Laboration 5 - Frekvensanalys

Förberedelseuppgift

Vid analys av signaler är frekvensinnehållet i signalen ofta av intresse. Fouriertransformen för en tidsdiskret signal (DTFT) ges av:

$$X(f)=\sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)e^{-j2\pi fn}$$

X(f) delar upp den tidsdiskreta signalen x(n) i dess frekvenskomponenter och kan därför användas för att analysera frekvensinnehållet i x(n).
Notera att X(f) är en kontinuerlig funktion av den normerade frekvensen f. I numeriska beräkningar används den diskreta Fouriertransformen (DFT), där X(k) beräknas i N punkter k=0,…,N-1.

$$X(k)=\sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)e^{\frac{-j2\pi kn}{N}}$$

I praktiken hanterar vi vanligtvis signaler som är ändligt långa, och vi antar då att x(n)=0 för n<0 och n>M-1.

$$X(k)=\sum_{n=0}^{M-1} x(n)e^{\frac{-j2\pi kn}{M}}$$

Notera att X(f) och X(k) är komplexa tal. Vid signalanalys är vi vanligtvis mest intresserade av hur mycket av signalens energi som finns vid olika frekvenser. Därför är vi ofta intresserade av magnitudspektrat |X(f)| eller effektspektrat $|X(f)|^2$.

1. Beräkna 4-punkters DFTn $X_1(k)$av $x_1(n)=\cos(2\pi 0.25n)$
2. Beräkna 4-punkters DFTn $X_2(k)$av $x_2(n)=\cos(2\pi 0.3n)$
3. För vilket $k$antar ¿$X_1(k)\vee$¿ respektive ¿$X_2(k)\vee$¿ sitt maxvärde? Vilken normerade frekvens $f$motsvarar detta?

Fast Fourier Transform (FFT) är en beräkingseffektiv implementation av DFT. Funktionen `fft(x,N)` i Matlab beräknar N-punkts DFT:n av x. Om det andra argumentet utelämnas, sätts N till längden av x.

1. Tidsdiskret cosinus

Skapa en tidsdiskret cosinussignal med frekvens f=0.25 och en tidsdiskret cosinussignal med frekvens f=0.3 av längd 1000. Skapa en ny tidsdiskret signal genom att summera cosinussignalerna.

```
f1=0.25;
f2=0.3;
M=1000;
n=1:M;
```

```
x1=cos(2*pi*f1*n);
x2=cos(2*pi*f2*n);
x3=x1+x2;
```

Beräkna och plotta 1000-punkters DFT för de tre signalerna.

```
N=M;
figure,
subplot(311), plot(abs(fft(x1,N)))
subplot(312),plot(abs(fft(x2,N)))
subplot(313),plot(abs(fft(x3,N)))
```

DFT:erna $|X(k)|$är här är plottade som funktion av k. För att plotta som funktion av normerad frekvens behöver vi skapa en vektor f=k/N.

```
f=0:1/N:1-1/N;
figure,
subplot(311), plot(f,abs(fft(x1,N))), ylabel('|X(f)|')
subplot(312),plot(f,abs(fft(x2,N))), ylabel('|X(f)|')
subplot(313),plot(f,abs(fft(x3,N))), xlabel('f'), ylabel('|X(f)|')
```

Notera att $|X(f)|$ är speglad runt f=0.5. Eftersom all information finns i den ena halvan är det vanligt att enbart plotta första halvan av$|X(f)|$, dvs för 0<f<0.5.

Frekvensupplösning

Gör om samma sak med kortare signaler; sätt M=N=100 respektive M=N=10. Jämför resultaten.
Vad ser du? Hur påverkar längden av signalen upplösningen i frekvensspektrumet? Hur lång behöver x(n) vara för att de två frekvenskomponenterna ska kunna urskiljas i $|X_3(k)|$?

Zero-padding

Skapa signaler x1 x2 och x3 av längd M=10 enligt föregående exempel. Beräkna 10-punkters DFT, 100-punkts DFT respektive 1000-punkts DFT för de 10 sampel långa signalerna. Att beräkna DFT i fler punkter än signalen är lång på detta sätt kallas *zero-padding*.

Plotta respektive magnitudspektra$|X(f)|$och jämför.
Vad ser du? Hur påverkar antalet punkter i DFTn $|X(f)|$? Ökar frekvensupplösningen med ökat antal punkter i DFTn?

2. Ljudsignaler

Filen *piano8000.mat* innehåller stereoinspelningar av två olika pianoljud, samplade med samplingsfrekvens *Fs*=8 kHz och sparade i variablerna *pianoC* och *pianoA*.

```
clear all
load('piano8000.mat')
```

Plotta pianosignalerna som funktion av sampel nummer samt som funktion av tid i sekunder. Lyssna på signalerna.
Hur långa är inspelningarna? Vilka skillnader och likheter finns mellan signalerna? Vilken grundperiod har respektive signal (i antal sampel N samt i sekunder T)?

Beräkna N=4096 punkters FFT av kanal 1 för den tidsdiskreta signalen *pianoA* och plotta dess magnitudspektrum |X(f)| som funktion av normerad frekvens f. Gör samma sak för signalen *pianoC*.
Vid vilka normerade frekvenser f har |X(f)| toppar för respektive signal? Hur förhåller sig detta till grundperioden i signalerna?

Plotta magnitudspektrumet för respektive signal som funktion av frekvens F i Hz.
```
F=fs_piano*f;
```
Vid vilken grundtonsfrekvens F har respektive signal? Vilka toner motsvarar detta? (Tips: [1])

Filen *brass.mat* innehåller 1-kanalsinspelningar av trumpet respektive trombon samplade med samplingsfrekvens *Fs*=48 kHz och sparade i variablerna *trumpet* och *trombon*.
Lyssna på, plotta och analysera frekvensinnehållet i signalerna på samma sätt som för pianoljuden. (Tips: Antalet punkter i N i FFTn bör sättas så stort som möjligt för att få en tillräcklig frekvensupplösning.)
Vilka skillnader och likheter finns mellan signalerna? Vilka toner är det som spelas?

3. EKG och PPG

Filen *ppg_ekg.mat* består av samtidigt inspelade 1-kanals elektrokardiografi (EKG) och finger fotopletysmografi (PPG) signaler från en försöksperson. Vi har tidigare skattat hjärtfrekvens från dessa signaler med hjälp av autokorrelation (Lab2). Nu ska vi skatta hjärtfrekvens med hjälp av FFT-baserad frekvensanalys.
Beräkna och plotta magnitudspektrat för EKG respektive PPG signalen som funktion av frekvens F i Hz på samma sätt som för ljudsignalerna.
Vid vilka frekvenser har magnitudspektrumen sina toppar? Jämför detta med hjärtfrekvensen som skattades med autokorrelation i Lab 2.

Genom att dela upp signalen i kortare segment, beräkna magnitudspektrumet för varje segment separat och medelvärdesbilda kan man få en mer robust skattning av frekvensinnehållet i signalen. Detta kallas för Welchs metod.
Beräkna Welch spektra för EKG respektive PPG signalen baserat på icke-överlappande 10-sekunders segment.

```
X_ppg_welch = pwelch(ppg,rectwin(2500),0);
X_ekg_welch = pwelch(ekg,rectwin(2500),0);
```

Vad betyder inargumenten? Kolla Matlab dokumentationen.
```
help pwelch
```

Plotta de resulterande Welch spektrumen som funktion av frekvens F i Hz.
Jämför resultatet med och utan Welchs metod, vilka skillnader och likheter ser du?

I Lab 3 uppgift 7 testade vi att filtrera EKG signalen med högpass- och lågpassfilter. Nu ska vi analysera frekvensinnehållet i signalen före och efter filtreringen.
Välj ett högpassfilter och ett lågpassfilter från lab 3 och filtrera EKG signalen. Beräkna Welch spektrum för original EKG, högpassfiltrerad EKG och lågpassfiltrerad EKG. Plotta de resulterande Welch spektrumen som funktion av frekvens F i Hz.
Jämför spektrumen, vilka skillnader och likheter ser du?

4. EEG

I ett elektroencefalogram (EEG) registreras hjärnbarkens spontana elektriska aktivitet med hjälp av elektroder på skalpen. Filen *EEGOnsetSeizure.mat* består av 26-kanals EEG inspelat före, under och efter ett kort epileptiskt anfall. Samplingsfrekvensen är Fs=256 Hz.

Välj ut kanal 3 och plotta signalen som funktion av tid.

```
eeg=X(:,3);%Kanal 3
```

Hur lång är inspelningen? Vid vilken tidpunkt tror du att det epileptiska anfallet startar? Varför?

Analysera frekvensinnehållet i signalen vid olika tidpunkter. Dela upp signalen i 1 sekunder segment och beräkna N=1024 punkters FFT för varje segment.

```
[S,F,t]=stft(eeg,256,'Window',rectwin(256),'OverlapLength',0,'FFTLength',10
24,’FrequencyRange’,’onesided’);
```

Vad betyder in- och utargumenten? Kolla Matlab dokumentationen.

```
help stft
```

Plotta som funktion av frekvens F i Hz och starttid t i sekunder för det analyserade segmentet i sekunder. Använd funktionen *surf* i Matlab.

```
figure, surf(F,t,abs(S)’)
xlabel('F (Hz)'), ylabel('t (s)'), zlabel('|X(F,t))|')
```

Fokusera på frekvensområdet 0-5 Hz.

```
axis([0 5 0 23 0 8000])
```

Hur ändras frekvensinnehållet i signalen över tid? Vid vilken tidpunkt tror du att det epileptiska anfallet startar? Varför?

1. https://sv.wikipedia.org/wiki/Lista_över_toner