

José Luis Bueso y Antonio Martínez Cegarra

Tipología de examen: Final

Este examen pertenece al Banco de Exámenes de la Asociación de Estudiantes de Matemáticas de la Universidad de Granada. Si bien su autoría corresponde a los profesores ya citados, en la asociación nos encargamos de almacenarlos y ceder su uso a los estudiantes para que sea más satisfactoria su labor a la hora de preparar un examen.

Teoría (5 puntos) Demuestra los siguientes tres hechos:

1. *En cualquier anillo conmutativo se verifica la propiedad distributiva generalizada.*
2. *Si K es un cuerpo, el anillo $K[x]$ es un Dominio Euclídeo.*
3. *Todo Dominio Euclídeo es un Dominio de Factorización Única.*

Ejercicios (5 puntos) Resolver los siguientes tres ejercicios:

1. Calcular la capacidad de un depósito de vino, sabiendo que:
 - a) Esa capacidad está entre los 1000 y los 1500 litros.
 - b) Ha faltado 1 litro al intentar llenarlo con garrafas de 5 litros.
 - c) A otro depósito similar, pero de quintuple capacidad, le ha faltado también 1 litro tanto si se intentaba llenar con garrafas de 7 litros como de 11 litros.
2. Determinar todas las soluciones de la ecuación $19^{49}x = 42$, en el anillo \mathbb{Z}_{60} .
3. Factorizar en irreducibles los siguientes polinomios del anillo $\mathbb{Z}[x]$:
 - a) $x^7 + 5x^6 + x^2 + 6x + 5$.
 - b) $48x^4 + 24x^3 - 72x^2 + 80$.
 - c) $x^3 - 6x + 1$.
 - d) $x^6 - 2x^5 - x^4 - 2x^3 - 2x^2 - 2x - 1$.