Mario Alberto Rodríguez Morales 1860043 Grupo: 002

Laboratorio 2: Muestreo Aleatorio Estratificado

1. Una empresa publicitaria está interesada en determinar que tanto debe enfatizar la publicidad Televisa en un determinado municipio que está conformado por dos pueblos y un área rural. Uno de los pueblos comprende de los pobladores alrededor de la fábrica, y la mayoría de los hogares son de los obreros de dicha fábrica, que además tienen hijos en edad escolar. El otro pueblo está habitado en su mayoría por personas mayores y en general hay pocos niños en las casas. Para ello dispone de la siguiente información: El primer pueblo cuenta con 155 hogares, el segundo pueblo con 62 hogares, y en el área rural se encuentran 93 hogares. Supóngase que se lleva a cabo la encuesta planeada y la empresa publicitaria tiene el tiempo y el dinero suficiente para entrevistar a 40 hogares en total. Por lo cual decide seleccionar muestras aleatorias de 20 hogares en el primer pueblo, 8 del segundo y 12 del área rural. Se presentan a continuación las mediciones del tiempo (en horas) por semana que se ve televisión en dichos hogares. Estimar el tiempo promedio que se ve televisión, en horas por semana, para cada uno de los pueblos y en general para todo el municipio.

Pueblo A	Pueblo B	Área Rural
35 28 26 41 43	27 4 49 10 15	8 15 21 7 14 30
29 32 27 36 25	41 25 30	20 11 12 32 34 24
29 31 39 38 40		
45 28 27 35 34		

$E_1 = \frac{155}{310} = 0.5$ $\quad \hat{M}_1 = \frac{668}{20} = 33.4$ $\quad Var(\hat{M}_1) = S_1^2 = 37.0947$

$E_2 = \frac{62}{310} = 0.2$ $\quad \hat{M}_2 = \frac{201}{8} = 25.125$ $\quad Var(\hat{M}_2) = 232.4107$

$E_3 = \frac{93}{310} = 0.3$ $\quad \hat{M}_3 = \frac{228}{12} = 19$ $\quad Var(\hat{M}_3) = S_3^2 = 87.6364$

$$\hat{M} = \frac{(33.4)(155) + (25.125)(62) + (19)(93)}{310} = \frac{8501.75}{310} = 27.425$$

$$Var(\hat{M}) = \frac{1}{(310)^2}\left[\frac{37.0947}{20}(155)(155-20) + \frac{232.4107}{8}(62)(62-8) + \frac{87.6364}{12}(93)(93-12)\right]$$

$$Var(\hat{\mu}) = \frac{1}{(310)^2}(38{,}810.32988 + 97{,}263.87795 + 55{,}013.7501)$$

$$Var(\hat{\mu}) = \frac{191087.9579}{96100} = 1.98842$$

$$\hat{B} = 2\sqrt{1.98842} = 2.8202$$

$$\hat{\mu} - \hat{B} < \hat{\mu} < \hat{\mu} + \hat{B}$$

$$27.425 - 2.8202 < \hat{\mu} < 27.425 + 2.8202$$

$$24.6048 < \hat{\mu} < 30.2452$$

$$M.E = \frac{2.8202}{27.425} * (100\%) = 10.28331\%$$

∴ El tiempo promedio que ven televisión en el Pueblo A es 33.4 hrs semanales. En el pueblo B es de 25.125 hrs semanales y en el área rural es de 19 hrs semanales. En general, en el municipio se ven 27.425 hrs de televisión por semana, estas horas se ubican con un nivel de confianza del 95% entre las 24.6 y 30.3 hrs semanales.

2. Estimar el número total de horas por semana que las familias del municipio dedican a ver televisión.

$$\hat{t} = (155)(33.4) + (62)(25.125) + (93)(19) = 8501.75$$

$$Var(\hat{t}) = \left[155\left(\frac{37.0947}{20}\right)(155-20)\right] + \left[62\left(\frac{232.4107}{8}\right)(62-8)\right] + \left[93\left(\frac{87.6364}{12}\right)(93-12)\right]$$

$$Var(\hat{t}) = [38{,}810.32988 + 97{,}263.87795 + 58{,}409.6606] = 194{,}483.8684$$

$$\hat{B} = 2\sqrt{194{,}483.8684} = 882.0065$$

$$\hat{t} - \hat{B} < \hat{t} < \hat{t} + \hat{B}$$

$$7619.7135 < \hat{t} < 9383.7265$$

$$M.E = \frac{882.0065}{8501.75}(100\%) = 10.374\%$$

∴ El total de horas semanales que ven televisión en el municipio es de 8501h. Con un 95% se encuentra entre 7619 y 9383hrs con un margen de error del 10%.

3. La empresa publicitaria quiso también estimar la proporción de hogares que ven un determinado programa X del citado municipio. Uno de los trabajadores menciona que se puede utilizar la misma muestra de 40 hogares para este ejercicio, ¿Está en lo correcto?

$\hat{p}_1 = \frac{20}{40} = 0.5$

$\hat{p}_2 = \frac{8}{40} = 0.2$

$\hat{p}_3 = \frac{12}{40} = 0.3$

$$\hat{p} = \frac{(155)(0.5)+(62)(0.2)+(93)(0.3)}{310} = \frac{117.8}{310} = 0.38$$

Al tomar como éxitos, es decir, las personas encuestadas ven el programa X, se tiene una $\hat{p} = 0.38$

$$Var(\hat{p}) = \frac{1}{(310)^2}\left[\frac{155(.5)(.5)}{19}(135) + \frac{62(.2)(.8)}{7}(54) + \frac{93(.3)(.7)}{11}(81)\right]$$

$$Var(\hat{p}) = \frac{1}{(310)^2}[275.328 + 76.525 + 143.812] = \frac{495.665}{96100} = 0.0051$$

$$\hat{B} = 2\sqrt{0.0051} = 0.1435$$

$$\hat{p} - \hat{B} < \hat{p} < \hat{p} + \hat{B}$$

$$0.38 - 0.1435 < \hat{p} < 0.38 + 0.1435$$

$$0.2365 < \hat{p} < 0.5235$$

$$ME = \frac{0.1435}{0.38}(100\%) = 37.76\%$$

∴ Es incorrecto lo que se dice sobre que la proporción de personas que ven el programa X en el municipio pueda modelarse en base a la misma muestra de 40 encuestados. Ya que es una proporción del 38%, esta se ubica con un 95% de confianza entre el 23% y 53%, con un margen de error de casi el 40%, por lo cual es incorrecto lo que se menciona.

4. Se seleccionó una muestra aleatoria estratificada de 50 hogares, con asignación proporcional. Se encontró de los encuestados, en 16 hogares del pueblo A se ve el programa X, 2 hogares del segundo pueblo y 6 del área rural respectivamente. Estimar la proporción de hogares del municipio que ven el programa X

$$\hat{p}_1 = \frac{x_1}{n_1} = \frac{16}{25} = 0.64$$

$$n_1 = W_1 n = \frac{N_1}{N} n = \frac{155(50)}{310} = 25$$

$$\hat{p}_2 = \frac{x_2}{n_2} = \frac{2}{10} = 0.2$$

$$n_2 = \frac{(62)(50)}{310} = 10$$

$$\hat{p}_3 = \frac{x_3}{n_3} = \frac{6}{15} = 0.4$$

$$n_3 = \frac{(93)(50)}{310} = 15$$

$$\hat{p} = \frac{(0.64)(155) + (0.2)(62) + (0.4)(93)}{310} = 0.48$$

$$Var(\hat{p}) = \frac{1}{(310)^2}\left[155\frac{(0.64)(0.36)(130)}{24} + 62\frac{(0.2)(0.8)(52)}{9} + 93\frac{(0.4)(0.6)(78)}{14}\right]$$

$$Var(\hat{p}) = \frac{375.1098}{96100} = 0.0039$$

$$B = 2\sqrt{0.0039} = 0.125$$

$$\hat{p} - \hat{B} < \hat{p} < \hat{p} + \hat{B}$$

$$0.3550 < \hat{p} < 0.6050$$

$$ME = \frac{0.125}{0.48}(100\%) = 24.0417\%$$

$\therefore$ La proporción de hogares que ven el programa X es del 48%, esta proporción se encuentra con un 95% de confianza entre el 35% y el 61%. Aunque con un error muy grande del 24%.

5. Los datos del caso anterior fueron tomados de un muestreo el año pasado. La empresa publicitaria quiere ahorrar un nuevo estudio en el mismo municipio para estimar la proporción de hogares donde ven el programa X. Los costos de observación son de \$90 para los dos pueblos y de \$160 para el área rural. Diseñar la muestra para este nuevo estudio si se desea un límite en el error de estimación del 0.1.

$$W_1 = \frac{155/\sqrt{90}}{\frac{155}{\sqrt{90}} + \frac{62}{\sqrt{90}} + \frac{93}{\sqrt{160}}} = \frac{16.338}{30.226} = 0.5405$$

$$W_2 = \frac{62/\sqrt{90}}{30.226} = 0.2162$$

$$W_3 = \frac{93/\sqrt{160}}{30.226} = 0.2433$$

$$D = \frac{(0.1)^2}{4} = 0.0025$$

Tomando las proporciones anteriores y sus varianzas

$\hat{p}_1 = 0.64$, $\sigma_1^2 = 0.2304$

$\hat{p}_2 = 0.2$, $\sigma_2^2 = 0.16$

$\hat{p}_3 = 0.4$, $\sigma_3^2 = 0.24$

$$n = \frac{\left[\frac{(155)^2 0.2304}{0.5405} + \frac{(62)^2 0.16}{0.2162} + \frac{(93)^2 0.24}{0.2433}\right]}{(0.0025)(96100) + [155(0.2304) + (62)(0.16) + (93)(0.24)]} = \frac{21618.656}{308.202} = 70.1444 \approx 70$$

$n_1 = (70)(0.5405) = 37.83 \rightarrow 38$

$n_2 = (70)(0.2162) = 15.13 \rightarrow 15$

$n_3 = (70)(0.2483) = 17.38 \rightarrow 17$

$\boxed{\text{∴ La muestra necesaria es una muestra de 70 elementos. Los cuales, 38 deben venir del pueblo A, 15 del pueblo B y 17 del área rural.}}$

6. Otra de las alternativas es efectuar entrevistas por teléfono, utilizando las estimaciones de las proporciones del estudio realizado el año anterior para estimar la proporción poblacional con límite para el error de estimación de 0.1. Calcule el tamaño de la muestra.

$W_1 = \frac{155}{310} = 0.5$ $\quad \hat{p}_1 = 0.64$ $\quad \sigma_1^2 = 0.64(0.36) = 0.2304$

$W_2 = \frac{62}{310} = 0.2$ $\quad \hat{p}_2 = 0.2$ $\quad \sigma_2^2 = 0.2(0.8) = 0.16$ $\quad D = \frac{(.1)^2}{4} = 0.0025$

$W_3 = \frac{93}{310} = 0.3$ $\quad \hat{p}_3 = 0.4$ $\quad \sigma_3^2 = 0.4(0.6) = 0.24$ $\quad N = 310$

$$n = \frac{\frac{(155)^2(0.2304)}{0.5} + \frac{(62)^2(0.16)}{0.2} + \frac{(93)^2(0.24)}{0.3}}{(0.0025)(96100) + [(155)(0.2304) + 62(0.16) + 93(0.24)]} = \frac{21065.12}{308.202} = 68.3484 \approx 69$$

$n_1 = (69)(0.5) = 34.5 \rightarrow 35$

$n_2 = (69)(0.2) = 13.8 \rightarrow 14$

$n_3 = (69)(0.3) = 20.7 \rightarrow 21$

Acomodada la muestra, $n = 70$.

$\therefore$ La muestra debe ser de 70 encuestas, donde 35 encuestas deben aplicarse en el pueblo A, 14 en el pueblo B y 21 en el área rural.