιο σύστημα.

00000111→**0**000000000000111,

11110001→**1**000000001110001

Παράσταση με *n* bit αριθμών σε σύστημα συμπληρώματος του 1

$$+A = 0a_{n-2}a_{n-3}\ldots a_1a_0$$

$$-A = 1\overline{a}_{n-2}\ \overline{a}_{n-3}\ldots\overline{a}_1\ \overline{a}_0$$

$$+0 = \underbrace{000\ldots000}_{n}$$

$$-0 = \underbrace{111\ldots111}_{n}$$

Παράδειγμα 2.29. Να γίνει παράσταση των αριθμών +14, -14 σε σύστημα συμπληρώματος του 1 για 8 bit (*n*=8).

Ο μη προσημασμένος αριθμός 14 παρίσταται σαν 1110. Ο αριθμός +14 παριστάνεται για *n*=8 σαν **0**0001110. Το συμπλήρωμα ως προς 1 του αριθμού 0001110 είναι το 1110001 και ο αριθμός –14 παρίσταται σαν **1**1110001.

Παράδειγμα 2.30. Να βρεθεί ποιους αριθμούς του δεκαδικού συστήματος παριστάνουν οι αριθμοί 00010011, 11101111 όταν θεωρούμε ότι είναι σε σύστημα συμπληρώματος του 1.

Ισχύει **0**0010011 = **+**(0010011) = +19 και
11101111=**-**(0010000)=-16

Παράσταση με *n* bit αριθμών σε σύστημα συμπληρώματος του 2

$$+A = 0a_{n-2}a_{n-3}\ldots a_1a_0$$

$$-A = (1\bar{a}_{n-2}\ \bar{a}_{n-2}\ldots\bar{a}_1\ \bar{a}_0) + 1$$

$$0 = \underbrace{000\ldots000}_{n}$$

Στο σύστημα συμπληρώματος του 2 με n bit υπάρχει η δυνατότητα αναπαράστασης του αρνητικού αριθμού -2^{n-1} σαν

$$\underbrace{100...00}_{n}$$

Παράδειγμα 2.34. Να γίνει παράσταση των αριθμών +14, -14 του δεκαδικού συστήματος αρίθμησης στο σύστημα συμπληρώματος του 2 για n = 8 bit.

Ο αριθμός 14=1110 +14→ αναπαρίσταται για n=8 σαν **0**0001110, ενώ ο –14 σαν -(1110001+1) =**1**1111010.

Παράδειγμα 2.35. Να βρεθεί ποιους αριθμούς του δεκαδικού συστήματος αρίθμησης παριστάνουν οι αριθμοί 00010011, 11101111, 10000000 όταν θεωρούμε ότι είναι σε σύστημα συμπληρώματος του 2.

00010011$_{2's}$ = +(0010011) = +19,

11101111 = -(0010000+1) = -(0010001)= -17,.

10000000 = -2^7 = -128

Παράδειγμα 2.36. Να παρασταθούν οι προσημασμένοι αριθμοί **0**0000111, **1**1110001 του δυαδικού συστήματος με 16 bit. Θεωρήστε ότι και στις δύο παραστάσεις οι αριθμοί είναι σε σύστημα συμπληρώματος του 2.

Τοποθετείται στα 8 πιο σημαντικά ψηφία η τιμή του ψηφίου του προσήμου.

00000111→**00000000**00000111, 11110001→**11111111**11110001

Κωδικοποίηση προσημασμένων αριθμών με 4-bit

Δεκαδικός	Προσημασμένο Μέτρο	Συμπλήρωμα του 1	Συμπλήρωμα του 2
+7	0111	0111	0111
+6	0110	0110	0110
+5	0101	0101	0101
+4	0100	0100	0100
+3	0011	0011	0011
+2	0010	0010	0010
+1	0001	0001	0001
0	0000 ή 1000	0000 ή 1111	0000
-1	1001	1110	1111
-2	1010	1101	1110
-3	1011	1100	1101
-4	1100	1011	1100
-5	1101	1010	1011
-6	1110	1001	1010
-7	1111	1000	1001
-8	-	-	1000

Πρόσθεση σε σύστημα συμπληρώματος του 1

Σύστημα Συμπληρώματος του 1	Δεκαδικό Σύστημα
11110011	-12
+ 00010001	+17
Κρατούμενο 1 00000100	+5
+1	
00000101	

Πρόσθεση σε σύστημα συμπληρώματος του 2

Σύστημα Συμπληρώματος του 2	Δεκαδικό Σύστημα
11110100	-12
+ 00010001	+17
← 1) 00000101	+5

Το κρατούμενο αγνοείται

Υπερχείλιση κατά την πρόσθεση αριθμών σε παράσταση συμπληρώματος του 2.

Στα συστήματα συμπληρωμάτων υπάρχει ***υπερχείλιση*** (*overflow*) όταν το αποτέλεσμα της πρόσθεσης δεν μπορεί να παρασταθεί με το επιλεγμένο μήκος λέξης. Είναι προφανές ότι υπερχείλιση δεν μπορεί να υπάρξει στην πρόσθεση ετεροσήμων αριθμών. Υπερχείλιση σε μία πρόσθεση υπάρχει όταν οι προσθετέοι είναι ομόσημοι και το πρόσημο του αθροίσματος είναι διαφορετικό από αυτό των προσθετέων.

Παράδειγμα

$$\begin{array}{r} -3 \\ +\ -6 \\ \hline -9 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1101 \\ +1010 \\ \hline 1)\ 0111 \end{array} \;=\; +7$$

$$\begin{array}{r} +5 \\ +6 \\ \hline +11 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 0101 \\ +0110 \\ \hline 1011 \end{array} \;=\; -5$$

Κωδικοποίηση δεκαδικών ψηφίων στον κώδικα BCD

Δεκαδικό ψηφίο	BCD
0	0000
1	0001
2	0010
3	0011
4	0100
5	0101
6	0110
7	0111
8	1000
9	1001

Παράδειγμα 2.41. Να κωδικοποιηθεί ο αριθμός 9706 του δεκαδικού συστήματος στον κώδικα BCD.

Η κωδικοποίηση που δίδεται στη συνέχεια

$$9706_{10} = 1001\ 0111\ 0000\ 0110_{BCD}$$

Κώδικες Gray

Σε πολλές εφαρμογές είναι επιθυμητό να χρησιμοποιηθούν δυαδικοί κώδικες των οποίων οι διαδοχικές λέξεις να διαφέρουν στην τιμή ενός μόνο bit. Μία τέτοια κατηγορία κωδίκων είναι οι κώδικες Gray.

Οι *κώδικες Gray* είναι ανακλαστικοί κώδικες και οι λέξεις με n bit δομούνται σύμφωνα με τους κανόνες που δίδονται στη συνέχεια.

1) Ο κώδικας Gray του ενός bit έχει δύο κωδικές λέξεις τις 0, 1.

2) Οι 2^n πρώτες λέξεις του κώδικα Gray με n+1 bit είναι οι λέξεις του κώδικα Gray με n bit γραμμένες με τη σειρά και με ένα 0 στην αρχή.

3) Οι 2^n επόμενες λέξεις του κώδικα Gray με n+1 bit είναι οι λέξεις του κώδικα Gray με n bit γραμμένες με ανάστροφη σειρά και με ένα 1 στην αρχή.

Κώδικες Gray για 2, 3 και 4 bit.

Κώδικες Gray		
1 bit	2 bit	3 bit
0	00	000
1	01	001
	11	011
	10	010
		110
		111
		101
		100

Κώδικες χαρακτήρων

Οι *κώδικες χαρακτήρων* είναι πίνακες αμφιμονοσήμαντης απεικόνισης ενός συνόλου χαρακτήρων με σειρές από bit. Υπάρχουν σήμερα σε χρήση πολλοί κώδικες χαρακτήρων όπως ο ASCII, ο UNICODE, κλπ.

Κώδικας ASCII

Ο *κώδικας ASCII* χρησιμοποιεί 7 bit για την κωδικοποίηση 128 (=2^7) χαρακτήρων. Ο κώδικας ASCII ξεκίνησε από τις ΗΠΑ και σύντομα τυποποιήθηκε διεθνώς σαν IA5 (International Alphabet 5). Από τους 128 χαρακτήρες που περιλαμβάνει, οι 95 είναι χαρακτήρες γραφής και οι 33 χαρακτήρες ελέγχου.

Οι *χαρακτήρες ελέγχου* χρησιμοποιούνται για να ενεργοποιήσουν ή να τροποποιήσουν λειτουργίες κατά την εγγραφή, την επεξεργασία και τη μετάδοση δεδομένων.

Κώδικας ASCII

$b_3b_2b_1b_0$ \ $b_6b_5b_4$	000	001	010	011	100	101	110	111
0000	NULL	DLE	SP	0	@	P	`	p
0001	SOH	DC1	!	1	A	Q	a	q
0010	STX	DC2	“	2	B	R	b	r
0011	ETX	DC3	#	3	C	S	c	s
0100	EOT	DC4	$	4	D	T	d	t
0101	ENQ	NAK	%	5	E	U	e	u
0110	ACK	SYN	&	6	F	V	f	v
0111	BEL	ETB	‘	7	G	W	g	w
1000	BS	CAN	(	8	H	X	h	x
1001	HT	EM	)	9	I	Y	i	y
1010	LF	SUB	*	:	J	Z	j	z
1011	VT	ESC	+	;	K	[	k	{
1100	FF	FS	,	<	L	\	l	|
1101	CR	GS	-	=	M	]	m	}
1110	SO	RS	.	>	N	^	n	~
1111	SI	US	/	?	O	_	o	DEL

Παράδειγμα 2.46. Να κωδικοποιηθούν στο κώδικα ASCII ο χαρακτήρας του λατινικού αλφαβήτου A και ο αριθμός 5.

$$A \rightarrow 100\ 0001_{ASCII}, \quad 5 \rightarrow 011\ 0101_{ASCII}$$

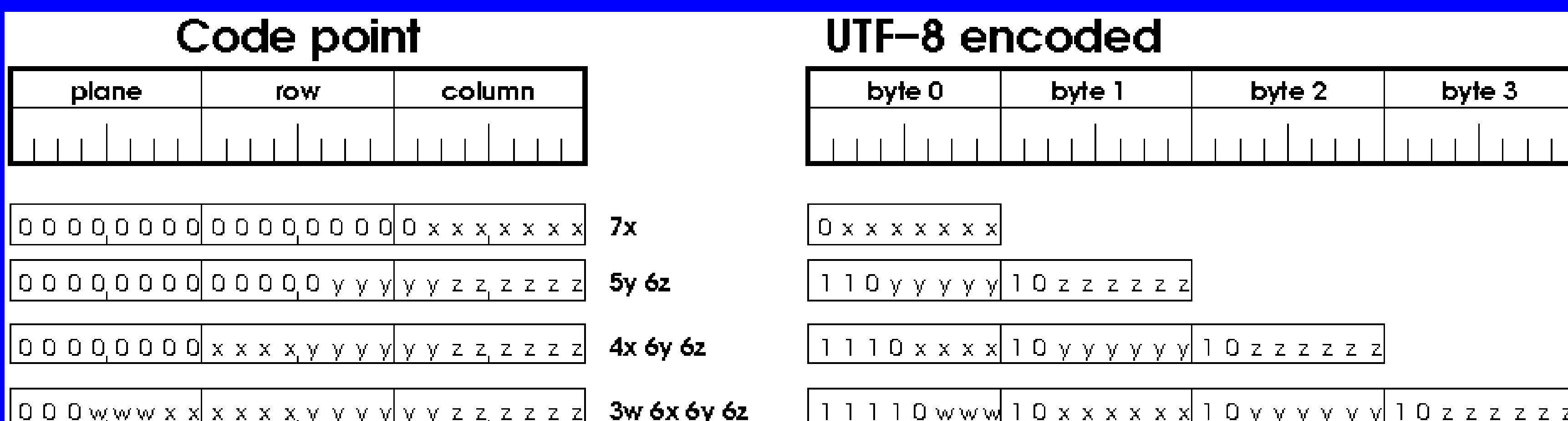
UNICODE και UTF-8

Ο *Unicode* είναι ένα πρότυπο για την αποδοτική κωδικοποίηση, αναπαράσταση και την επεξεργασία κειμένου γραμμένου στα περισσότερα συστήματα γραφής που υπάρχουν στον κόσμο. Ο Unicode υλοποιείται με διαφορετικούς τρόπους. Οι ποιο διαδεδομένες υλοποιήσεις είναι οι UTF-8, UTF-16 και η εκλείπουσα UCS-2.

Ο κώδικας UTF-8 (Unicode Transformation Format-8) είναι μία παραλλαγή μεταβλητού μήκους του Unicode. Ο UTF-8 χρησιμοποιεί ένα byte για τους χαρακτήρες του ASCII, δύο byte για την κωδικοποίηση των περισσοτέρων Ευρωπαϊκών γλωσσών, και τρία και τέσσερα byte για την κωδικοποίηση χαρακτήρων και ιδεογραμμάτων ασιατικών γλωσσών.

UTF-8

UTF-8	Serialized Bytes					
Unicode Range	1st	2nd	3rd	4th	5th	6th
U-00000000 – U-0000007F	0nnnnnnn					
U-00000080 – U-000007FF	110nnnnn	10nnnnnn				
U-00000800 – U-0000FFFF	1110nnnn	10nnnnnn	10nnnnnn			
U-00010000 – U-001FFFFF	11110nnn	10nnnnnn	10nnnnnn	10nnnnnn		
U-00200000 – U-03FFFFFF	111110nn	10nnnnnn	10nnnnnn	10nnnnnn	10nnnnnn	
U-04000000 – U-7FFFFFFF	1111110n	10nnnnnn	10nnnnnn	10nnnnnn	10nnnnnn	10nnnnnn



Κωδικοποίηση στον UTF-8 και τον UTF-16

Character	UTF-16	UTF-8	UCS-2
A	0041	41	0041
c	0063	63	0063
Ö	00F6	C3 B6	00F6
亜	4E9C	E4 BA 9C	4E9C
𝄞	D834 DD1E	F0 9D 84 9E	N/A

Original text	Encodings (Hex)	
Hello World!	UTF-8	48 65 6c 6c 6f 20 57 6f 72 6c 64 21
	UTF-16 Big-endian	00 48 00 65 00 6c 00 6c 00 6f 00 20 00 57 00 6f 00 72 00 6c 00 64 00 21
	UTF-16 Little-endian	48 00 65 00 6c 00 6c 00 6f 00 20 00 57 00 6f 00 72 00 6c 00 64 00 21 00
私は海賊王になる	UTF-8	e7 a7 81 e3 81 af e6 b5 b7 e8 b3 8a e7 8e 8b e3 81 ab e3 81 aa e3 82 8b
	UTF-16 Big-endian	79 c1 30 6f 6d 77 8c ca 73 8b 30 6b 30 6a 30 8b
	UTF-16 Little-endian	c1 79 6f 30 77 6d ca 8c 8b 73 6b 30 6a 30 8b 30

Παράσταση αριθμών και γλώσσα C

Type	Storage size	Value range
char	1 byte	-128 to +127
Unsigned char	1 byte	0 to 255
signed char	1 byte	-128 to +127
int	2 or 4 bytes	-32768 to +32767 or -2147483648 to +2147483647
unsigned int	2 or 4 bytes	0 to 65535 or 0 to 4294967295

Type	**Storage size**	**Value range**
word	2 byte	0 to 65535
short	2 byte	-32768 to +32767
unsigned short	2 byte	0 to 65535
long	4 byte	-2147483648 то +2147483647
unsigned long	4 byte	0 to 4294967295

Ασκήσεις

2.1 Να μετατραπεί ο αριθμός 121 του δεκαδικού συστήματος στο δυαδικό σύστημα αρίθμησης.

2.2 Να μετατραπεί ο αριθμός 0.625 του δεκαδικού συστήματος στο δυαδικό σύστημα αρίθμησης.

2.3 Να μετατραπεί ο αριθμός 121.625 του δεκαδικού συστήματος στο δυαδικό σύστημα αρίθμησης.

2.6 Να μετατραπεί ο αριθμός 111001 του δυαδικού συστήματος στο δεκαδικό σύστημα.

2.7 Να μετατραπεί ο αριθμός 0.1101 του δυαδικού συστήματος στο δεκαδικό σύστημα.

2.8 Να μετατραπεί ο αριθμός 111001.1101 του δυαδικού συστήματος στο δεκαδικό σύστημα.

2.9 Να μετατραπεί ο αριθμός 100000 του δυαδικού συστήματος στο δεκαδικό σύστημα αρίθμησης. Γενικεύσατε.

2.10 Να μετατραπεί χωρίς πράξεις ο αριθμός 11111 του δυαδικού συστήματος στο δεκαδικό σύστημα αρίθμησης. Γενικεύσατε.

2.11 Να μετατραπεί ο αριθμός 1001100.1010001 του δυαδικού συστήματος αρίθμησης στο δεκαεξαδικό σύστημα.

2.12 Να μετατραπεί ο αριθμός 1001100.1010001 του δυαδικού συστήματος αρίθμησης στο οκταδικό σύστημα.

2.13 Να μετατραπεί ο αριθμός 3EF.114 του δεκαεξαδικού συστήματος αρίθμησης στο δυαδικό σύστημα.

2.14 Να μετατραπεί ο αριθμός 367.134 του οκταδικού συστήματος αρίθμησης στο δυαδικό σύστημα.

2.15 Να γίνουν οι προσθέσεις που δίδονται στην συνέχεια. Θεωρήστε ότι οι αριθμοί είναι μη προσημασμένοι δυαδικοί αριθμοί.

$$\begin{array}{r} 01100110 \\ +\ 01101100 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 11100110 \\ +\ 11101100 \\ \hline \end{array}$$

2.16 Να εκτελεσθούν οι αφαιρέσεις που δίδονται στην συνέχεια. Υποθέσατε ότι οι αριθμοί είναι μη προσημασμένοι δυαδικοί αριθμοί.

$$\begin{array}{r} 11001100 \\ -\ 11001000 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 10000001 \\ -\ 00001001 \\ \hline \end{array}$$

2.17 Να γίνει χωρίς πράξεις ο πολλαπλασιασμός που δίδεται στη συνέχεια στο δυαδικό σύστημα. Θεωρήστε ότι οι αριθμοί είναι μη προσημασμένοι δυαδικοί αριθμοί.

$$\begin{array}{r} 1101 \\ \times\ 1000 \\ \hline \end{array}$$

2.18 Να γίνει ο πολλαπλασιασμός που δίδεται στη συνέχεια στο δυαδικό σύστημα με την μέθοδο των μερικών γινομένων. Θεωρήστε ότι οι αριθμοί είναι μη προσημασμένοι δυαδικοί αριθμοί.

$$\begin{array}{r} 1101 \\ \times\ 1011 \\ \hline \end{array}$$

2.19 Να βρεθεί το πηλίκο και το υπόλοιπο της διαίρεσης του μη προσημασμένου δυαδικού αριθμού 11110101 με τους δυαδικούς αριθμούς 10 (=2) και 100 (=4) του δυαδικού συστήματος.

2.20 Να γίνει η διαίρεση του αριθμού $11111010_2=250_{10}$ με τον αριθμό $1100_2=12_{10}$ στο δυαδικό σύστημα.

2.21 Να αποδειχθεί ότι

α) $1\text{-}a_i = a'_i$, $a_i \in \{0,1\}$

β) Για έναν τετραψήφιο δυαδικό αριθμό $A = a_3a_2a_1a_0$,

$2^4\text{-}1\text{-}A = a'_3a'_2a'_1a'_0$ (a'_i είναι το συμπλήρωμα του a_i)

Γενικεύσατε για *n* bit.

Υπόδειξη

$a_i=0$, $1\text{-}0=1$, $a_i=1$, $1\text{-}1=0$

Άρα $1\text{-}a_i=a'_i$

b) Είναι γνωστό ότι $2^4\text{-}1=1111=2^3+2^2+2+1$. Συνεπώς

$$2^4-1-A=2^3+2^2+2+1-(\alpha_3 2^3+\alpha_2 2^2+\alpha_1 2+\alpha_0) =$$
$$=(1-\alpha_3)2^3+(1-\alpha_2)2^2+(1-\alpha_1)2+(1-\alpha_0) =$$
$$=\alpha'_3 2^3+\alpha'_2 2^2+\alpha'_1 2+\alpha'_0=\alpha'_3\alpha'_2\alpha'_1\alpha'_0$$

Για *n* bit $2^n\text{-}1\text{-}A=\alpha'_{n-1}2^{n-1}+\alpha'_{n-2}2^{n-2}+\ldots+\alpha'_1 2+\alpha'_0=$

$$=\alpha'_{n-1}\alpha'_{n-2}\ldots\alpha'_1\alpha'_0$$

2.22 Να μετατραπούν (αναλυτικά) οι αριθμοί +88, -88 του δεκαδικού συστήματος αρίθμησης στους αντίστοιχους αριθμούς του δυαδικού συστήματος αρίθμησης.

1) σε σύστημα προσημασμένου μέτρου,
2) σε σύστημα συμπληρώματος του 1,
3) σε σύστημα συμπληρώματος του 2.

Η παράσταση να γίνει για 8 bit.

2.23 Να βρεθεί αναλυτικά ποιους προσημασμένους αριθμούς του δεκαδικού συστήματος αρίθμησης παριστάνουν οι αριθμοί του δυαδικού συστήματος 10101011, 01100110 όταν θεωρούμε ότι είναι,

1) σε σύστημα προσημασμένου μέτρου,
2) σε σύστημα συμπληρώματος του 1,
3) σε σύστημα συμπληρώματος του 2.

2.24 Να παρασταθεί ότι ο προσημασμένος δυαδικός αριθμός **0**0001010 με 16 bit. Θεωρήστε ότι ο αριθμός είναι

1) σε παράσταση προσημασμένου μέτρου
2) σε παράσταση συμπληρώματος του 1
3) σε παράσταση συμπληρώματος του 2

2.25 Να παρασταθεί ότι ο προσημασμένος δυαδικός αριθμός **1**0001010 με 16 bit. Θεωρήστε ότι ο αριθμός είναι

1) σε παράσταση προσημασμένου μέτρου
2) σε παράσταση συμπληρώματος του 1
3) σε παράσταση συμπληρώματος του 2

2.26 Να γίνει η πράξη 11110100+00010001 όταν θεωρήσουμε ότι οι αριθμοί είναι σε σύστημα συμπληρώματος του 2.

```
  1 1 1 0 0 0 0
  1 1 1 1 0 1 0 0
  0 0 0 1 0 0 0 1
---------------------
1 0 0 0 0 0 1 0 1
```

2.27 Να γίνει η πράξη 11110100+00010001 όταν θεωρήσουμε ότι οι αριθμοί είναι σε σύστημα συμπληρώματος του 1.

```
  1 1 1 0 0 0 0
  1 1 1 1 0 1 0 0
  0 0 0 1 0 0 0 1
--------------------
  0 0 0 0 0 1 0 1
                +1
--------------------
 0 0 0 0 0 1 1 0
```

2.28 Να παρασταθούν οι αριθμοί -55, -48 του δεκαδικού συστήματος στο δυαδικό σύστημα σε σύστημα συμπληρώματος του 1. Στη συνέχεια αφού γίνει η πρόσθεση (-55) + (-48) στο δυαδικό σύστημα, να μετατραπεί αναλυτικά το αποτέλεσμα στο δεκαδικό σύστημα. Η παράσταση των αριθμών να γίνει στα 8 bit. Αναφέρατε το χειρισμό του κρατουμένου.

2.29 Να παρασταθούν οι αριθμοί -55, -48 του δεκαδικού συστήματος στο δυαδικό σύστημα σε κώδικα συμπληρώματος του 2. Στη συνέχεια αφού γίνει η πρόσθεση (-55) + (-48) στο δυαδικό σύστημα να μετατραπεί αναλυτικά το αποτέλεσμα στο δεκαδικό σύστημα. Η παράσταση των αριθμών να γίνει στα 8 bit. Αναφέρατε το χειρισμό του κρατουμένου.

2.30 Να δοθούν οι παραστάσεις του μηδενός σε παράσταση προσημασμένου μέτρου, σε σύστημα συμπληρώματος του 1 και σε σύστημα συμπληρώματος του 2. Οι παραστάσεις να δοθούν για 8 bit.

2.31 Να δοθούν στο δυαδικό και στο δεκαδικό σύστημα ο μέγιστος και ο ελάχιστος προσημασμένος αριθμός που μπορούμε να παραστήσουμε με 8 bit σε σύστημα προσημασμένου μέτρου, σε σύστημα συμπληρώματος του 1 και σε σύστημα συμπληρώματος του 2.

2.32 Υποθέστε ότι οι επόμενοι αριθμοί είναι σε παράσταση προσημασμένου συμπληρώματος του 2.

A =0111, B=0111, C=1100, D = 1110, E = 1000
Σε ποιες από τις επόμενες πράξεις γίνεται υπερχείλιση

A+B, A+C, C+D, D+E

2.33 Να κωδικοποιηθεί στον κώδικα BCD (8421) ο αριθμός 338 του δεκαδικού συστήματος αρίθμησης.

2.34 Να βρεθεί σε ποιον αριθμό του δεκαδικού συστήματος αντιστοιχεί ο δυαδικός 10011000011, όταν θεωρήσουμε ότι είναι κωδικοποιημένος στον κώδικα BCD(8421).

2.35 Δώστε τη διάταξη των bit που απεικονίζει το δεκαδικό αριθμό 235 α) στο δυαδικό σύστημα β) στον κώδικα BCD (Binary Coded Decimal) γ) στον κώδικα ASCII (7 bit).

2.36 Να κωδικοποιηθούν στον κώδικα ASCII οι χαρακτήρες

#, A, B, C, a, b, c

2.37 Να βρεθεί ποιοι χαρακτήρες του κώδικα ASCII αντιπροσωπεύουν οι επόμενοι δυαδικοί αριθμοί

1101110,   0111001,   0111000

2.38 Να δοθεί ο κώδικας Gray για 1, 2, 3 και 4 bit.

2.39 Για τον κώδικα ASCII ποιο bit πρέπει να αλλάξουμε για να κάνουμε τα μικρά γράμματα του Αγγλικού αλφαβήτου κεφαλαία.

2.40 Δώστε την διάταξη των bits που απεικονίζει τον δεκαδικό αριθμό 235 α) στο δυαδικό σύστημα β) στον κώδικα BCD (Binary Coded Decimal) γ) στον κώδικα ASCII (7 bits).