

Estimación del Coeficiente de Dispersión Longitudinal

Método de Chapra basado en estudios con trazadores

1. Introducción

Los estudios con trazadores permiten determinar parámetros clave del transporte de solutos en cuerpos de agua, tales como velocidad media y coeficiente de dispersión longitudinal. En esta guía se implementa el método descrito por **Steven C. Chapra** en su libro *Surface Water-Quality Modeling*, específicamente el Ejemplo 10.4 (Sección 10.4).

2. Datos del experimento

- Masa inyectada: $M = 5 \text{ kg}$
- Caudal: $Q = 3 \times 10^5 \text{ m}^3/\text{día}$
- Ancho del río: $B = 45 \text{ m}$
- Estaciones de muestreo: $x_1 = 1 \text{ km}$, $x_2 = 8 \text{ km}$

Curva de concentración – Estación 1 ($x = 1 \text{ km}$)

$t \text{ (min)}$	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120
$C \text{ (}\mu\text{g/L)}$	0	100	580	840	560	230	70	15	3	0

Curva de concentración – Estación 2 ($x = 8 \text{ km}$)

$t \text{ (min)}$	370	400	430	460	490	520	550	580
	610							
$C \text{ (}\mu\text{g/L)}$	0	10	80	250	280	140	35	5
	0							

3. Cálculo de parámetros intermedios

Se aplican las siguientes fórmulas para cada estación:

- Concentración media:

$$\bar{C} = \frac{\sum_{i=0}^{n-1} (C_i + C_{i+1})(t_{i+1} - t_i)}{2(t_n - t_0)}$$

- Tiempo medio:

$$t_m = \frac{\sum_{i=0}^{n-1} (C_i t_i + C_{i+1} t_{i+1})(t_{i+1} - t_i)}{\sum_{i=0}^{n-1} (C_i + C_{i+1})(t_{i+1} - t_i)}$$

- Varianza temporal:

$$\sigma_t^2 = \frac{\sum_{i=0}^{n-1} (C_i t_i^2 + C_{i+1} t_{i+1}^2)(t_{i+1} - t_i)}{\sum_{i=0}^{n-1} (C_i + C_{i+1})(t_{i+1} - t_i)} - t_m^2$$

4. Cálculo de la velocidad media

$$v = \frac{x_2 - x_1}{t_{m2} - t_{m1}} = \frac{7000}{481,9 - 62,2} = 0,1667 \text{ m/s}$$

5. Cálculo del coeficiente de dispersión

Según Chapra (Ec. 10.35):

$$D_L = \frac{v^3}{2} \cdot \frac{\sigma_{t2}^2 - \sigma_{t1}^2}{x_2 - x_1}$$

Sustituyendo:

$$D_L = \frac{(0,1667)^3}{2} \cdot \frac{1043 - 137}{7000} = 5,0 \times 10^{-3} \text{ m}^2/\text{s} = 500 \text{ cm}^2/\text{s}$$

6. Resultado Final

$$\boxed{D_L = 500 \text{ cm}^2/\text{s}}, \quad \boxed{v = 0,1667 \text{ m/s}}$$

7. Observaciones

- El cálculo de integrales se puede aproximar mediante el método del trapecio.
- La calidad del resultado depende del número y distribución de puntos medidos.
- El método puede adaptarse a otros escenarios, incluyendo sustancias no conservativas.

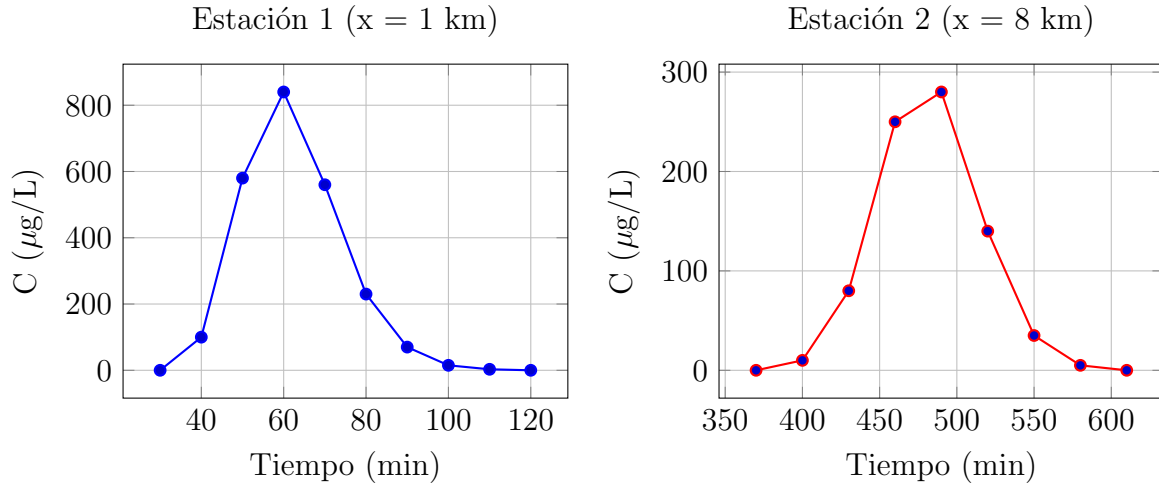


Figura 1: Curvas de concentración vs tiempo en dos estaciones de muestreo

8. Gráficas de las curvas de concentración

9. Referencia

Chapra, S. C. (1997). *Surface Water-Quality Modeling*, Sección 10.4, pp. 207–209.