Mario Alberto Rodríguez Morales 1860043 Grupo: 002

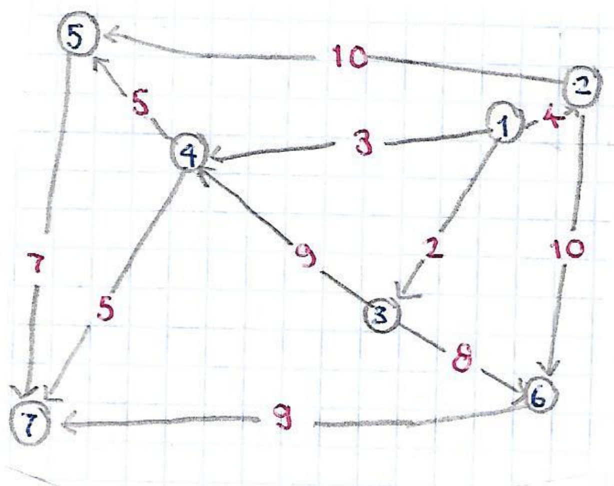
Parcial 1 de Investigación de Operaciones

1. ¿Cuáles son las 4 componentes fundamentales de cualquier modelo de programación matemática?, ¿en qué orden se llevan a cabo?, ¿en qué consiste cada una?

Las 4 componentes Fundamentales son y se llevan a cabo en el siguiente órden.

1. Variables de decisión: Este componente consiste en declarar las variables a utilizar en el modelo de programación matemática
2. Función objetivo: Consiste en plantear la ecuación a minimizar o maximizar según sea el caso.
3. Restricciones: Consiste en plantear las ecuaciones de restricción o limitación para no exceder o contener las limitaciones que se tienen en el contexto o problema dado
4. Naturaleza de las variables: Consiste en plantear el dominio de las variables de decisión, así como el tipo de programación del problema (lineal, entera o binaria)

2. Considerando el siguiente diagrama donde los números asignados a cada uno de los arcos representan la distancia en kilómetros de un nodo a otro. Se desea encontrar la ruta con la distancia mínima para ir del nodo 1 al nodo 7. Modele esta actividad como un problema de programación lineal.



Variables de decisión

X_{12}: Nodo 1 a Nodo 2
X_{14}: Nodo 1 a Nodo 4
X_{12}: Nodo 1 a Nodo 2
X_{25}: Nodo 2 a Nodo 5
X_{26}: Nodo 2 a Nodo 6
X_{34}: Nodo 3 a Nodo 4
X_{36}: Nodo 3 a Nodo 6
X_{45}: Nodo 4 a Nodo 5
X_{47}: Nodo 4 a Nodo 7 ← Todos los recorridos posibles.
X_{57}: Nodo 5 a Nodo 7
X_{67}: Nodo 6 a Nodo 7

Función objetivo

$\min 4X_{12}+2X_{13}+3X_{14}+10X_{25}+10X_{26}+9X_{34}+8X_{36}+5X_{45}+5X_{47}+7X_{57}+9X_{67}$

Restricciones

$X_{12}+X_{13}+X_{14}=1$, igualdad, ya que parte de aquí y solo tomará un camino

$X_{25}+X_{26}\leq 1$

$X_{34}+X_{36}\leq 1$

$X_{45}+X_{47}\leq 1$

$X_{57}+X_{67}\leq 1$

} Desigualdad, ya que puede o no pasar por aquí

Naturaleza de las variables

$X_{12}, X_{13}, X_{14}, X_{25}, X_{26}, X_{34}, X_{36}, X_{45}, X_{47}, X_{57}, X_{67} \in \{0,1\}$

Programación binaria

3. Un taller de confección hace chaquetas y pantalones. Para hacer una chaqueta, se necesitan 1m de tela y 2 botones; y para hacer unos pantalones hacen falta 2m de tela, un botón y una cremallera. El taller dispone de 500m de tela 400 botones y 225 cremayeras. El beneficio que se obtiene por la venta de una chaqueta es de 20 pesos y por el de unos pantalones, 30 pesos. Suponiendo que se vende todo lo que se fabrica:

a) Construya el modelo de programación lineal que representa el problema de producción

Variables de decisión

x = chaquetas producidas y vendidas
y = pantalones producidos y vendidos

Función objetivo

$\max 20x+30y$ ← se busca maximizar el beneficio

Restricciones

$x+2y\leq 500$, inventario de tela

$2x+y\leq 400$, inventario de botones

$y\leq 225$, inventario de cremayeras

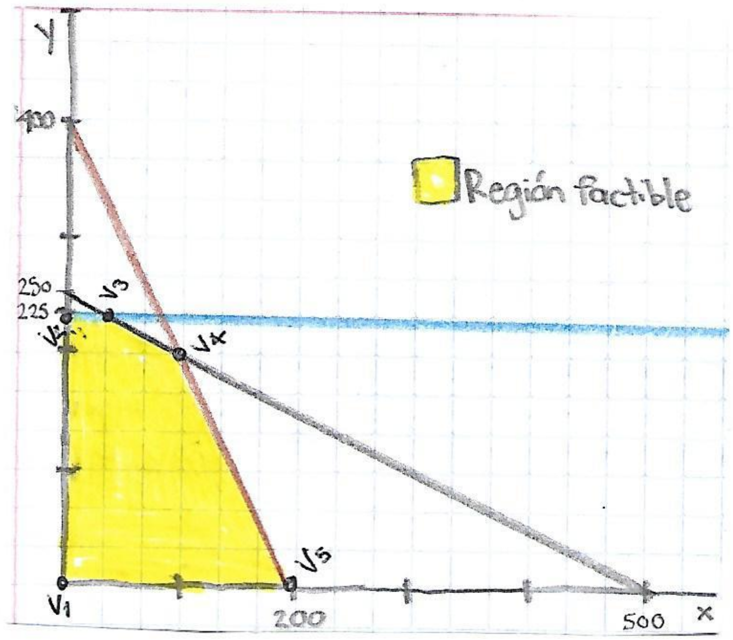
Naturaleza de las variables

$x, y \in \mathbb{Z}^+ \cup \{0\}$, se pueden producir 0 o más chaquetas y/o pantalones

Programación entera.

b) Brinde dos soluciones factibles del problema

- $x+2y\leq 500$ — $(0,250)$, $(500,0)$
- $2x+y\leq 400$ — $(0,400)$, $(200,0)$
- $y\leq 225$ — $(0,225)$



- Sin restricciones redundantes

Encontrando las intersecciones

①
$$\begin{array}{r} x+2y=500 \\ -4x-2y=-800 \\ \hline -3x=-300 \\ x=100 \end{array}$$

Si $x=100$

$100+2y=500$

$2y=400$

$y=200$

② $x+2(225)=500$

$x=500-450$

$x=50$

Dos soluciones factibles pueden ser: $V_3=(50,225)$ y $V_4=(100,200)$

c) ¿Cuál es la solución óptima y qué ganancia proporciona?

Soluciones factibles

$V_1=(0,0)$

$V_2=(0,225)$

$V_3=(50,225)$

$V_4=(100,200)$

$V_5=(200,0)$

Valor óptimo

$Z(x,y)=20x+30y$

$Z_1(0,0)=0$

$Z_2(0,225)=6750$

$Z_3(50,225)=7750$

$Z_4(100,200)=8000$

$Z_5(200,0)=4000$

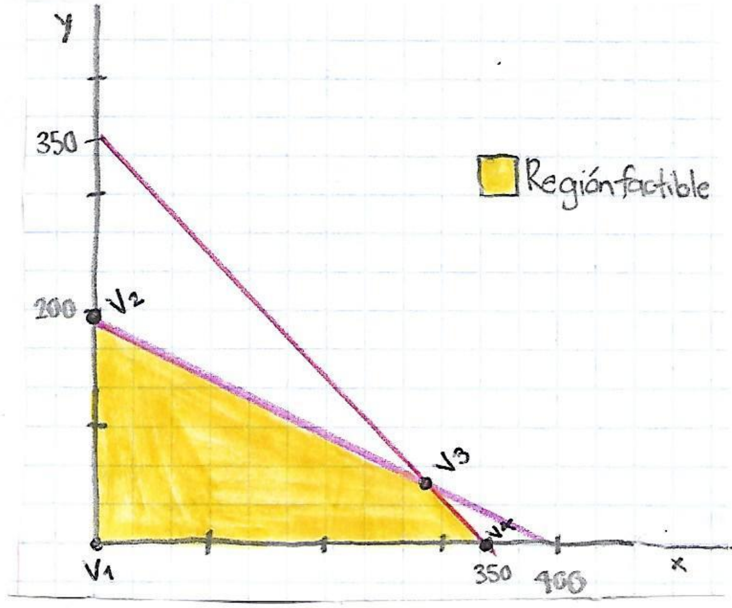
→ Sol. óptima: $V_4(100,200)$

→ Valor óptimo: 8000

∴ Se deben producir y vender 100 chaquetas y 200 pantalones para maximizar el beneficio y tener un ingreso de $8000.

4. Para el problema de programación lineal P

$$P: \min\ x + 3y$$
$$\text{S.A.}$$
$$x + 2y \leq 400$$
$$x + y \leq 350$$
$$x, y \geq 0$$



a) Obtenga la región factible Ω

- $x + 2y \leq 400$ — $(0, 200)$, $(400, 0)$
- $x + y \leq 350$ — $(0, 350)$, $(350, 0)$

b) Diga si tiene restricciones redundantes. Justifique

No se tienen restricciones redundantes, ya que si se omitiera alguna de las restricciones se vería afectada la región factible en 3 de sus 4 vértices.

c) ¿Cuál es la solución y valor óptimos?

Obteniendo la intersección de las rectas

$$\begin{array}{r} x + 2y = 400 \\ -x - y = -350 \\ \hline y = 50 \end{array} \quad , \text{ si } y = 50 \quad \begin{array}{r} x + 50 = 350 \\ x = 300 \end{array}$$

Soluciones factibles

$V_1 = (0, 0)$
$V_2 = (0, 200)$
$V_3 = (300, 50)$
$V_4 = (350, 0)$

Valor óptimo

$Z(x,y) = x + 3y$

$Z_1(0,0) = 0$
$Z_2(0,200) = 600$
$Z_3(300,50) = 450$
$Z_4(350,0) = 350$

$\boxed{\therefore \text{ El valor óptimo para minimizar es } V_1(0,0) \text{ con un valor óptimo de } 0. \text{ Esto es válido dado que } x, y \geq 0.}$

5. Menciona dos problemas de programación matemática, uno que pueda ser modelado mediante programación matemática binaria y otro mediante programación entera (no binaria). Explica en que consiste cada uno.

- Programación binaria:

Un repartidor debe entregar diversos productos, pero tiene la limitante de que puede llevar solamente a lo mucho 10kg en la caja de su motocicleta, si busca maximizar su beneficio y los precios de los artículos son los siguientes

Artículo	Peso	Beneficio
Papas	3	8
Sandía	5	13
Sal	4	6
Huevo	4	7
Aceitunas	2	5

$W = 10$

¿Qué debe llevar respentando la restricción del peso?

>Explicación: El repartidor busca maximizar su ingreso llevando en su viaje un peso de 10kg o menos

- Programación entera

Una heladería vende 3 helados diferentes. El helado clásico se prepará con un cono y 3 bolas de helado y tiene un costo de $10. El helado especial el cual necesita un plato, 2 bolas de helado y 7 gomitas con un costo de $16 y el helado Maxi el cual necesita un plato, 3 bolas de helado, 2 conos y 6 gomitas por un costo de $27. Si se tiene un inventario de 125 bolas de helado, 67 conos, 105 gomitas y 53 platos, ¿Cuántos helados de cada tipo para obtener un beneficio máximo?

>Explicación: La heladería busca maximizar sus ingresos, sin utilizar más de lo que tiene en su inventario.