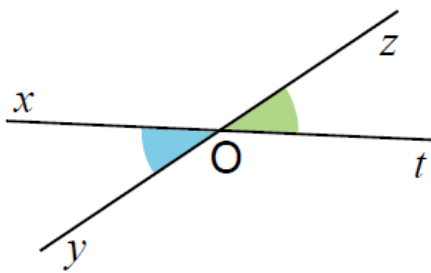


Chapitre 11 : Angles et parallélismes

I. Angles opposés par le sommet et angles adjacents

Définition : Deux angles **opposés par le sommet** ont le même sommet et des côtés dans le prolongement l'un de l'autre.



Les angles \widehat{yOx} et \widehat{tOz} sont opposés par le sommet

Propriété Dans angles opposés par le sommet sont de même mesures.

Exemple : Les angles \widehat{yOx} et \widehat{tOz} sont de même mesure.

Démonstration : A partir de la figure ci-dessous.

L'angle \widehat{yOz} est un angle plat donc mesure 180°

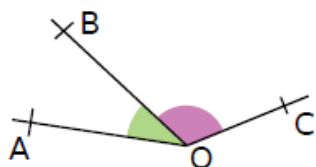
$$\widehat{yOz} = \widehat{yOx} + \widehat{xOz} \quad \text{donc} \quad \widehat{yOx} = 180^\circ - \widehat{xOz}$$

L'angle \widehat{xOt} est un angle plat donc mesure 180°

$$\widehat{xOt} = \widehat{xOz} + \widehat{zOt} \quad \text{donc} \quad \widehat{zOt} = 180^\circ - \widehat{xOz}$$

On a donc bien l'égalité des mesures d'angles suivantes : $\widehat{zOt} = \widehat{yOx}$

Définition : Deux angles **adjacents** sont deux angles qui ont un sommet commun, un côté commun et qui sont situés de part et d'autre de ce côté commun.



Les angles \widehat{AOB} et \widehat{BOC} sont des angles adjacents

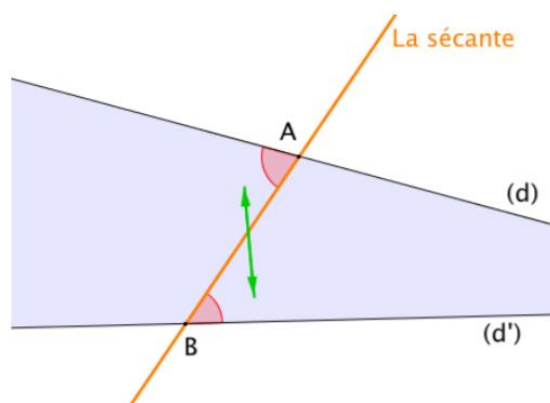
II. Angles alternes-internes et correspondants

Définition :

Soit deux droites (d) et (d') coupées par une sécante. Dire que deux angles formés par ces trois droites sont **alternes-internes** lorsque :

- Ils n'ont pas le même sommet ;
- ils sont de part et d'autre de la sécante ; (alternes)
- Ils sont à l'intérieur de la bande délimitée par les droites (d) et (d'). (internes)

Exemple : Les angles en rouge sur la figure ci-contre sont



Remarque : Deux droites et une sécante déterminent deux couples d'angles alternes internes. Ainsi, sur la figure précédente, on peut trouver deux autres angles alternes-internes.

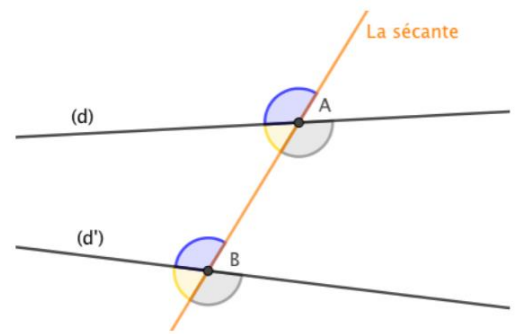
Définition :

Soit deux droites (d) et (d') coupées par une sécante. Dire que deux angles formés par ces trois droites sont **correspondants** signifie que :

- ils n'ont pas le même sommet ;
- ils sont situés du même côté de la sécante
- Un seul des deux angles est à l'intérieur de la bande délimitée par les deux droites (d) et (d').

Exemple : Les angles de même couleur dans la figure ci-contre sont des couples d'angles correspondants.

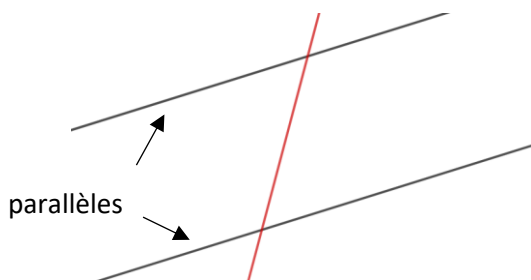
Remarque : Deux droites et une sécante déterminent quatre couples d'angles correspondants.



III. Angles formés par deux angles parallèles et une sécante

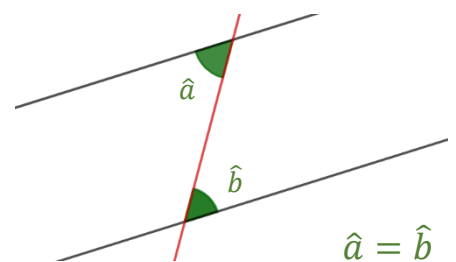
Propriété : **SI** deux droites parallèles sont coupées par une sécante, **ALORS** les angles alternes-internes qu'elles forment sont de même mesure.

Données



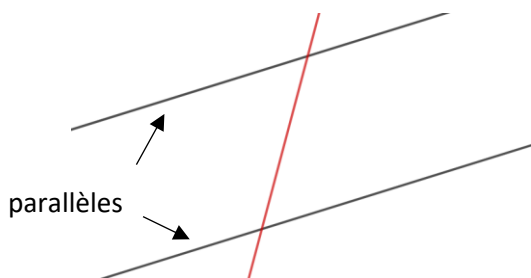
Donc d'après la propriété

Conclusion



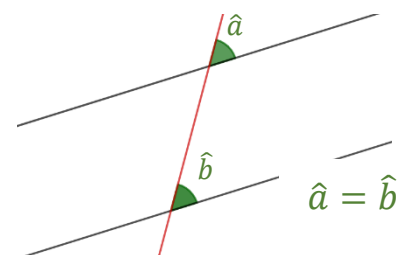
Propriété : **SI** deux droites parallèles sont coupées par une sécante, **ALORS** les angles correspondants qu'elles forment sont de même mesure.

Données



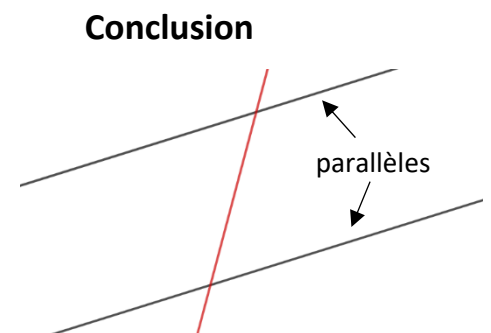
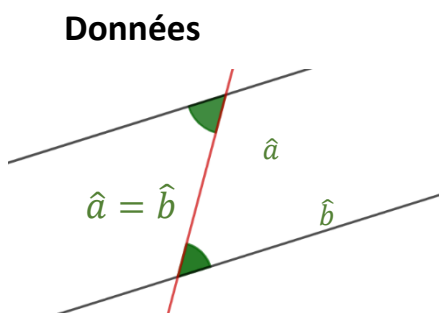
Donc d'après la propriété

Conclusion

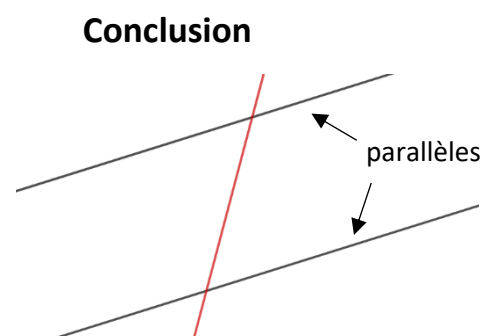
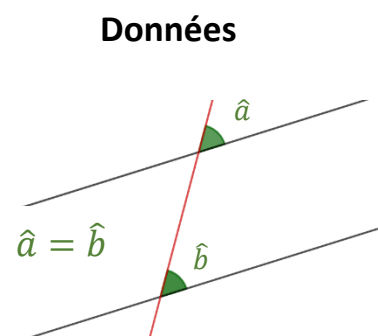


IV. Reconnaitre des droites parallèles

Propriété : **SI** deux droites coupées par une sécante forment deux angles alternes-internes de même mesure, **ALORS** ces droites sont parallèles.



Propriété : **SI** deux droites coupées par une sécante forment des angles correspondant de même mesure, **ALORS** ces droites sont parallèles.



Rédaction type d'exercices

Exemple 1 :

Les droites (BC) et (DE) sont parallèles.

Combien mesure l'angle \widehat{AFE} ?

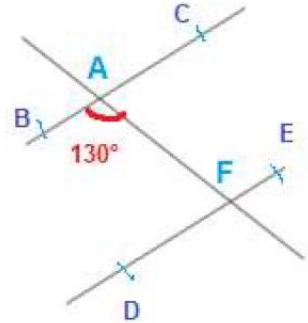
Rédaction :

Je sais que : Les droites (BC) et (DE) sont parallèles et coupées par une sécante (AF).

Les angles \widehat{AFE} et \widehat{BAF} sont des angles alternes-internes

Or : si deux droites parallèles sont coupées par une sécante, alors les angles alternes-internes qu'elles forment sont de même mesure.

Conclusion : $\widehat{AFE} = \widehat{BAF} = 130^\circ$



Exemple 2 :

Montrer que les droites (xy) et (tu) sont parallèles.

Rédaction :

Les angles \widehat{xAz} et \widehat{vAy} sont opposés par le sommet, ils sont donc de même mesure.

$$\widehat{vAy} = \widehat{xAz} = 115^\circ$$

Je sais que : Les droites (xy) et (tu) sont coupées par une sécante (vz).

Les angles \widehat{vBu} et \widehat{vAy} sont des angles correspondants de même mesure.

Or si deux droites coupées par une sécante forment des angles correspondants de même mesure alors ces droites sont parallèles.

Donc : Les droites (xy) et (tu) sont parallèles.

