Mario Alberto Rodríguez Morales 1860043 Grupo: 002 96

Parcial 1 de Investigación de Operaciones

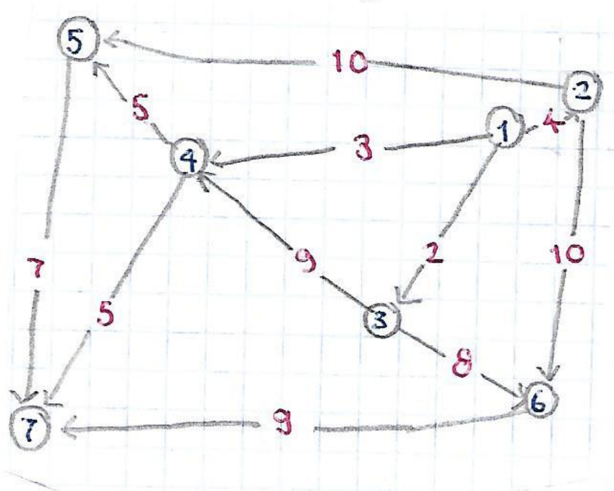
1. ¿Cuáles son las 4 componentes fundamentales de cualquier modelo de programación matemática?, ¿en qué orden se llevan a cabo?, ¿en qué consiste cada una?

Las 4 componentes Fundamentales son y se llevan a cabo en el siguiente órden.

1. Variables de decisión: Este componente consiste en declarar las variables a utilizar en el modelo de programación matemática
2. Función objetivo: Consiste en plantear la ecuación a minimizar o maximizar según sea el caso.
3. Restricciones: Consiste en plantear las ecuaciones de restricción o limitación para no exceder o contener las limitaciones que se tienen en el contexto o problema dado
4. Naturaleza de las variables: Consiste en plantear el dominio de las variables de decisión, así como el tipo de programación del problema (lineal, entera o binaria)

2. Considerando el siguiente diagrama donde los números asignados a cada uno de los arcos representan la distancia en kilómetros de un nodo a otro. Se desea encontrar la ruta con la distancia mínima para ir del nodo 1 al nodo 7. Modele esta actividad como un problema de programación lineal.

$$X_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si} \ldots \\ 0 & \text{sino} \end{cases}$$



-2

Variables de decisión

X_{12}: Nodo 1 a Nodo 2
X_{14}: Nodo 1 a Nodo 4
X_{12}: Nodo 1 a Nodo 2
X_{25}: Nodo 2 a Nodo 5
X_{26}: Nodo 2 a Nodo 6
X_{34}: Nodo 3 a Nodo 4
X_{36}: Nodo 3 a Nodo 6
X_{45}: Nodo 4 a Nodo 5
X_{47}: Nodo 4 a Nodo 7 ← Todos los recorridos posibles.
X_{57}: Nodo 5 a Nodo 7
X_{67}: Nodo 6 a Nodo 7

Función objetivo

min $4X_{12} + 2X_{13} + 3X_{14} + 10X_{25} + 10X_{26} + 9X_{34} + 8X_{36} + 5X_{45} + 5X_{47} + 7X_{57} + 9X_{67}$

Restricciones

$X_{12} + X_{13} + X_{14} = 1$, igualdad, ya que parte de aquí y solo tomará un camino

$X_{25} + X_{26} \leq 1$

$X_{34} + X_{36} \leq 1$

$X_{45} + X_{47} \leq 1$

$X_{57} + X_{67} \leq 1$

Desigualdad, ya que puede o no pasar por aquí

Formulación no necesariamente válida (-2)

Naturaleza de las variables

$X_{12}, X_{13}, X_{14}, X_{25}, X_{26}, X_{34}, X_{36}, X_{45}, X_{47}, X_{57}, X_{67} \in \{0, 1\}$

Programación binaria

3. Un taller de confección hace chaquetas y pantalones. Para hacer una chaqueta, se necesitan 1m de tela y 2 botones; y para hacer unos pantalones hacen falta 2m de tela, un botón y una cremallera. El taller dispone de 500m de tela 400 botones y 225 cremayeras. El beneficio que se obtiene por la venta de una chaqueta es de 20 pesos y por el de unos pantalones, 30 pesos. Suponiendo que se vende todo lo que se fabrica:

a) Construya el modelo de programación lineal que representa el problema de producción

Variables de decisión

x = chaquetas producidas y vendidas

y = pantalones producidos y vendidos

Función objetivo

max $20x + 30y$ ← se busca maximizar el beneficio

Restricciones

$x + 2y \leq 500$, inventario de tela

$2x + y \leq 400$, inventario de botones

$y \leq 225$, inventario de cremayeras

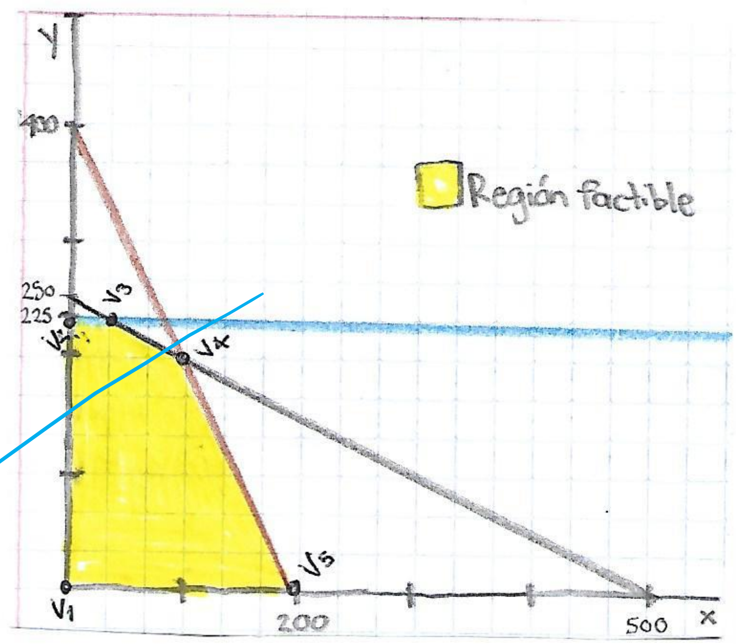
Naturaleza de las variables

$x, y \in \mathbb{Z}^+ \cup \{0\}$, se pueden producir 0 o más chaquetas y/o pantalones

Programación entera.

b) Brinde dos soluciones factibles del problema

- $x + 2y \leq 500$ — (0, 250), (500, 0)
- $2x + y \leq 400$ — (0, 400), (200, 0)
- $y \leq 225$ — (0, 225)



- Sin restricciones redundantes

Encontrando las intersecciones

① $x + 2y = 500$

$-4x - 2y = -800$

$-3x = -300$

$x = 100$

Si $x = 100$

$100 + 2y = 500$

$2y = 400$

$y = 200$

② $x + 2(225) = 500$

$x = 500 - 450$

$x = 50$

Dos soluciones factibles pueden ser: $V_3 = (50, 225)$ y $V_4 = (100, 200)$

c) ¿Cuál es la solución óptima y qué ganancia proporciona?

Soluciones factibles

$V_1 = (0,0)$

$V_2 = (0, 225)$

$V_3 = (50, 225)$

$V_4 = (100, 200)$

$V_5 = (200, 0)$

Valor óptimo

$Z(x, y) = 20x + 30y$

$Z_1(0,0) = 0$

$Z_2(0,225) = 6750$

$Z_3(50,225) = 7750$

$Z_4(100,200) = 8000$

$Z_5(200,0) = 4000$

→ Sol. óptima: $V_4(100, 200)$

→ Valor óptimo: 8000

∴ Se deben producir y vender 100 chaquetas y 200 pantalones para maximizar el beneficio y tener un ingreso de $8000.

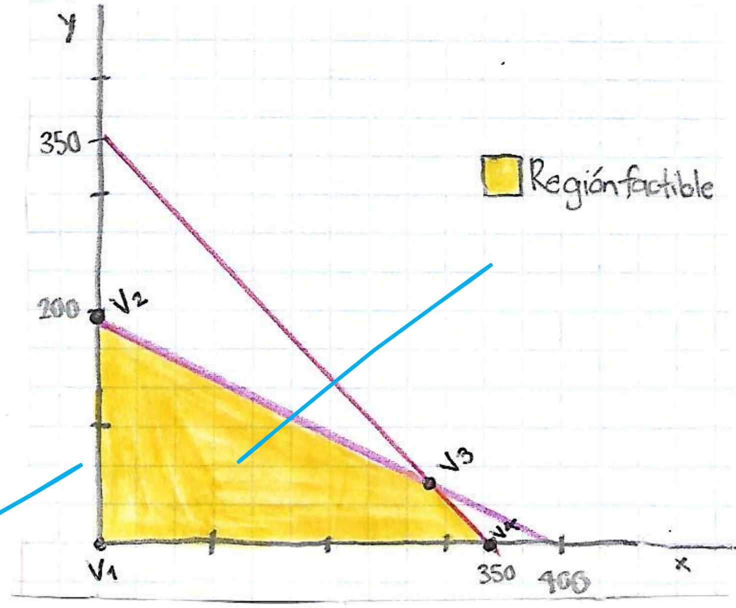
4. Para el problema de programación lineal P

$$P: \min\ x+3y$$
S.A.
$$x+2y \leq 400$$
$$x+y \leq 350$$
$$x, y \geq 0$$

a) Obtenga la región factible Ω

$x+2y \leq 400$: (0, 200), (400, 0)

$x+y \leq 350$: (0, 350), (350, 0)



b) Diga si tiene restricciones redundantes. Justifique

No se tienen restricciones redundantes, ya que si se omitiera alguna de las restricciones se vería afectada la región factible en 3 de sus 4 vértices.

c) ¿Cuál es la solución y valor óptimos?

Obteniendo la intersección de las rectas

$$\begin{array}{r} x+2y=400 \\ -x-y=-350 \\ \hline y=50 \end{array}$$

, si $y=50$
$$x+50=350$$
$$x=300$$

Soluciones factibles

$V_1 = (0,0)$

$V_2 = (0,200)$

$V_3 = (300,50)$

$V_4 = (350,0)$

Valor óptimo

$Z(x,y) = x+3y$

$Z_1(0,0) = 0$

$Z_2(0,200) = 600$

$Z_3(300,50) = 450$

$Z_4(350,0) = 350$

∴ El valor óptimo para minimizar es $V_1(0,0)$ con un valor óptimo de 0. Esto es válido dado que $x, y \geq 0$.

5. Menciona dos problemas de programación matemática, uno que pueda ser modelado mediante programación matemática binaria y otro mediante programación entera (no binaria). Explica en que consiste cada uno.

- Programación binaria:

Un repartidor debe entregar diversos productos, pero tiene la limitante de que puede llevar solamente a lo mucho 10kg en la caja de su motocicleta, si busca maximizar su beneficio y los precios de los artículos son los siguientes

Artículo	Peso	Beneficio
Papas	3	8
Sandía	5	13
Sal	4	6
Huevo	4	7
Aceitunas	2	5

$W = 10$

¿Qué debe llevar respentando la restricción del peso?

> Explicación: El repartidor busca maximizar su ingreso llevando en su viaje un peso de 10kg o menos

- Programación entera

Una heladería vende 3 helados diferentes. El helado clásico se prepará con un cono y 3 bolas de helado y tiene un costo de $10. El helado especial el cual necesita un plato, 2 bolas de helado y 7 gomitas con un costo de $16 y el helado Maxi el cual necesita un plato, 3 bolas de helado, 2 conos y 6 gomitas por un costo de $27. Si se tiene un inventario de 125 bolas de helado, 67 conos, 105 gomitas y 53 platos, ¿Cuántos helados de cada tipo para obtener un beneficio máximo?

> Explicación: La heladería busca maximizar sus ingresos, sin utilizar más de lo que tiene en su inventario.