

Análisis Aplicado
Proyecto 1
Búsqueda de Línea
Dr. Zeferino Parada

1 Introducción

El modelo logístico de crecimiento está determinado por la ecuación diferencial

$$\frac{dP}{dt} = rP(t)\left(1 - \frac{P(t)}{K}\right), \quad (1)$$

donde $N(t)$ es la población al tiempo t , r es la tasa de crecimiento y K es una constante con la cantidad máxima permitida de la población.

Integrando (1) con $P(t_0) = P_0$ se obtiene

$$P(t) = \frac{K}{1 + \left(\frac{K}{P_0} - 1\right)e^{-rt}}.$$

2 Modelación de ventas de IPAD

La ecuación (1) puede usarse para explicar la adaptación a nuevas tecnologías donde $P(t)$ es la población que ha aceptado la innovación al tiempo t , r es la tasa de aceptación.

En la liga:

<http://en.wikipedia.org/wiki/IPad>

Encuentre los datos de ventas de IPAD por trimestres desde el tercer trimestre de 2010 hasta el segundo semestre de 2014 (son 16 trimestres).

Supongamos que las ventas siguen un modelo logístico (1) y que se desean conocer los parámetros r , K y P_0 (suponemos que el primer valor puede tener errores).

Sean $x = (r, K, P_0)^T$ los parámetros a determinar y (t_k, v_k) las ventas en el trimestre k -ésimo. Defina la función residual k -ésima

$$r_k(x) = P(t_k) - v_k, \quad k = 1, 2, \dots, 16$$

El problema es minimizar la función

$$f(x) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{16} r_k(x)^2$$

usando la dirección de Newton y búsqueda de línea con interpolación parabólica.

El valor inicial es $(0.01, 500, 3)^T$.

3 Agricultura

La producción de trigo durante 24 años consecutivos por hectárea de cultivo está determinada por los datos:

11.72, 13.38, 14.10, 13.87, 14.80, 15.68, 14.36, 16.30, 16.91, 18.16, 18.43, 18.70, 20.46
19.16, 20.02, 22.41, 21.21, 22.81, 23.97, 23.27, 23.80, 25.59, 24.93, 26.59.

Suponiendo que la producción sigue el modelo logístico determine los parámetros que $x = (r, K, P_0)^T$ que minimice la función de mínimos cuadrados no-lineales.

Inicie con $x_0 = (0.005, 1, 30)^T$.

4 Entrega

En papel

- a.- La deducción de la solución de la ecuación logística.
- b.- Una justificación simple del uso del modelo a la venta de IPADS y de agricultura.

En programación

1. Los códigos en Matlab de todas las funciones para que corran correctamente.
2. Los script files *ipad.m*, *trigo.m* donde se resuelva cada uno de los problemas.
3. En cada script debe mostrar la solución final y las gráficas correspondientes a la función $P^*(t)$ con el valor x^* junto con los datos que se usaron. Las gráficas deben tener rótulos en los ejes e información de los datos.

4. Todos los programas en Matlab deben estar bien documentados y con los nombres y claves únicas de los integrantes del equipo.

Se calificará

Solución numérica correcta, 70; %
Códigos bien escritos y eficientes 30 %.

Entrega: Septiembre 30 de 2015