

Laboratorio 1: Pruebas binomiales I

1. Se le aplica la prueba de COVID-19 a una muestra de 1002 personas, de las cuales 701 dieron positivas. ¿Hay suficiente evidencia para sustentar la aseveración de que la mayoría de las personas en la población padece COVID-19? utilice un $\alpha = 5\%$.
Una mayoría es más del 50%.

$$n = 1002$$

$$T = 701$$

$$H_0: p^* = 0.5$$

$$H_a: p^* > 0.5$$

$$\alpha = 0.05$$

Como $n > 20$:

$$\begin{aligned} p\text{-valor} &= P(Y \geq T) \\ &= 1 - P(Z \leq \frac{701 - 1002(0.5) - 0.5}{\sqrt{1002(0.5)(0.5)}}) \\ &= 1 - P(Z \leq 12.6048) \end{aligned}$$

$$p\text{-valor} = 1 - 1 = 0$$

Como $p\text{-valor} < \alpha$, esto es, $0 < 0.05$

\therefore Se rechaza H_0

\therefore Hay suficiente evidencia para sustentar que la mayoría de la población padece COVID-19

2. Se tiene una muestra de un mes de los rendimientos diarios de la acción de Femsa durante el último año

1.42	1.19	0.81	1.22	0.93	0.86	0.86
1.34	0.98	1.44	1.19	1.17	1.31	1.54
1.65	1.61	1.58	1.03	1.37	1.28	1.03

Nota: El año financiero tiene 252 días, por lo que el mes financiero tiene 21 días. Pruebe la hipótesis de que no más del 50% de los días del año Femsa tiene un rendimiento de su acción del 1% o más. Utilice un $\alpha = 5\%$

$$H_0: P(X \leq 1) = 0.5$$

$$H_a: P(X \leq 1) < 0.5$$

$$T_1 = 5$$

$$T_2 = 5$$

$$\alpha = 0.05$$

$$p^* = 0.5$$

$$n = 21$$

V.C.

$P(Y \leq t) = .05$, donde $y \sim \text{bin}(21, 0.5)$, entonces $t = 6$, probando $T \leq t$, $5 \leq 6$, si se cumple

\therefore Se rechaza H_0

$$p\text{-valor} = P(y \leq T_1), y \sim \text{bin}(21, 0.5)$$

$$= P(y \leq 5) = 0.0133$$

haciendo $p\text{-valor} < \alpha$, $0.0133 < 0.05$, sí se cumple

\therefore Se rechaza H_0

\therefore Hay evidencia suficiente para afirmar que no más del 50% de los días del año las acciones de Femsa tienen un rendimiento del 1% o más

3. Los pesos de 5 personas antes de que dejaran de fumar y 5 semanas después de dejar de fumar, en kg, son los siguientes:

Individuo	1	2	3	4	5
Antes	66	80	69	52	75
Después	71	82	68	56	73

Determinar si el consumo de cigarrillo incide sobre el peso de las personas. Utilice un $\alpha = 5\%$

Peso Después - Peso Antes:

$$\begin{array}{ccccc} 5 & 2 & -1 & 4 & -2 \\ + & + & + & + & + \end{array}$$

$$\begin{array}{l} P_D = P_A \quad P_D - P_A = 0 \\ P_D \neq P_A \rightarrow P_D - P_A \neq 0 \end{array}$$

$$H_0: P_D - P_A = 0$$

$$H_a: P_D - P_A \neq 0$$

$$T = 5$$

$$\alpha = 0.05$$

$$n = 5$$

v.c.

$$P(y \leq t) = 0.025, \text{ donde } y \sim \text{bin}(5, 0.5)$$

t es 0, y es el valor que excede, por lo que se rechaza H_0 si $T < t$ ó $T > n - t$:

$$5 < 0 \text{ ó } 5 > 5, \text{ no se cumple}$$

\therefore No se rechaza H_0

$$p\text{-valor} = 2 \min \{P(y \leq 5), P(y \geq 5)\}, y \sim \text{bin}(5, 0.5)$$

$$- P(y \leq 5) = 1$$

$$- P(y \geq 5) = 1 - P(y < 4) = 1 - 0.9688 = 0.0312$$

$$p\text{-valor} = 2(0.0312) = 0.0624, \text{ rechaza } H_0 \text{ si } p\text{-valor} < \alpha$$

$$0.0624 < 0.05$$

\therefore No se rechaza H_0

\therefore No hay evidencia estadística de que el consumo de cigarrillos incida en el peso de las personas

4. Los siguientes datos conforman una muestra aleatoria del octanaje de la gasolina expendida en 15 estaciones de servicio

99	102.3	99.8	100.5	99.7
96.2	99.1	102.5	103.3	97.4
100.4	98.9	98.3	98	101.6

El dueño de estas estaciones asegura que el octanaje promedio es de 98.0, ¿Lo que dice el dueño es cierto? Utilice $\alpha = 5\%$.

$$H_0: \mu = 98$$

$$H_a: \mu \neq 98$$

$$T = 12$$

$$n = 14$$

$$\alpha = 0.05$$

Signos

+ + + + +

- + + + -

+ + + +

V.C.

$$P(Y \leq t) = 0.025, Y \sim \text{bin}(14, 0.5)$$

entonces: $t = 2$, rechazamos H_0 si

$$T \leq t \text{ ó } T \geq n - t$$

$$12 \leq 2 \text{ ó } 12 \geq 12$$

se cumple una de ellas

\therefore Se rechaza H_0

$$p\text{-valor} = 2 \min \{P(Y \leq T), P(Y \geq T)\}, Y \sim \text{bin}(14, 0.5)$$

$$-P(Y \leq 2) = 0.0065$$

$$-P(Y \geq 2) = 1 - P(Y \leq 1) = 1 - 0.0009 = 0.9991$$

$$p\text{-valor} = 2 \min(0.0065, 0.9991) = 2(0.0065) = 0.013$$

como $p\text{-valor} < \alpha$, esto es:

$$0.013 < 0.05$$

\therefore Se rechaza H_0

\therefore La afirmación del dueño es incorrecta, ya que hay evidencia estadística de que el octanaje promedio es diferente a 98.0

5. Debido al creciente número de accidentes de trabajo, se implementó un programa de seguridad industrial. Su gestora asegura que este programa ha logrado reducir la pérdida de tiempo por este concepto en más de 3 horas. Los siguientes datos son obtenidos al seleccionar aleatoriamente 10 sesiones:

Antes	45	73	44	124	35	59	83	34	24	17
Después	36	60	46	119	33	61	77	29	26	11

¿Qué opina acerca de la afirmación de la gestora? Utilice $\alpha = 5\%$

$$A_D - A_A = -9 \quad -13 \quad 2 \quad -5 \quad -2 \quad -2 \quad -6 \quad -5 \quad 2 \quad -6$$

$$\begin{aligned} A_D &= A_A \rightarrow A_D - A_A = 0 \\ A_D &> A_A \rightarrow A_D - A_A > 0 \end{aligned}$$

$$H_0: A_D - A_A = 0$$

$$H_a: A_D - A_A > 0$$

$$T = 2$$

$$n = 10$$

$$\alpha = 0.05$$

V.C.

$$P(Y \leq t) = 0.05, Y \sim \text{bin}(10, 0.5)$$

$$t = 1, \text{ se rechaza } H_0 \text{ si } T \geq n - t$$

$$2 \geq 10 - 1$$

$$2 \geq 9, \text{ no se cumple}$$

\therefore No se rechaza H_0

$$p\text{-valor} = P(Y \geq T), Y \sim \text{bin}(10, 0.5)$$

$$= 1 - P(Y < 1)$$

$$= 1 - P(Y \leq 0)$$

$$= 1 - 0.0010$$

$$= 0.999, \text{ rechaza } H_0 \text{ si } p\text{-valor} < \alpha$$

$$0.999 < 0.05$$

\therefore No se rechaza H_0

\therefore La afirmación de la gestora es correcta, ya que hay evidencia estadística de que se ha reducido el número de accidentes.