

CONSTRUCCIÓN DE UN CUERPO DE 9 ELEMENTOS

Autor: Daniel Pérez Ruiz

0. PRELIMINARES

Partimos de que $9 = 3^2$. La base 3 indica que vamos a trabajar en el conjunto $\mathbb{Z}_2[x]$, de polinomios con coeficientes en \mathbb{Z}_2 .

El exponente 2 nos indica el grado de un polinomio irreducible que vamos a emplear para definir la segunda operación. En este caso $p(x) = x^2 + 1 \in \mathbb{Z}_2[x]$

1. DEFINICIÓN DEL CUERPO

Para definir un cuerpo necesitamos un conjunto y dos operaciones.

El **CONJUNTO**, en este caso estará formado por los polinomios de $\mathbb{Z}_3[x]$ de grado menor que 2 con coeficientes en \mathbb{Z}_3 .

$$K_9 = \{0, 1, 2, x, x + 1, x + 2, 2x, 2x + 1, 2x + 2\}$$

La **PRIMERA OPERACIÓN** será la suma habitual de polinomios.

La **SEGUNDA OPERACIÓN** será el producto de dos polinomios, que no será el usual, sino el resto de dividir el producto habitual por el polinomio $p(x)$.

2. REALIZACIÓN DE LA TABLA

	0	1	2	x	$x + 1$	$x + 2$	$2x$	$2x + 1$	$2x + 2$
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	x	$x + 1$	$x + 2$	$2x$	$2x + 1$	$2x + 2$
2	0	2	1	$2x$	$2x + 2$	$2x + 1$	x	$x + 2$	$x + 1$
x	0	x	$2x$	2	$x + 2$	$2x + 2$	1	$x + 1$	$2x + 1$
$x + 1$	0	$x + 1$	$2x + 2$	$x + 2$	$2x$	1	$2x + 1$	2	x
$x + 2$	0	$x + 2$	$2x + 1$	$2x + 2$	1	x	$x + 1$	$2x$	2
$2x$	0	$2x$	x	1	$2x + 1$	$x + 1$	2	$2x + 2$	$x + 2$
$2x + 1$	0	$2x + 1$	$x + 2$	$x + 1$	2	$2x$	$2x + 2$	x	1
$2x + 2$	0	$2x + 2$	$x + 1$	$2x + 1$	x	2	$x + 2$	1	$2x$