# Rozkład jednostajny dyskretny, $c, n \in \mathbb{Z}; n > 0$

- $P(X = 0) = \frac{1}{n}$,
  $k = c, c + 1, \ldots, c + n - 1$
- dla $n = 1$ to rozkład jednopunktowy
- $\varphi(t) = \frac{e^{ict}\left(1-e^{int}\right)}{n(1-e^{it})}$
- $\mathbb{E}X = c + \frac{n-1}{2}$
- $D^2X = \frac{n^2-1}{12}$

# Rozkład zero-jedynkowy

- $P(X = 0) = q$
  $P(X = 1) = p$
  $q = 1 - p$
- $\varphi(t) = q + pe^{n}$
- $\mathbb{E}X = p$
- $D^2X = pq$

# Rozkład dwumianowy, $p \in (0, 1)$

- $P(X = k) = \binom{n}{k}p^k q^{n-k}$
  $q = 1 - p$
  $k = 0, 1, \ldots, n$
- $X$ - liczba sukcesów w $n$ próbach Bernoulliego (patrz przybliżenie Poissona)
- $\varphi(t) = (q + p^{it})^n$
- $\mathbb{E} = np$
- $D^2X = npq$

# Rozkład geometryczny, $p \in (0, 1)$

- $P(X = k) = pq^k$
  $q = 1 - p$
  $k = 0, 1, \ldots$
- $X$ - liczba prób Bernoulliego poprzedzających pierwszy sukces
- $\varphi(t) = \frac{p}{1-qe^{it}}$
- $\mathbb{E}X = \frac{q}{p}$
- $D^2X = \frac{q}{p^2}$

## Rozkład Poissona, $\lambda > 0$

- $P(X=k) = \frac{\lambda^k}{k!}e^{-\lambda}$
- Dla $\lambda > 9$ rozkład można przybliżać rozkładem $\mathcal{N}\left(\lambda, \sqrt{\lambda}\right)$, zachodzi wtedy
  $P(X=k) \approx \Phi\left(\frac{k+\frac{1}{2}-\lambda}{\sqrt{\lambda}}\right)$, gdzie $\Phi$ - dystrybuanta rozkładu $\mathcal{N}(0,1)$
- Przybliżenie Poissona ($n$ - duże, $p$ - małe)
  $\binom{n}{k}p^kq^{n-k} \approx \frac{\lambda}{k!}e^{-\lambda}, \lambda = np$
- $\varphi(t) = e^{\lambda(e^{it}-1)} = \exp\Big(\lambda(e^{it}-1)\Big)$
- $\mathbb{E}X = \lambda$
- $D^2X = \lambda$

## Rozkład jednostajny ciągły, $a, b \in \mathbb{R}, a < b$

- $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & , x \in (a,b) \\ 0 & , x \notin (a,b) \end{cases}$
- $\varphi(t) = \frac{e^{ibt}-e^{iat}}{i(b-a)t}$
- $\mathbb{E}X = \frac{a+b}{2}$
- $D^2X = \frac{(b-a)^2}{12}$

## Rozkład normalny, $m \in \mathbb{R}, \sigma \in (0, +\infty)$

- $f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{x-m}{2\sigma^2}}, x \in \mathbb{R}$
- $X \sim \mathcal{N}(m,\sigma) \Rightarrow Y = \frac{X-m}{\sigma} \sim \mathcal{N}(0,1)$
- $\varphi(t) = e^{imt-\frac{\sigma^2t^2}{2}}$
- $\mathbb{E}X = m$
- $D^2X = \sigma^2$

## Rozkład wykładniczy, $a \in (0, +\infty)$

- $f(x) = \begin{cases} ae^{-ax} & , x > 0 \\ 0 & , x \leqslant 0 \end{cases}$
- Szczególny przypadek rozkładu gamma
- $\varphi(t)\frac{a}{a-it}$
- $\mathbb{E}X = \frac{1}{a}$
- $D^2X = \frac{1}{a}$

## Rozkład gamma, $p, k \in (0, +\infty)$

- $f(x) = \begin{cases} \frac{x^{p-1}e^{-\frac{x}{\lambda}}}{\lambda^p\Gamma(p)} & ,\lambda > 0 \\ 0 & ,\lambda \leqslant 0 \end{cases}$
- Dla $p = 1$ jest to rozkład wykładniczy o parametrze $a = \frac{1}{\lambda}$
- $\varphi(t) = \left(\frac{1}{1-i+\lambda}\right)^p$
- $\mathbb{E}X = \lambda p$
- $D^2X = p\lambda^2$

# Rozkład Pareto, $\alpha, x_0 \in (0, +\infty)$

- $f(x) = \begin{cases} \frac{\alpha}{x_0}\left(\frac{x_0}{x}\right)^{\alpha+1} & ,x > x_0 \\ 0 & ,x \leqslant x_0 \end{cases}$
- $\mathbb{E}X = \frac{\alpha}{\alpha-1}x_0$ dla $\alpha > 1$
- $D^2X = \frac{\alpha - x_0^2}{(\alpha-1)^2(\alpha-2)}$ dla $\alpha = 2$

# Rozkład Erlanga, $a \in (0, +\infty), m \in \mathbb{N}$

- $f(x) = \begin{cases} \frac{a^m}{(m-1)!}x^{m-1}e^{-ax} & ,x > 0 \\ 0 & ,x \leqslant 0 \end{cases}$
- Szczególny przypadek rozkładu gamma
- Dla $m = 1$ jest to rozkład wykładniczy
- Suma $m$ niezależnych zmiennych losowych o rozkładzie wykładniczym z parametrem $a$ ma rozkład Erlanga
- $\varphi(t) = \left(\frac{a}{a-it}\right)^m$
- $\mathbb{E}X = \frac{m}{a}$
- $D^2X = \frac{m}{a^2}$

# Rozkład $\chi^2, n \in \mathbb{N}$

- $f(y) = \begin{cases} \frac{y^{\frac{n}{2}-1}e^{-\frac{y}{2}}}{2^{\frac{n}{2}}\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)} & ,y > 0 \\ 0 & ,y \leqslant 0 \end{cases}$
- $Y_n = X_1^2 + \cdots + X_n^2$
  $X_1, \ldots, X_n$ - niezależne zmienne losowe o rozkładzie $\mathcal{N}(0, 1)$
- $P(Y_n \geqslant k) = \alpha$
- Dla $n > 30$,
  $\sqrt{2Y_n} \sim \mathcal{N}(\sqrt{2n-1}, 1)$
- $\varphi(t) = \left(\frac{1}{1-2it}\right)^{\frac{n}{2}}$
- $\mathbb{E}X = m$
- $D^2X = 2n$

# Rozkład Studenta, $n \in \mathbb{N}$

- $f(t) = \frac{\Gamma\left(\frac{n+1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)\sqrt{n}\left(1+\frac{t^2}{n}\right)^{\frac{n+1}{2}}},$
  $t \in \mathbb{R}, \alpha > 1$
- $T_n = \frac{X}{\sqrt{Y}}\sqrt{n}$

$X, Y_n$ - niezależne
$X \sim \mathcal{N}(0, 1), Y_n \sim \chi_n^2$

- $\mathbb{E}X = 0$ dla $n > 1$
- $D^2X = \frac{n}{n-2}$ dla $n > 2$

Uwaga:

$$T_n \xrightarrow{n\to\infty} \mathcal{N}(0,1)$$

# Rozkład F-Snedecore'a, $n \in \mathbb{N}$

- $f(x) = \begin{cases} \frac{\Gamma\left(\frac{n_1+n_2}{2}\right)\left(\frac{n_1}{n_2}\right)^{\frac{n_1}{2}} x^{\frac{n_1-2}{2}}\left(1+\frac{n_1}{n_2}x\right)^{-\frac{n_1+n_2}{2}}}{\Gamma\left(\frac{n_1}{2}\right)\Gamma\left(\frac{n_2}{2}\right)} & , x > 0 \\ 0 & , x \leqslant 0 \end{cases}$
- $F_{n_1,n_2} = \frac{\frac{1}{n_1}Y_{n_1}}{\frac{1}{n_2}Y_{n_2}}$
  $Y_{n_1}, Y_{n_2}$ - niezależne zmienne losowe o jednakowym rozkładzie $\chi^2$
- $\frac{F_{n_1,n_2} - \frac{n_1-n_2}{2n_1n_2}}{\frac{n_1+n_2}{2n_1n_2}} \sim \mathcal{N}(0,1)$ dla $n_1, n_2 > 30$