Instituto Tecnológico Autónomo de México

Trabajo Final

Simulación

Alumnos:

* Patricio Ancona Roche 132111
* José Pablo Barrera Karrer 123998

Fecha de entrega: 18/Diciembre/2014

**I. Resumen Ejecutivo**

El problema consiste en estimar la pérdida agregada de una cartera crediticia. Se Utilizarán dos modelos de pérdida agregada que permitirán conocer la pérdida total de un conjunto de individuos.

Dichos modelos son **Modelo individual** y **Modelo colectivo**, los cuales agrupan la información de forma distinta.

Haciendo un análisis de los datos con el modelo individual tenemos una esperanza de pérdida agregada de **1,158.6 PESOS** en **0.516262 segundos.** Realizando el mismo análisis con el modelo colectivo la pérdida agregada fue de **3,332.1 PESOS** en **24.064620 segundos.**

**II. Introducción**

Una cartera crediticia representa el saldo de montos efectivamente entregados a los acreditados más los intereses devengados no cobrados correspondientes. Estos montos no siempre son pagados, por lo que existe una probabilidad de riesgo de incumplimiento de pago.

En este problema, se espera conocer la esperanza de incumplimiento de una cartera crediticia específica.

Para esto, se utilizaron los métodos ya mencionados, los cuales serán explicados más a detalle a continuación.

**III. Metodología**

Supuestos:

* La información de la muestra fue tomada del documento de Excel proporcionado.
* Sus respectivas desviaciones estándar y esperanza teórica se calcularon directamente en Excel.

* El cálculo de los tamaños de simulación se hicieron con la siguiente fórmula:

* Los componentes de riesgo de cada grupo utilizados son los siguientes:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Grupo | Industrial | Construcción | Comercio | Servicios |
|  | 0.70% | 0.90% | 0.65% | 0.60% |
|  | 0.09% | 0.04% | 0.05% | 0.07% |

* La correlación extragrupo es de .5%.
* La información será analizada cada grupo por separado. (i.e. se calculó cada de forma individual).

1. **Modelo Individual** *(Ver código 1)*

Tomando los supuestos anteriormente mencionados se siguieron los siguientes pasos:

1. Calibración de los parámetros *u*, y .
2. Simulación de las variables latentes para así hacer la suma de los montos con la restricción <*u.*
3. Cálculo de los parámetros a comparar (media, varianza, sesgo, kurtosis y cuartiles).
4. **Modelo Individual con reducción de varianza** *(Ver código 2)*

Los pasos realizados fueron los siguientes:

1. La calibración de los parámetros *u*, y se hizo de igual manera que en el Modelo Individual.
2. La primera mitad del vector L se crea de la misma manera que el método sin reducción de varianza.
3. La segunda mitad se calculó utilizado la variable antitética de L con la siguiente fórmula:

Tomando en cuenta que L se distribuye , parámetros calculados directamente en Excel.

1. Contabilización de entradas de que son mayores a .
2. Cálculo de los parámetros a comparar (media, varianza, sesgo, kurtosis y cuartiles).
3. **Modelo Colectivo** *(Ver código 3)*

Los pasos realizados fueron los siguientes:

* + - 1. La calibración de los parámetros *u*, y se hizo de igual manera que en el Modelo Individual.
      2. Cálculo de p
      3. Cálculo de k
      4. Cálculo de L

**IV. Resultados**

**MODELO INDIVIDUAL** *(ver código 1)*

* Histograma

|  |  |
| --- | --- |
| Industrial | Construcción |
|  |  |
| Comercio | Servicios |
|  |  |

* Diagrama de caja y brazos

|  |  |
| --- | --- |
| Industrial | Construcción |
|  |  |
| Comercio | Servicios |
|  |  |

* Tabla de información general

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | INDUSTRIAL | CONSTRUCCIÓN | COMERCIO | SERVICIOS | **TOTALES** |
| MEDIA | 315.5785 | 405.4743 | 226.5132 | 210.9963 | **1158.5623** |
| VARIANZA | 325850 | 350340 | 213140 | 188330 | **269415** |
| SESGO | 2.4803 | 1.9287 | 3.1369 | 2.5655 | **2.52785** |
| KURTOSIS | 10.3982 | 7.2409 | 16.0836 | 9.9462 | **10.917225** |
| QUARTIL 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | **0** |
| QUARTIL 2 | 0 | 92 | 0 | 0 | **92** |
| QUARTIL 3 | 389 | 610 | 251 | 188.5 | **1438.5** |
| QUARTIL 4 | 4867 | 4679 | 5219 | 3547 | **18312** |
| QUANTIL 95 | 1453 | 1706 | 1236.8 | 1153 | **5548.8** |

* Tiempo de ejecución: 0.516262 segundos.

**MODELO INDIVIDUAL CON REDUCCIÓN DE VARIANZA** *(ver código 2)*

* Histograma

|  |  |
| --- | --- |
| Industrial | Construcción |
|  |  |
| Comercio | Servicios |
|  |  |

* Diagrama de caja y brazos

|  |  |
| --- | --- |
| Industrial | Construcción |
|  |  |
| Comercio | Servicios |
|  |  |

* Tabla de información general

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | INDUSTRIAL | CONSTRUCCIÓN | COMERCIO | SERVICIOS | **TOTALES** |
| MEDIA | 305.8461 | 422.7015 | 228.3159 | 197.8730 | **1154.7365** |
| VARIANZA | 271910 | 284850 | 204760 | 201280 | **240700** |
| SESGO | 1.4396 | 1.4150 | 1.3834 | 1.2674 | **1.37635** |
| KURTOSIS | 7.9919 | 6.6666 | 7.9947 | 7.3779 | **7.507775** |
| QUARTIL 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | **0** |
| QUARTIL 2 | 133.1220 | 318.7176 | 55.0000 | 0 | **506.8396** |
| QUARTIL 3 | 575.8823 | 701.0000 | 436.4854 | 409.1101 | **2122.4778** |
| QUARTIL 4 | 4537 | 4743 | 4249 | 4104 | **17633** |
| QUANTIL 95 | 1226.2 | 1395.2 | 1068 | 1054.6 | **4744** |

* Tiempo de ejecución: 0.897302 segundos.
* Probabilidad de que la pérdida agregada exceda 2.5 veces a la media teórica:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | INDUSTRIAL | CONSTRUCCIÓN | COMERCIO | SERVICIOS |
| PROBABILIDAD | 0.3995 | 0.4307 | 0.3842 | 0.3713 |

**MODELO COLECTIVO** *(ver código 3)*

* Histograma

|  |  |
| --- | --- |
| Industrial | Construcción |
|  |  |
| Comercio | Servicios |
|  |  |

* Diagrama de caja y brazos

|  |  |
| --- | --- |
| Industrial | Construcción |
|  |  |
| Comercio | Servicios |
|  |  |

* Tabla de información general

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | INDUSTRIAL | CONSTRUCCIÓN | COMERCIO | SERVICIOS | **TOTALES** |
| MEDIA | 880.6 | 1096.6 | 698.1 | 656.8 | **3332.1** |
| VARIANZA | 879350 | 991400 | 655210 | 638170 | **791032.5** |
| SESGO | 1.4287 | 1.1717 | 1.7413 | 1.6574 | **1.499775** |
| KURTOSIS | 5.4185 | 4.5017 | 7.0378 | 6.4416 | **5.8499** |
| QUARTIL 1 | 83 | 301.5 | 26 | 0 | **410.5** |
| QUARTIL 2 | 614 | 855 | 453 | 352 | **2274** |
| QUARTIL 3 | 1348 | 1679 | 1070 | 1081.5 | **5178.5** |
| QUARTIL 4 | 7729 | 7729 | 6913 | 6776 | **29147** |
| QUANTIL 95 | 2.8270 | 3022.6 | 2327.6 | 2255.3 | **7608.327** |

* Tiempo de ejecución: 24.064620 segundos.

**COMPARACIÓN DE MÉTODOS**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | TEÓRICO | INDIVIDUAL | INDIVIDUAL CON REDUCCIÓN DE VARIANZA | COLECTIVO |
| **MEDIA** | 1,152.794 | 1,158.5623 | 1,154.7365 | 3,332.1 |
| **VARIANZA** | 220,968.852 | 269,415 | 240,700 | 791,032.5 |
| **TIEMPO DE EJECUCIÓN** | - | 0.516262 | 0.897302 | 24.064620 |

Con la tabla anterior se puede observar que el método COLECTIVO no es nada eficiente en términos de media, varianza y tiempo de ejecución. A diferencia de esto, el método INDIVIDUAL resulto muy eficiente (la media y varianza son muy cercanas a las teóricas y el tiempo de ejecución es poco).

Específicamente, el método INDIVIDUAL CON REDUCCIÓN DE VARIANZA es el mejor, ya que la media simulada sigue siendo eficiente y la disminución de varianza es preferible a pesar del muy pequeño aumento en el tiempo de ejecución (.3 segundos).

**V. Anexos**

Comandos generales:

>> A1=xlsread('datos1.xlsx');

%instrucción que lee el primer conjunto de datos (Industrial).

>> A2=xlsread('datos2.xlsx');

%instrucción que lee el segundo conjunto de datos (Construcción).

>> A3=xlsread('datos3.xlsx');

%instrucción que lee el tercer conjunto de datos (Comercio).

>> A4=xlsread('datos4.xlsx');

%instrucción que lee el cuarto conjunto de datos (Servicios).

>> P=[.007,.009,.0065,.006];

%Instrucción que crea el vector con las probabilidades de incumplimiento.

>> RHO=[.0009,.0004,.0005,.0007];

%Instrucción que crea el vector con los coeficientes de correlación intragrupo

>> N=[9844,7499,8323,8373];

%Instrucción que crea el vector con los números de simulación calculados anteriormente.

>> mod1(N,RHO,P,A1,A2,A3,A4) %Modelo individual

>> mod2(N,RHO,P,A1,A2,A3,A4) %Modelo colectivo

>> varmod1(N,RHO,P,A1,A2,A3,A4) %Modelo individual con reducción de varianza

>> hist () %Generador de histogramas.

* >> boxplot() %Generador de Diagrama de caja y brazos

**Código 1**

function [ W1,W2,W3,W4 ] = mod1( N, RHO, p, A1,A2,A3,A4 )

%Calibración u y rho j

for i=1:4

u(i)=norminv(p(i));

fun = @(r) (mvncdf([u(i); u(i)],[0; 0],[1 r; r 1]) - (p(i)^2 + RHO(i)\*p(i)\*(1-p(i))));

r0 = 0.5;

rho(i) = fzero(fun,r0);

end

%Calibración de Rho gorro

aux=0;

fun2=@(r) ((mvncdf([u(1);u(2)],[0;0],[1 r;r 1]) - (p(1)\*p(2)+.005\*sqrt(p(1)\*(1-p(2))\*p(2)\*(1-p(2))))^2)+(mvncdf([u(1);u(3)],[0;0],[1 r;r 1]) - (p(1)\*p(3)+.005\*sqrt(p(1)\*(1-p(1))\*p(3)\*(1-p(3))))^2)+(mvncdf([u(1);u(4)],[0;0],[1 r;r 1]) - (p(1)\*p(4)+.005\*sqrt(p(1)\*(1-p(1))\*p(4)\*(1-p(4))))^2)+(mvncdf([u(2);u(3)],[0;0],[1 r;r 1]) - (p(2)\*p(3)+.005\*sqrt(p(2)\*(1-p(2))\*p(3)\*(1-p(3))))^2)+(mvncdf([u(2);u(4)],[0;0],[1 r;r 1]) - (p(2)\*p(4)+.005\*sqrt(p(2)\*(1-p(2))\*p(4)\*(1-p(4))))^2)+(mvncdf([u(3);u(4)],[0;0],[1 r;r 1]) - (p(3)\*p(4)+.005\*sqrt(p(3)\*(1-p(3))\*p(4)\*(1-p(4))))^2));

rhog=fminbnd(fun2,0,1);

%Indicador de tipo de grupo

a=1;

while a<5

if a==1

V=A1;

else

if a==2

V=A2;

else

if a==3

V=A3;

else

V=A4;

end

end

end

n=length(V);

%Calculo de montos de incumplimiento

L=zeros(1,n);

Z0=randn;

for h=1:N(a)

L(h)=0;

for i=1:n

Z(i)=randn;

E(i)=randn;

X(i)=sqrt(rhog)\*Z0+sqrt(rho(a)-rhog)\*Z(i)+sqrt(1-rho(a))\*E(i);

if X(i)< u(a)

L(h)=L(h)+V(i);

end

end

end

%Cálculo de factores a comparar

Media(a)=mean(L);

Varianza(a)=var(L);

Sesgo(a)=skewness(L);

Kurtosis(a)=kurtosis(L);

Quartil1(a)=quantile(L,.25);

Quartil2(a)=quantile(L,.5);

Quartil3(a)=quantile(L,.75);

Quartil4(a)=quantile(L,1);

Quartil95(a)=quantile(L,.95);

if a==1

W1=L;

else

if a==2

W2=L;

else

if a==3

W3=L;

else

W4=L;

end

end

end

a=a+1;

end

%Impresión de resultados

Media

Varianza

Sesgo

Kurtosis

Quartil1

Quartil2

Quartil3

Quartil4

Quartil95

end

Código 2

function [ ] = varmod1( N, RHO, p, A1,A2,A3,A4 )

MT=[307.013,422.811,220.428,202.542];

DT=[506.20,441.79,465.44,466.84];

%Calibración u y rho j

for i=1:4

u(i)=norminv(p(i));

fun = @(r) (mvncdf([u(i); u(i)],[0; 0],[1 r; r 1]) - (p(i)^2 + RHO(i)\*p(i)\*(1-p(i))));

r0 = 0.5;

rho(i) = fzero(fun,r0);

end

%Calibración de Rho gorro

aux=0;

fun2=@(r) ((mvncdf([u(1);u(2)],[0;0],[1 r;r 1]) - (p(1)\*p(2)+.005\*sqrt(p(1)\*(1-p(2))\*p(2)\*(1-p(2))))^2)+(mvncdf([u(1);u(3)],[0;0],[1 r;r 1]) - (p(1)\*p(3)+.005\*sqrt(p(1)\*(1-p(1))\*p(3)\*(1-p(3))))^2)+(mvncdf([u(1);u(4)],[0;0],[1 r;r 1]) - (p(1)\*p(4)+.005\*sqrt(p(1)\*(1-p(1))\*p(4)\*(1-p(4))))^2)+(mvncdf([u(2);u(3)],[0;0],[1 r;r 1]) - (p(2)\*p(3)+.005\*sqrt(p(2)\*(1-p(2))\*p(3)\*(1-p(3))))^2)+(mvncdf([u(2);u(4)],[0;0],[1 r;r 1]) - (p(2)\*p(4)+.005\*sqrt(p(2)\*(1-p(2))\*p(4)\*(1-p(4))))^2)+(mvncdf([u(3);u(4)],[0;0],[1 r;r 1]) - (p(3)\*p(4)+.005\*sqrt(p(3)\*(1-p(3))\*p(4)\*(1-p(4))))^2));

rhog=fminbnd(fun2,0,1);

%Indicador de tipo de grupo

a=1;

while a<5

cont=0;

if a==1

V=A1;

else

if a==2

V=A2;

else

if a==3

V=A3;

else

V=A4;

end

end

end

n=length(V);

%Calculo de montos de incumplimiento

L=zeros(1,n);

Z0=randn;

for j=1:ceil(N(a)/2)

L(j)=0;

for i=1:n

Z(i)=randn;

E(i)=randn;

X(i)=sqrt(rhog)\*Z0+sqrt(rho(a)-rhog)\*Z(i)+sqrt(1-rho(a))\*E(i);

if X(i)< u(a)

L(j)=L(j)+V(i);

end

end

Z=randn;

L(ceil(N(a)/2)+j)=MT(a)-DT(a)\*Z;

if L(j)>=MT(a)

cont=cont+1;

end

if L(ceil(N(a)/2)+j)>=MT(a)

cont=cont+1;

end

end

proba(a)=cont/N(a);

%Cálculo de factores a comparar

Media(a)=mean(L);

Varianza(a)=var(L);

Sesgo(a)=skewness(L);

Kurtosis(a)=kurtosis(L);

Quartil1(a)=quantile(L,.25);

Quartil2(a)=quantile(L,.5);

Quartil3(a)=quantile(L,.75);

Quartil4(a)=quantile(L,1);

Quartil95(a)=quantile(L,.95);

if a==1

W1=L;

else

if a==2

W2=L;

else

if a==3

W3=L;

else

W4=L;

end

end

end

a=a+1;

end

%Impresión de resultados

Media

Varianza

Sesgo

Kurtosis

Quartil1

Quartil2

Quartil3

Quartil4

Quartil95

proba

end

Código 3

function [ W1,W2,W3,W4 ] = mod2( N, RHO, p, A1,A2,A3,A4 )

%Calibración u y rho j

for i=1:4

u(i)=norminv(p(i));

fun = @(r) (mvncdf([u(i); u(i)],[0; 0],[1 r; r 1]) - (p(i)^2 + RHO(i)\*p(i)\*(1-p(i))));

r0 = 0.5;

rho(i) = fzero(fun,r0);

end

%Calibración de Rho gorro

aux=0;

fun2=@(r) ((mvncdf([u(1);u(2)],[0;0],[1 r;r 1]) - (p(1)\*p(2)+.005\*sqrt(p(1)\*(1-p(2))\*p(2)\*(1-p(2))))^2)+(mvncdf([u(1);u(3)],[0;0],[1 r;r 1]) - (p(1)\*p(3)+.005\*sqrt(p(1)\*(1-p(1))\*p(3)\*(1-p(3))))^2)+(mvncdf([u(1);u(4)],[0;0],[1 r;r 1]) - (p(1)\*p(4)+.005\*sqrt(p(1)\*(1-p(1))\*p(4)\*(1-p(4))))^2)+(mvncdf([u(2);u(3)],[0;0],[1 r;r 1]) - (p(2)\*p(3)+.005\*sqrt(p(2)\*(1-p(2))\*p(3)\*(1-p(3))))^2)+(mvncdf([u(2);u(4)],[0;0],[1 r;r 1]) - (p(2)\*p(4)+.005\*sqrt(p(2)\*(1-p(2))\*p(4)\*(1-p(4))))^2)+(mvncdf([u(3);u(4)],[0;0],[1 r;r 1]) - (p(3)\*p(4)+.005\*sqrt(p(3)\*(1-p(3))\*p(4)\*(1-p(4))))^2));

rhog=fminbnd(fun2,0,1);

%Indicador de tipo de grupo

a=1;

while a<5

if a==1

V=A1;

else

if a==2

V=A2;

else

if a==3

V=A3;

else

V=A4;

end

end

end

n=length(V);

%Calculo de montos de incumplimiento

Z0=randn;

for j=1:N(a)

K = 0;

for i=1:n

Z=randn;

p=normpdf((u(a)-sqrt(rhog)\*Z0-sqrt(rho(a)-rhog)\*Z)/(sqrt(1-rhog)));

U=rand;

if U<p

K=K+1;

end

end

resp=0;

for h=1:K

b=ceil(rand\*(n-1))+1;

x = V(b);

resp= resp + x;

end

L(j)=resp;

end

%Cálculo de factores a comparar

Media(a)=mean(L);

Varianza(a)=var(L);

Sesgo(a)=skewness(L);

Kurtosis(a)=kurtosis(L);

Quartil1(a)=quantile(L,.25);

Quartil2(a)=quantile(L,.5);

Quartil3(a)=quantile(L,.75);

Quartil4(a)=quantile(L,1);

Quartil95(a)=quantile(L,.95);

if a==1

W1=L;

else

if a==2

W2=L;

else

if a==3

W3=L;

else

W4=L;

end

end

end

a=a+1;

end

%Impresión de resultados

Media

Varianza

Sesgo

Kurtosis

Quartil1

Quartil2

Quartil3

Quartil4

Quartil95

end