

Rozkład jednostajny dyskretny,  $c, n \in \mathbb{Z}; n > 0$

- $P(X = 0) = \frac{1}{n},$   
 $k = c, c + 1, \dots, c + n - 1$
- $\varphi(t) = \frac{e^{ict}(1 - e^{int})}{n(1 - e^{it})}$
- $\mathbb{E}X = c + \frac{n-1}{2}$
- dla  $n = 1$  to rozkład jednopunktowy
- $D^2X = \frac{n^2-1}{12}$

Rozkład zero-jedynkowy

- $P(X = 0) = q$   
 $P(X = 1) = p$   
 $q = 1 - p$
- $\varphi(t) = q + pe^{it}$
- $\mathbb{E}X = p$
- $D^2X = pq$

Rozkład dwumianowy,  $p \in (0, 1)$

- $P(X = k) = \binom{n}{k} p^k q^{n-k}$   
 $q = 1 - p$   
 $k = 0, 1, \dots, n$
- $\varphi(t) = (q + p e^{it})^n$
- $\mathbb{E} = np$
- $X$  - liczba sukcesów w  $n$  próbach Bernoulliego (patrz przybliżenie Poissona)
- $D^2X = npq$

Rozkład geometryczny,  $p \in (0, 1)$

- $P(X = k) = pq^k$   
 $q = 1 - p$   
 $k = 0, 1, \dots$
- $\varphi(t) = \frac{p}{1 - qe^{it}}$
- $\mathbb{E}X = \frac{q}{p}$
- $X$  - liczba prób Bernoulliego poprzedzających pierwszy sukces
- $D^2X = \frac{q}{p^2}$

## Rozkład Poissona, $\lambda > 0$

- $P(X = k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$
- Dla  $\lambda > 9$  rozkład można przybliżać rozkładem  $\mathcal{N}(\lambda, \sqrt{\lambda})$ , zachodzi wtedy  
 $P(X = k) \approx \Phi\left(\frac{k + \frac{1}{2} - \lambda}{\sqrt{\lambda}}\right)$ , gdzie  $\Phi$  - dystrybuanta rozkładu  $\mathcal{N}(0, 1)$
- Przybliżenie Poissona ( $n$  - duże,  $p$  - małe)  
 $\binom{n}{k} p^k q^{n-k} \approx \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}, \lambda = np$
- $\mathbb{E}X = \lambda$
- $D^2X = \lambda$

## Rozkład jednostajny ciągły, $a, b \in \mathbb{R}, a < b$

- $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & , x \in (a, b) \\ 0 & , x \notin (a, b) \end{cases}$
- $\mathbb{E}X = \frac{a+b}{2}$
- $\varphi(t) = \frac{e^{ibt} - e^{iat}}{i(b-a)t}$
- $D^2X = \frac{(b-a)^2}{12}$

## Rozkład normalny, $m \in \mathbb{R}, \sigma \in (0, +\infty)$

- $f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x-m}{2\sigma^2}}, x \in \mathbb{R}$
- $\varphi(t) = e^{imt - \frac{\sigma^2 t^2}{2}}$
- $X \sim \mathcal{N}(m, \sigma) \Rightarrow Y = \frac{X-m}{\sigma} \sim \mathcal{N}(0, 1)$
- $\mathbb{E}X = m$
- $D^2X = \sigma^2$

## Rozkład wykładniczy, $a \in (0, +\infty)$

- $f(x) = \begin{cases} ae^{-ax} & , x > 0 \\ 0 & , x \leq 0 \end{cases}$
- $\varphi(t) = \frac{a}{a-it}$
- Szczególny przypadek rozkładu gamma
- $\mathbb{E}X = \frac{1}{a}$
- $D^2X = \frac{1}{a^2}$

## Rozkład gamma, $p, k \in (0, +\infty)$

- $f(x) = \begin{cases} \frac{x^{p-1} e^{-\frac{x}{\lambda}}}{\lambda^p \Gamma(p)} & , \lambda > 0 \\ 0 & , \lambda \leq 0 \end{cases}$
- $\varphi(t) = \left(\frac{1}{1-i\lambda t}\right)^p$
- Dla  $p = 1$  jest to rozkład wykładniczy o parametrze  $a = \frac{1}{\lambda}$
- $\mathbb{E}X = \lambda p$
- $D^2X = p\lambda^2$

Rozkład Pareto,  $\alpha, x_0 \in (0, +\infty)$

- $f(x) = \begin{cases} \frac{\alpha}{x_0} \left(\frac{x_0}{x}\right)^{\alpha+1}, & x > x_0 \\ 0, & x \leq x_0 \end{cases}$
- $\mathbb{E}X = \frac{\alpha}{\alpha-1}x_0$  dla  $\alpha > 1$
- $D^2X = \frac{\alpha-x_0^2}{(\alpha-1)^2(\alpha-2)}$  dla  $\alpha = 2$

Rozkład Erlanga,  $a \in (0, +\infty), m \in \mathbb{N}$

- $f(x) = \begin{cases} \frac{a^m}{(m-1)!} x^{m-1} e^{-ax}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$
- Suma  $m$  niezależnych zmiennych losowych o rozkładzie wykładniczym z parametrem  $a$  ma rozkład Erlanga
- Szczególny przypadek rozkładu gamma
- $\varphi(t) = \left(\frac{a}{a-it}\right)^m$
- Dla  $m = 1$  jest to rozkład wykładniczy
- $\mathbb{E}X = \frac{m}{a}$
- $D^2X = \frac{m}{a^2}$

Rozkład  $\chi^2, n \in \mathbb{N}$

- $f(y) = \begin{cases} \frac{y^{\frac{n}{2}-1} e^{-\frac{y}{2}}}{2^{\frac{n}{2}} \Gamma(\frac{n}{2})}, & y > 0 \\ 0, & y \leq 0 \end{cases}$
- Dla  $n > 30$ ,  $\sqrt{2}Y_n \sim \mathcal{N}(\sqrt{2n-1}, 1)$
- $Y_n = X_1^2 + \dots + X_n^2$   
 $X_1, \dots, X_n$  - niezależne zmienne losowe o rozkładzie  $\mathcal{N}(0, 1)$
- $\varphi(t) = \left(\frac{1}{1-2it}\right)^{\frac{n}{2}}$
- $\mathbb{E}X = m$
- $D^2X = 2n$
- $P(Y_n \geq k) = \alpha$

Rozkład Studenta,  $n \in \mathbb{N}$

- $f(t) = \frac{\Gamma(\frac{n+1}{2})}{\Gamma(\frac{n}{2})\Gamma(\frac{n}{2})\sqrt{n}\left(1+\frac{t^2}{n}\right)^{\frac{n+1}{2}}},$   
 $t \in \mathbb{R}, \alpha > 1$
- $\mathbb{E}X = 0$  dla  $n > 1$
- $D^2X = \frac{n}{n-2}$  dla  $n > 2$
- $T_n = \frac{X}{\sqrt{Y}}\sqrt{n}$   
 $X, Y_n$  - niezależne  
 $X \sim \mathcal{N}(0, 1), Y_n \sim \chi_n^2$
- Uwaga:  
 $T_n \xrightarrow{n \rightarrow \infty} \mathcal{N}(0, 1)$

Rozkład F-Snedecore'a,  $n \in \mathbb{N}$

- $f(x) = \begin{cases} \frac{\Gamma(\frac{n_1+n_2}{2})\left(\frac{n_1}{n_2}\right)^{\frac{n_1}{2}} x^{\frac{n_1-2}{2}} \left(1+\frac{n_1}{n_2}x\right)^{-\frac{n_1+n_2}{2}}}{\Gamma(\frac{n_1}{2})\Gamma(\frac{n_2}{2})} & , x > 0 \\ 0 & , x \leq 0 \end{cases}$
- $F_{n_1, n_2} = \frac{\frac{1}{n_1}Y_{n_1}}{\frac{1}{n_2}Y_{n_2}}$   
 $Y_{n_1}, Y_{n_2}$  - niezależne zmienne losowe o jednakowym rozkładzie  $\chi^2$
- $\frac{F_{n_1, n_2} - \frac{n_1-n_2}{2n_1n_2}}{\frac{n_1+n_2}{2n_1n_2}} \sim \mathcal{N}(0, 1)$  dla  $n_1, n_2 > 30$