Mario Alberto Rodríguez Morales 1860043 Grupo: 002

Laboratorio 3: Pruebas de Rango

1. Los registros de la policía de la Ciudad de México del año 2019 muestran los números siguientes de delitos reportados para una muestra de días durante los meses de invierno y verano:

	Verano	Invierno	
16.5	28	18	6.5
6.5	18	20	11
15	24	15	2
19	32	16	3.5
6.5	18	21	13
18	29	20	11
14	23	12	1
20	38	16	3.5
16.5	28	19	9
6.5	18	20	11

Utilice 0.05 como nivel de significancia para determinar si existe una diferencia significativa entre los meses de invierno y de verano en términos de delitos reportados, ¿Cuál es su conclusión?

Ho: La distribución de delitos en los meses de verano es la misma distribución de delitos en los meses de invierno

Ha: La distribución de delitos en los meses de verano es distinta a la distribución de delitos en los meses de invierno

$R_1 = 138.5$

$R_2 = 71.5$

$n_1 = 10$

$n_2 = 10$

$\alpha = 0.05$

$U_1 = (10)(10) + \frac{10(11)}{2} - 138.5 = 16.5$

$U_2 = (10)(10) + \frac{(10)(11)}{2} - 71.5 = 83.5$

$U = \min\{16.5, 83.5\} = 16.5$

Rechazamos Ho si $U \leq U_0$ ó $U \geq n_1 * n_2 - U_0$, donde $U_0 = 23$

$16.5 \leq 23$ ó $16.5 \geq 100 - 23$, se cumple una

∴ Rechazamos Ho

∴ Hay evidencia estadística para afirmar que la distribución de delitos en los meses de verano es diferente a la distribución de delitos en los meses de invierno.

2. Los hornos de microondas de determinada marca se venden en 10 tiendas de Dallas y 13 tiendas de San Antonio. Los datos se presentan a continuación:

	San Antonio	Dallas	
19	460	445	14.5
17	451	489	23
11	435	475	20
21	479	485	22
1.5	405	439	13
14.5	445	449	16
7	429	436	12
10	434	420	4
3	410	430	8.5
5	422	405	1.5
6	425	-	
18	459	-	
8.5	430	-	

Utilice 0.05 como nivel de significancia y pruebe si los precios de los hornos son los mismos en las dos ciudades, ¿Cuál es su conclusión?

Ho: La distribución de precios en San Antonio es igual a la distribución de precios en Dallas

Ha: La distribución de precios en San Antonio es diferente a la distribución de precios en Dallas

$R_1 = 141.5$

$R_2 = 134.5$

$n_1 = 13$

$n_2 = 10$

$\alpha = 0.05$

$U_1 = (13)(10) + \frac{(13)(14)}{2} - 141.5 = 79.5$

$U_2 = (13)(10) + \frac{(10)(11)}{2} - 134.5 = 50.5$

$U = \min\{79.5, 50.5\} = 50.5$

Como $n_1 > 10$

$\mu_U = \frac{(10)(13)}{2} = 65$, $\sigma^2 = \frac{(10)(13)(24)}{12} = 260$

$Z_U = \frac{50.5 - 65}{\sqrt{260}} = -0.8992$

Rechazamos Ho si: $|Z_U| \geq Z_{0.025} \Rightarrow 0.8992 \geq 1.96$, no se cumple

$\therefore$ No rechazamos Ho

$\therefore$ Hay evidencia estadística de que la distribución de precios en San Antonio es igual a la distribución de precios en Dallas.

3. Un profesor de matemáticas desea determinar si existe diferencia significativa en el tiempo que los alumnos requieren para resolver 3 versiones de examen para el primer parcial de su materia. El profesor escogió a los 7 mejores estudiantes de su clase y les pidió a cada uno que resolvieran los 3 examenes (versión 1, versión 2 y versión 3). Los tiempos requeridos para cada versión por cada estudiante (medidos en minutos) fueron los siguientes:

Versión 1		Versión 2		Versión 3	
80	20	55	3.5	83	21
55	3.5	54	2	78	19
71	15	58	5	75	17.5
75	17.5	69	12	65	8
60	6	51	1	70	14
69	12	63	7	72	16
68	10	67	9	69	12

a) Utilice un nivel de significancia del 5% y realice una Prueba Kruskall-Wallis para determinar si existe diferencia significativa en el tiempo que se requiere para la resolución de las 3 versiones.

Ho : La distribución de tiempos en la realización de las 3 versiones del examen es la misma

Ha: La distribución de tiempos en la realización de las 3 versiones del examen es diferente en 1 de las 3 versiones

$R_1 = 84$

$R_2 = 39.5$

$R_3 = 107.5$

$R_1^2 = 1223.5$

$R_2^2 = 316.25$

$R_3^2 = 1768.25$

$n_i = 7$

$N = 21$

$\alpha = 0.05$

$$S^2 = \frac{1}{20}\left[1223.5 + 316.25 + 1768.25 - \frac{21(22)^2}{4}\right] = \frac{767}{20} = 38.35$$

$$T = \frac{1}{38.35}\left[\frac{(84)^2}{7} + \frac{(39.5)^2}{7} + \frac{(107.5)^2}{7} - \frac{21(22)^2}{4}\right] = \frac{340.785}{38.35} = 8.886$$

Rechazamos Ho si $T > \chi^2_{0.05,2}$

$8.886 > 5.991$

$\therefore$ Rechazamos Ho

$\therefore$ Hay evidencia estadística que afirma que el tiempo de la realización de almenos 1 de las 3 versiones del examen es diferente al resto de las versiones.

b) En caso de que la conclusión en el inciso a) haya sido que al menos una versión de examen es diferente en cuanto a la distribución del tiempo de resolución, ¿Cuáles versiones representan diferencia en sus tiempos y cuáles no?

$t_{0.025,18} = 2.1009$

$$2.1009\left[38.35\left(\frac{21-1-8.886}{18}\right)\right]^{1/2}\left[\frac{2}{7}\right]^{1/2} = 5.4645$$

	$R_1 = 84$, $n=7$	$R_2 = 39.5$, $n=7$	$R_3 = 107.5$, $n=7$
$R_3 = 107.5$, $n=7$	① No R. Ho	③ R. Ho	—
$R_2 = 39.5$, $n=7$	② R. Ho	—	—
$R_1 = 84$, $n=7$	—	—	—

① $\left|\frac{107.5}{7} - \frac{84}{7}\right| = 3.35 > 5.46$ X

② $\left|\frac{39.5}{7} - \frac{84}{7}\right| = 6.35 > 5.46$ ✓

③ $\left|\frac{107.5}{7} - \frac{39.5}{7}\right| = 9.71 > 5.4$ ✓

∴ Los datos dan evidencia de lo siguiente:
- > El tiempo de realización de la versión 1 es diferente a el tiempo de realización de la versión 2
- > El tiempo de realización de la versión 2 es diferente al tiempo de realización de la versión 3
- > El tiempo de realización de la versión 3 es igual al tiempo de la realización de la versión 1.

c) Pruebe la hipótesis referente a la variabilidad de los tiempos de resolución de cada versión de examen, para ver si todos comparten la misma variabilidad en tiempos de respuesta, o si bien, hay alguna versión que presente diferencias significativas.

Ha : La variabilidad del tiempo de realización es la misma en las 3 versiones

Ha : La variabilidad del tiempo de realización es diferente en almenos 1 de las 3 versiones.

$R_1 = 84$

$R_2 = 39.5$

$R_3 = 107.5$

$S_1 = 1223.5$

$S_2 = 316.25$

$S_3 = 1768.25$

$S_1^2 = 336596.125$

$S_2^2 = 30490.0625$

$S_3^2 = 547375.063$

$N = 21$

$n_i = 7$

$\alpha = 0.05$

$$\bar{S} = \frac{1}{21}[1223.5 + 316.5 + 1768.25] = \frac{3308}{21} = 157.52381$$

$$D^2 = \frac{1}{20}(336596.125 + 30490.0625 + 547375.063 - 21(157.52381)^2)$$

$$D^2 = \frac{393372.488}{20} = 19668.6244$$

$$T_2 = \frac{1}{19668.6244}\left(\frac{(1223.5)^2}{7} + \frac{(316.25)^2}{7} + \frac{(1768.25)^2}{7} - 21(1.57.52381)^2\right)$$

$$T_2 = \frac{153721.863}{19668.6244} = 7.8155$$

Rechazamos Ho si $T > \chi^2_{0.05,2}$

$7.8155 > 5.99$

$\therefore$ Rechazamos Ho

$\therefore$ Hay evidencia estadística que afirma que la variabilidad del tiempo de realización es diferente en almenos 1 de las 3 versiones

d) En caso de que la conclusión en el inciso c) haya sido que al menos una versión presenta diferencias significativas en la variabilidad de sus tiempos de respuesta, ¿cuáles versiones presentan diferencia en su variabilidad de tiempo y cuales no?

$t_{0.025,18} = 2.1009$

$$2.1009\left[19688.6244\left(\frac{21-1-7.8155}{18}\right)\right]^{1/2}\left[\frac{2}{7}\right]^{1/2} = 129.577306$$

	$S_1 = 1223.5$, $n=7$	$S_2 = 316.25$, $n=7$	$S_3 = 1768.25$, $n=7$
$S_3: 1768.25$, $n=7$	① No R. Ho	③ R. Ho	—
$S_2 = 316.25$, $n=7$	② R. Ho	—	—
$S_1 = 1223.5$, $n=7$	—	—	—

① $\left|\frac{1768.25}{7} - \frac{1223.5}{7}\right| = 77.82 > 129.5$

② $\left|\frac{316.25}{7} - \frac{1223.5}{7}\right| = 129.6 > 129.5$

③ $\left|\frac{1768.25}{7} - \frac{316.25}{7}\right| = 207.4 > 129.5$

∴ Los datos dan evidencia de que:

- La variabilidad de tiempos de resolución de la versión 1 es diferente a la variabilidad de tiempos de resolución de la versión 2
- La variabilidad de tiempos de resolución de la versión 2 es diferente a la variabilidad de la versión 3.
- La variabilidad de tiempos de resolución de la versión 1 es igual a la variabilidad de tiempos de resolución de la versión 3