Mario Alberto Rodríguez Morales 1860043 Grupo: 002

Laboratorio 4: Pruebas de Bondad de Ajuste

1. De acuerdo con la revista de automóviles, MotorTrend, las ventas en un periodo de seis meses muestran que los 5 automóviles compactos de mayor venta, son Chevy Cruze, Ford Focus, Hyundai Elantra, Honda Civic y Toyota Corolla. Con base a las ventas totales, la participación de estos vehículos en el mercado es de:

Auto	%
Chevy Cruze	24%
Ford Focus	21%
Hyundai Elantra	20%
Honda Civic	18%
Toyota Corolla	17%

La siguiente información corresponde a una muestra aleatoria de 400 ventas de automóviles compactos en Chicago:

Auto	Ventas (fo)
Chevy Cruze	108
Ford Focus	92
Hyundai Elantra	64
Honda Civic	84
Toyota Corolla	52

Realice una prueba para determinar si los datos de la muestra indican que la participación de mercado de los 5 automóviles compactos en Chicago es diferente de la participación de mercado publicada por Motor Trend. Use un nivel de significancia del 0.05

Ho: La participación de mercado de los 5 automóviles compactos en Chicago es igual a la participación de mercado publicada por Motor Trend.

Ha: La participación de mercado de los 5 automóviles compactos en Chicago es diferente a la participación de mercado publicada por Motor Trend.

$\sum fo = 400$

$\alpha = 0.05$

$k = 5$

Auto	%	fo	Fe	$\frac{(Fo-fe)^2}{fe}$
Chevy Cruze	24%	108	96	1.5
Ford Focus	21%	92	84	0.7619
Hyundai Elantra	20%	64	80	3.2
Honda Civic	18%	84	72	2
Toyota Corolla	17%	52	68	3.7647

$$\chi^2_E = \sum_{i=1}^{5} \frac{(fo-fe)^2}{fe} = 1.5 + 0.7619 + 3.2 + 2 + 3.7647$$

$$\chi^2_E = 11.2266$$

Rechazamos Ho si $\chi^2_E > \chi^2_{\alpha, k-1-c}$

$$\chi^2_E > \chi^2_{0.05, 5-1-0}$$

$$\chi^2_E > \chi^2_{0.05, 4}$$

$11.2266 > 9.4877$, entonces

∴ Rechazamos Ho

∴ Hay evidencia estadística que afirma que la participación de mercado de los 5 automóviles compactos en Chicago es diferente a la participación de mercado publicada por Motor Trend.

2. Se supone que el número de accidentes diarios en una red viaria sigue una distribución de Poisson de parámetro 2. Se recogen observaciones durante 200 días, obteniendo los siguientes resultados:

#Accidentes	0	1	2	3	4	5	6	7 o más
#Días	22	53	58	39	20	5	2	1

Realice una prueba para ver si los datos realmente se ajustan a la distribución indicada mediante un test con $\alpha = 0.05$.

Ho: El número de accidentes diarios sigue una distribución Poisson(2)
Ha: El número de accidentes diarios no sigue una distribución Poisson(2)

Accidentes	Fo	Accidentes × fo	$P(X=x)$	Fe	$\frac{(fo-fe)^2}{Fe}$
0	22	0	0.1353	27.06	0.9461
1	53	53	0.2706	54.12	0.0231
2	58	116	0.2706	54.12	0.2781
3	39	117	0.1804	36.08	0.2363
4	20	80	0.0902	18.04	0.2129
5	5	25	0.0360	7.20	0.6722
6	2	12	0.0120	2.40	0.0666
≥7	1	7	0.0049	0.9799	0.0004

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{8} \frac{(fo-fe)^2}{Fe} = 2.4357$$

Rechazamos Ho si $\chi^2_{\epsilon} > \chi^2_{0.05,\, 8-1-0}$

$$\chi^2_{\epsilon} > \chi^2_{0.05,\,7}$$

$$2.4357 > 14.0671$$

∴ No rechazamos Ho

∴ Hay evidencia estadística de que el número de accidentes diarios en la red viaria sigue una distribución Poisson(2)

3. La siguiente es una muestra aleatoria de calificaciones de los exámenes finales en un curso universitario:

55	85	72	99	48	71	88	70	59	98
80	74	93	85	74	82	90	71	83	60
95	77	84	73	63	72	95	79	51	85
76	81	78	65	75	87	86	70	80	64

Use un $\alpha = 0.05$ para determinar si esta muestra fue tomada de una población con distribución normal.

Ho: Las calificaciones siguen una distribución normal

Ha: Las calificaciones no siguen una distribución normal

$\mu = \bar{x} = \frac{3073}{40} = 76.825$

$\sigma = s = 12.426$

$\text{Intervalos} = \frac{40}{5} = 8$

Intervalo	% acum.	$P(z \leq z)$	X
1	0.125	−1.155	62.4730
2	0.25	−0.675	68.4374
3	0.375	−0.315	72.9108
4	0.5	0	76.8250
5	0.625	0.315	80.7391
6	0.75	0.675	85.2125
7	0.875	1.155	91.1769

$x = z\sigma + \mu$

$x = 12.426z + 76.825$

Intervalo	Fo	Fe	$\frac{(fo-fe)^2}{Fe}$
$x < 62.4730$	5	5	0
$62.4730 \leq x < 68.4374$	3	5	0.8
$68.4374 \leq x < 72.9108$	6	5	0.2
$72.9108 \leq x < 76.8250$	5	5	0
$76.8250 \leq x < 80.7391$	5	5	0
$80.7391 \leq x < 85.2125$	7	5	0.8
$85.2125 \leq x < 91.1769$	4	5	0.2
$x \geq 91.1769$	5	5	0

$\chi^2_E = 0.8 + 0.2 + 0.8 + 0.2$

$\chi^2_E = 2$

Rechazamos Ho si $\chi^2_E > \chi^2_{\alpha, k-1-c}$

$\chi^2_E > \chi^2_{0.05, 5}$

$2 > 11.0705$

∴ No rechazamos Ho

∴ Las calificaciones siguen una distribución Normal (76.825, 154.404) y hay evidencia estadística que la confirma

4. Determinar mediante una prueba de Kolmogorov - Smirnov si los siguientes datos:

5	5.6	7.5	7.1	3	4.1	2.3	4.9

Siguen una distribución teórica $f(x) = \begin{cases} \frac{4x+9}{200}, & 0 \leq x \leq 8 \\ 0, & \text{en otra parte} \end{cases}$. Use un $\alpha = 0.05$

$$\int_0^8 \frac{4x+9}{200} dx = \frac{1}{200}\left[2x^2+9x\right]_0^8 = \frac{200}{200} = 1, \text{ es fdp}$$

$$F(x) = \frac{1}{200}\int_0^x 4t+9\,dt = \frac{2x^2+9x}{200}$$

H_0: Los datos siguen una distribución $F(x)$

H_a: Los datos no siguen una distribución $F(x)$

$X_{(i)}$	i	$F_n^*(x)$	$F_0(x)$	$\lvert F_n^*(x) - F_0(x) \rvert$
2.3	1	0.125	0.1564	0.0314
3	2	0.25	0.225	0.025
4.1	3	0.375	0.3526	0.0224
4.9	4	0.5	0.4606	0.0394
5	5	0.625	0.475	0.15
5.6	6	0.75	0.5656	0.1844
7.1	7	0.875	0.8236	0.0514
7.5	8	1	0.9	0.1

$D = \max\{\lvert F_n^*(x) - F_0(x) \rvert\}$

$D = 0.1844$

Rechazamos H_0 si $D > D_{1-\alpha}$

$D > D_{0.95}$

$0.1844 > 0.454$

$\therefore$ No rechazamos H_0

$\therefore$ Hay evidencia estadística de que los datos siguen una distribución $f(x)$

5. Durante el año 2018, los rendimientos mensuales del Indice de Precios y Cotizaciones (IPC) se comportaron de manera normal con media 7 y desviación estándar 2.2. Se toman los rendimientos mensuales del IPC durante 2019 y los resultados son los siguientes:

6.0	5.3	4.3	7.8	9.0	10
7.0	4.9	6.5	8.4	7.3	8.9

Utilice una prueba de kolmogorov para determinar si los rendimientos mensuales del 2019 del IPC se comportan de la misma manera que los rendimientos mensuales del 2018 del IPC. Use un $\alpha = 0.05$

Ho: Los rendimientos mensuales del IPC en 2019 pueden ser modelados al igual que 2018, como una distribución normal (7, 4.84)

Ha: Los rendimientos mensuales del IPC en 2019, no pueden ser modelados al igual que 2018, como una distribución normal (7, 4.84)

$X_{(i)}$	i	$F_n^*(x)$	Z_i	$F_0(Z_i)$	$\lvert F_n^*(x) - F_0(Z_i)\rvert$
4.3	1	0.0833	-1.2272	0.11025	0.0269
4.9	2	0.1667	-0.9545	0.1698	0.0031
5.3	3	0.25	-0.7727	0.21915	0.0308
6	4	0.3333	-0.4545	0.3246	0.0087
6.5	5	0.4467	-0.2272	0.41095	0.0057
7	6	0.5	0	0.5	0
7.3	7	0.5833	0.1363	0.5537	0.0296
7.8	8	0.6667	0.3636	0.64245	0.0242
8.4	9	0.75	0.6363	0.7373	0.0127
8.9	10	0.8333	0.8636	0.80645	0.0268
9	11	0.9167	0.909	0.81725	0.0994
10	12	1	1.3636	0.9139	0.0861

$D = \max\{\lvert F_n^*(x) - F_0(Z_i)\rvert\}$

$D = 0.0994$

Rechazamos Ho si $D > D_{0.95}$

$0.0994 > 0.375$

$\therefore$ No Rechazamos Ho

$\therefore$ Hay evidencia estadística que afirma que los rendimientos mensuales del IPC de 2019 pueden modelarse igual que en 2018, con una distribución normal (7, 4.84)

6. Utilizando una prueba de Lilliefors y un $\alpha = 0.05$, determine si los siguientes datos provienen de una población con distribución normal.

5.0	6.2	6.7	4.8	4.9
5.5	7.2	8.3	8.9	4.5
4.1	5.2	6.6	9.1	6.8
5.9	6.2	6.3	6.4	9.6
4.3	4.4	9.3	9.2	9.8

H_0: Los datos provienen de una distribución normal

H_a: Los datos no provienen de una distribución normal

$X_{(i)}$	$F_n(x)$	Z_i	$F_0(Z_i)$	$\lvert F_n(x) - F_0(Z_i)\rvert$
4.1	0.04	-1.3591	0.0877	0.0477
4.3	0.08	-1.2507	0.1047	0.0247
4.4	0.12	-1.1965	0.11605	0.0039
4.5	0.16	-1.1423	0.1261	0.0339
4.8	0.20	-0.9798	0.16475	0.0352
4.9	0.24	-0.9256	0.1775	0.0625
5	0.28	-0.8714	0.1908	0.0892
5.2	0.32	-0.7630	0.2221	0.0979
5.5	0.36	-0.6004	0.2734	0.0866
5.9	0.40	-0.3836	0.35015	0.0498
6.2	0.44	-0.2211	0.41095	0.029
6.2	0.48	-0.2211	0.41095	0.069
6.3	0.52	-0.1669	0.43445	0.0855
6.4	0.56	-0.1127	0.4542	0.1058
6.6	0.60	-0.0043	0.5	0.1
6.7	0.64	0.0498	0.51795	0.122
6.8	0.68	0.104	0.5418	0.1382
7.2	0.72	0.3208	0.6274	0.0926
8.3	0.76	0.9169	0.8199	0.0599
8.9	0.80	1.2421	0.89345	0.0934
9.1	0.84	1.3504	0.9123	0.0723
9.2	0.88	1.4046	0.91995	0.0399
9.3	0.92	1.4588	0.9272	0.0071
9.6	0.96	1.6214	0.9479	0.0121
9.8	1	1.7298	0.95775	0.0422

$\mu = \bar{x} = 6.608$

$\sigma = s = 1.8452$

$D = \max\{\lvert F_n^*(x) - F_0(Z_i)\rvert\}$

$D = 0.1382$

Rechazamos H_0 si $D > D_{0.95}$

$0.1382 > 0.159$

$\therefore$ No rechazamos H_0

$\therefore$ Los datos provienen de una distribución normal con parámetros $\mu = 6.608$ y $\sigma^2 = 3.4049$. Hay evidencia estadística que lo confirma

7. Un creador de contenido de TikTok desea saber cual ha sido su crecimiento dentro de la plataforma durante su último mes. Para ello toma una muestra aleatoria de sus vídeos del mes, y registra los views que han tenido cada uno de esos vídeos:

300	434	281	1025	906	1463	1254	2500	6240	188

Pruebe la hipótesis de que el crecimiento de este tiktoker ha sido exponencial, es decir, pruebe que sigue una distribución exponencial usando una prueba Lilliefors y un $\alpha = 0.05$

Ho: El crecimiento de las vistas ha sido exponencial

Ha: El crecimiento de las vistas no ha sido exponencial

$\bar{x} = 1459.1$

$X_{(i)}$	i	$F_n^*(x)$	Z_i	$F_0(x)$	$\lvert F_n^*(x) - F_0(x) \rvert$
188	1	0.1	0.1288	0.1288	0.0208
281	2	0.2	0.1925	0.1751	0.0249
300	3	0.3	0.2056	0.1858	0.1142
434	4	0.4	0.2974	0.2572	0.1428
906	5	0.5	0.6209	0.4625	0.0375
1025	6	0.6	0.7024	0.5046	0.0954
1254	7	0.7	0.8594	0.5765	0.1235
1463	8	0.8	1.0026	0.6330	0.1670
2500	9	0.9	1.7133	0.8197	0.0803
6240	10	1	4.2766	0.9861	0.0139

$D = \max\{\lvert F_n^*(x) - F_0(x) \rvert\}$

$D = 0.1670$

Rechazamos Ho si $D > D_{1-\alpha}$

$D > D_{0.95}$

$0.1670 > 0.3244$

∴ No rechazamos Ho

∴ Hay evidencia estadística para afirmar que las vistas han tenido un crecimiento exponencial.