

ESTADÍSTICA DESCRIPTIVA E INTRODUCCIÓN A LA PROBABILIDAD: RELACIÓN 1

GRUPO: B4

AUTORES:

- Alejandro Moreno Guerrero
- Pablo Nieto López
- Daniel Pérez Ruiz
- David Suárez González
- Daniel Zufrí Quesada

EDIP: RELACIÓN 1

1. El número de hijos de las familias de una determinada barriada de una ciudad es una variable estadística de la que se conocen los siguientes datos:

a) COMPLETAR LA TABLA

x_i	n_i	N_i	f_i
0	80	80	0.16
1	150	190	0.22
2	130	320	0.26
3	90	450	0.32
4	40	450	0.08
5	30	480	0.06
6	20	500	0.04

(*) En una población de familias de una barriada, de tamaño 500, se ha observado una variable estadística $X = \text{"nº de hijos de cada familia"}$, que ha presentado 7 modalidades diferentes $\{0, 1, \dots, 6\}$ con una distribución de frecuencias $f_{x_i, n_i} \forall i=1, \dots, 7$

→) Para calcular el tamaño total de la población (n). Hemos utilizado lo siguiente:

$$\rightarrow) \text{Como } f_i = \frac{n_i}{n} \Rightarrow \left[n = \frac{n_i}{f_i} \right] ; n = \frac{n_1}{f_1} = \frac{80}{0.16} = 500 \text{ familias.}$$

→) Calculo de datos:

$$\rightarrow) N_3 = n_3 = 80$$

$$\rightarrow) N_4 = n_4 = 450$$

$$\rightarrow) N_2 = N_1 + N_2 = 190$$

$$\rightarrow) f_2 = \frac{n_2}{n} = 0.22$$

$$\rightarrow) N_7 = 500$$

$$\rightarrow) N_5 = N_2 - n_7 = 10$$

$$\rightarrow) f_3 = \frac{n_3}{n} = 0.26$$

$$\rightarrow) n_6 = N_6 - N_5 = 30$$

$$\rightarrow) n_8 = f_4 \cdot n = 90$$

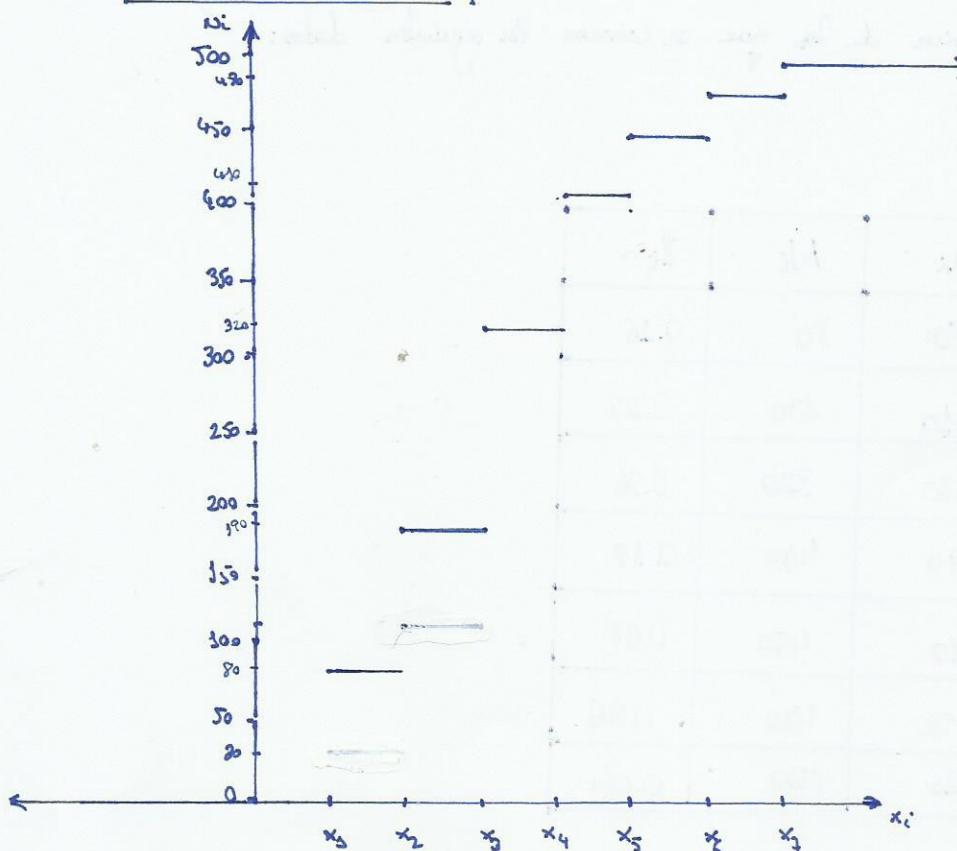
$$\rightarrow) f_6 = \frac{n_6}{n} = 0.06$$

$$\rightarrow) N_1 = n_1 + N_2 = 190$$

$$\rightarrow) f_7 = \frac{n_7}{n} = 0.04$$

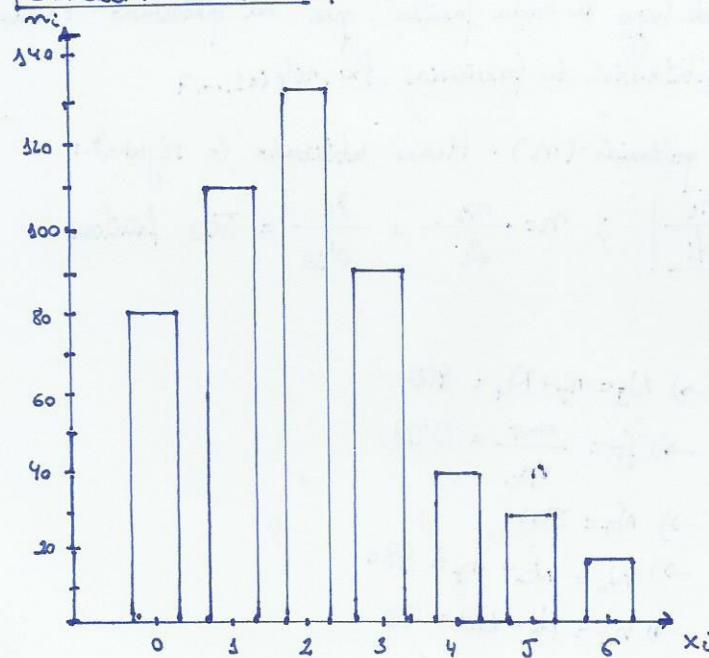
5) Representar la distribución mediante un diagrama de barras y la curva de distribución.

→ [CURVA DE DISTRIBUCIÓN]



• Recuerden que esta función está definida en todo TR.

→ [DIAGRAMA DE BARRAS]



EDSP: RELACIÓN 1

3.1) c) Prendan los valores de la variable mediante diferentes medidas. Interpretarla:

→) MEDIDA: Calcularemos la única que tenga realmente sentido. En este caso, la media aritmética:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n n_i x_i$$

$$\bar{x} = \frac{1}{500} \cdot (80 \cdot 0 + 330 \cdot 1 + 330 \cdot 2 + 90 \cdot 3 + 40 \cdot 4 + 30 \cdot 5 + 20 \cdot 6) = 2'52 \text{ hijos/familia}$$

→) MEDIANA:

$$M_{Me} = \left[x_i : N_i > \frac{n}{2} \right] \quad \frac{500}{2} = 250 ; \quad N_3 > 250 \Rightarrow \boxed{M_{Me} = 2 \text{ hijos}}$$

→) Moda:

$$M_o = x_i : n_i \geq n_j \quad \forall j = 1, \dots, u \quad \Rightarrow \quad M_o = 2 \text{ hijos}$$

→) La mediana y la moda coinciden en este caso y la media de hijos por familia es de 2'52 hijos por familia.

[2.] La puntuación obtenida por 50 personas que se presentaron a una prueba de selección, sumadas las puntuaciones de los distintos éstos fueron las mostradas.

a) Agrupen todos los datos en intervalos de amplitud 5 desde 140 a 200 y dan la tabla de frecuencias.

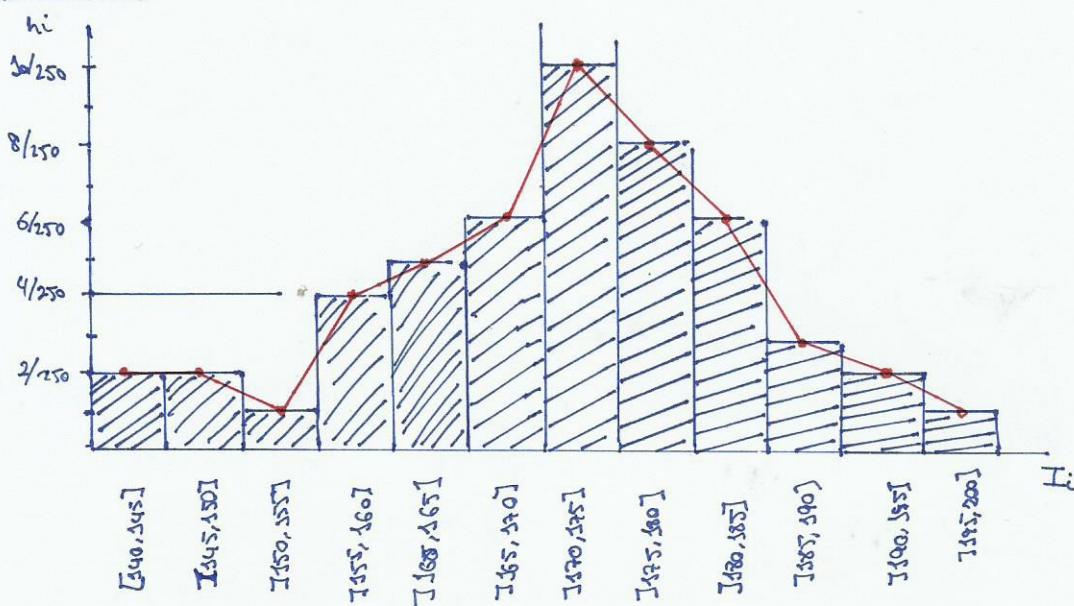
→) En una población de tamaño 50 (población de personas), se ha observado una variable estadística $X = \text{"Resultados de un test"}$, que ha presentado 12 modalidades distintas, con una distribución de frecuencias $f_{x_i}, n \in \{1, \dots, 12\}$

I_i	n_i	N_i	f_i	F_i	a_i	a_i	h_i
$[140, 145]$	2	2	0'04	0'04	142'5	5	0'008
$[145, 150]$	2	4	0'04	0'08	147'5	5	0'007
$[150, 155]$	1	5	0'02	0'1	152'5	5	0'004
$[155, 160]$	4	9	0'08	0'18	157'5	5	0'016
$[160, 165]$	5	14	0'1	0'28	162'5	5	0'02
$[165, 170]$	6	20	0'32	0'4	167'5	5	0'024
$[170, 175]$	30	30	0'2	0'6	172'5	5	0'04
$[175, 180]$	8	38	0'16	0'76	177'5	5	0'032
$[180, 185]$	6	44	0'32	0'88	182'5	5	0'024
$[185, 190]$	3	47	0'06	0'94	187'5	5	0'012
$[190, 195]$	2	49	0'04	0'98	192'5	5	0'008
$[195, 200]$	1	50	0'02	1	197'5	5	0'004
$\sum_{i=1}^{12} n_i \rightarrow n = 50$			1	$\leftarrow \sum_{i=1}^{12} f_i$			

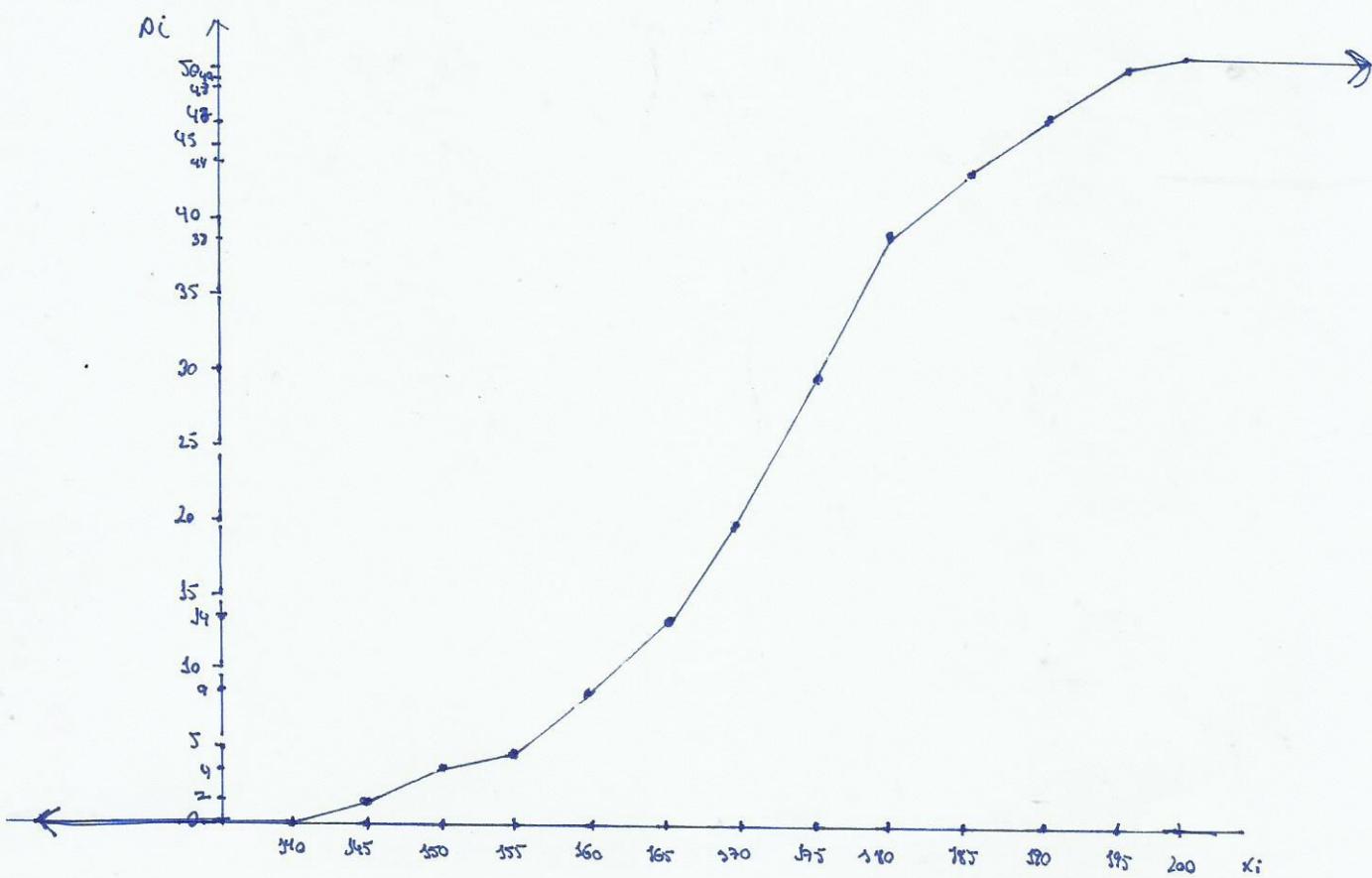
EDIP: DISTRIBUCIÓN 1.

[2] b) Representar la distribución mediante un histograma, polígonal de frecuencias y curva de distribución.

→ HISTOGRAMA



→ Curva de Distribución



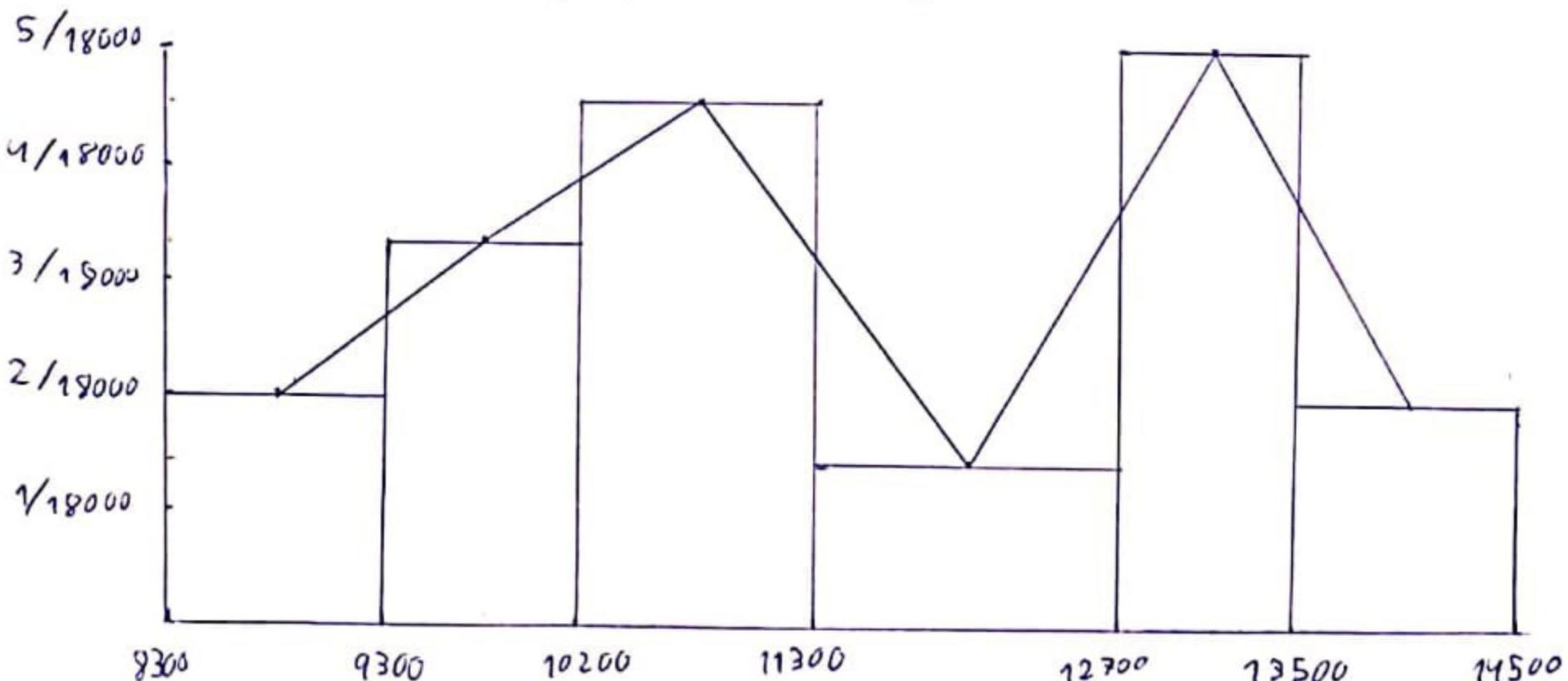
③

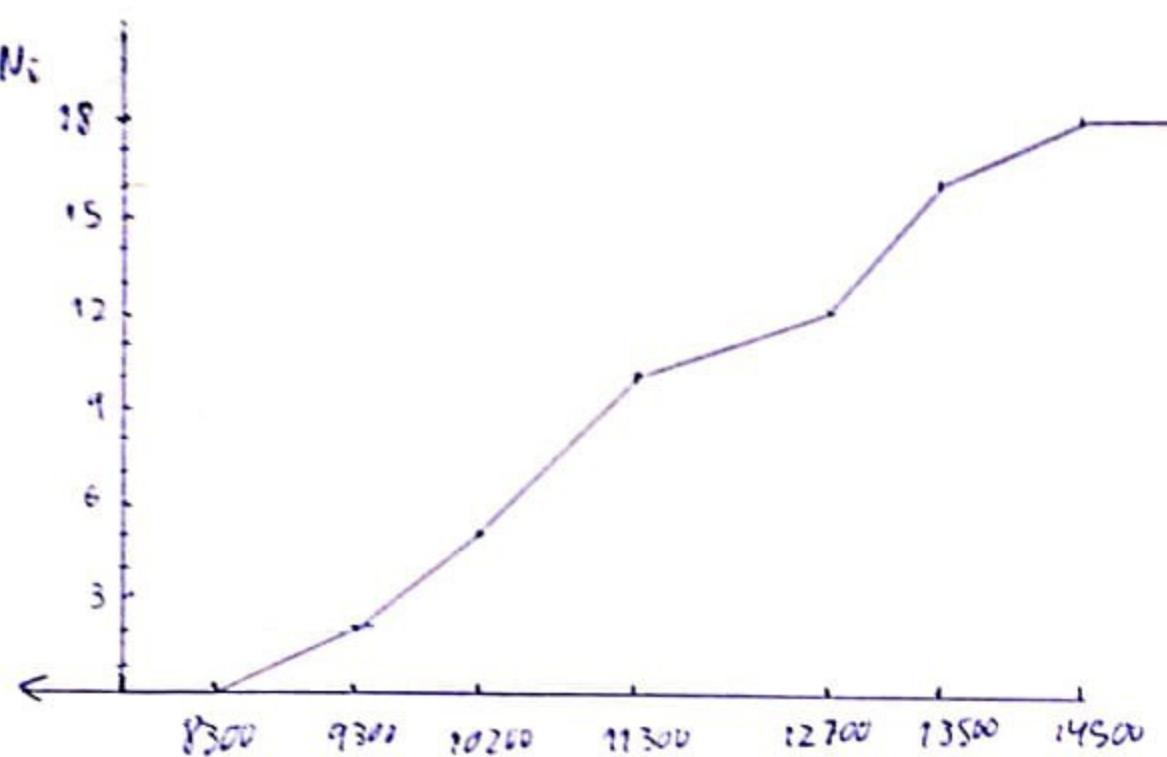
En la población de las comunidades autónomas, de tamaño 18, se ha observado la variable estadística de la cuantía de la renta familiar media en el año 2003, que ha presentado 6 modalidades.

a)

I_i	n_i	N_i	f_i	F_i	c_i	a_i	h_i
$(8300, 9300]$	2	2	$1/9$	$1/9$	8800	1000	$0,002/18$
$(9300, 10200]$	3	5	$1/6$	$5/18$	9750	900	$0,01/54$
$(10200, 11300]$	5	10	$5/18$	$5/9$	10750	1100	$0,05/198$
$(11300, 12700]$	2	12	$1/9$	$2/3$	12000	1400	$0,01/126$
$(12700, 13500]$	4	16	$2/9$	$8/9$	13100	800	$0,005/18$
$(13500, 14500]$	2	18	$1/9$	1	14600	1000	$0,002/18$

b) Histograma y poligonal de frecuencias:





Curva de distribución

- c) 12 comunidades presentan una renta menor o igual a 12700 euros.
 8 comunidades presentan una renta superior a 11300 euros.

④

En una población de 100 cajas se ha observado la variable estadística del número de piezas defectuosas por caja, la cual ha presentado 11 modalidades: 0, 1, 2 ... 10.

- a) El número de piezas defectuosas por caja es:

$$\frac{1}{100} \sum_{i=1}^{11} x_i n_i = 4,36 \text{ piezas defectuosas por caja}$$

- b) Los números de piezas defectuosas que se encuentran más frecuentemente son 5 y 6.

- c) El número mediano de piezas defectuosas por caja es 4,5

d) Los cuartiles son:

- $Q_1 = 2,5$. El 25% de las cajas no tiene más de 2 piezas defectuosas.
- $Q_2 = 4,5$. El 50% de las cajas no tiene más de 4 piezas defectuosas.
- $Q_3 = 6$. Más del 75% de las cajas tiene menos de 7 piezas defectuosas.

e) Los deciles de orden 3 y 7 son:

- De orden 3; 3. Más del 30% de las cajas tiene menos de 4 piezas defectuosas
- De orden 7; 6. Más del 70% de las cajas tiene menos de 7 piezas defectuosas.

))

• Recorrido $x_n - x_1 = 10 - 0 = 10$. Indica que ninguna caja contiene más de 10 piezas defectuosas más que otra.

- Ventaja: es sencilla de calcular
 - Inconveniente: la poca información
- Recorrido intercuartílico: $Q_3 - Q_1 = 3,5$. Indica que el 50% de las cajas están a una distancia menor o igual a 3,5
- Ventaja: es fácil de calcular
 - Inconveniente: no da información sobre cómo es la distribución entre el primer y el tercer cuartil ni fuera de estos.

- Desviación absoluta media respecto a \bar{X} :

$$D_{\bar{X}} = \frac{\sum_{i=1}^{10} |x_i - \bar{x}| / n_i}{100} \approx 2 \text{ piezas defectuosas}$$

- Ventaja: da información sobre la dispersión de la distribución

- Desviación absoluta media respecto a la mediana:

$$D_{Me} = \frac{\sum_{i=1}^{10} |x_i - Me| / n_i}{100} \approx 2 \text{ piezas defectuosas}$$

- Ventaja: da información sobre la dispersión de la distribución respecto a la mediana

- Varianza:

$$\sigma^2 = \frac{1}{100} \sum_{i=1}^{10} n_i (x_i - \bar{x})^2 = 5,87 \text{ (piezas defectuosas)}^2$$

- Ventaja: Permite comparar la dispersión de dos distribuciones con la misma media.
- Inconveniente: da unidades cuadráticas

- Desviación típica:

$$G = \sqrt{\sigma^2} = 2,42 \text{ piezas defectuosas}$$

- Ventaja: da las mismas unidades que la de ~~basamos~~ las ~~población~~ modalidades

- Recorrido relativo:

$$R_R = \frac{R}{\bar{X}} = \frac{10 - 0}{\bar{X}} = 2,294$$

- Ventaja: es independiente de la magnitud de las modalidades

- Recorrido semi-intercuartílico:

$$R_{SI} = \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1} = 0,412$$

- Ventaja: Indica hacia qué lado está más desviada la distribución
- Coeficiente de variación de Pearson:

$$C.V.(x) = \frac{\sigma_x}{\bar{x}} = 0,556$$

- Ventaja: permite comparar distribuciones con diferentes medias

- Índice de dispersión respecto a la mediana:

$$V_{Me} = \frac{D_{Me}}{M_e} = 0,444$$

- Ventaja: es independiente de la magnitud de las modalidades

$I_i^{(1)}$	n_i	Ni	c_i	$n_i c_i$	$n_i c_i^2$	$(c_i - \bar{c})^2$
$[0,1]$	12	12	0,5	6	3	2,7556
$(1,2]$	13	25	1,5	19,5	29,25	0,4356
$(2,3]$	11	36	2,5	27,5	68,75	0,1156
$(3,4]$	8	44	3,5	28	98	1,7956
$(4,5]$	6	50	4,5	27	121,5	5,4356
<hr/>						
	50			108	641	

$I_i^{(2)}$	n_i	Ni	c_i	$n_i c_i$	$n_i c_i^2$	$(c_i - \bar{c})^2$	h_i
$[0,1]$	1	1	0,5	0,5	0,25	1	1
$(1,3]$	6	7	2	12	24	3	3
$(3,6]$	7	14	4,5	31,5	141,75	1,6530	2,333
$(6,10]$	12	26	8	96	768	4,9031	3
$(10,12]$	2	28	11	22	242	27,1889	1
<hr/>							
	28			162	1176		

5

$I_i^{(1)}$	(0,1]	(1,2]	(2,3]	(3,4]	(4,5]
$n_i^{(1)}$	12	13	11	8	6

$I_i^{(2)}$	(0,1]	(1,3]	(3,6]	(6,10]	(10,12]
$n_i^{(2)}$	4	6	7	12	2

a) Calcula medias aritmética, armónica y geométrica

$$\bar{x}_1 = \frac{0,5 \cdot 12 + 1,5 \cdot 13 + 2,5 \cdot 11 + 3,5 \cdot 8 + 4,5 \cdot 6}{30} = 2,16$$

$$\bar{x}_2 = \frac{0,5 \cdot 1 + 2 \cdot 6 + 4,5 \cdot 7 + 8 \cdot 12 + 11 \cdot 2}{29} = 5,7757$$

$$H_1 = \frac{12}{0,5} + \frac{13}{1,3} + \frac{11}{2,5} + \frac{8}{3,5} + \frac{6}{4,5} = 1,228$$

$$H_2 = \frac{28}{\frac{1}{0,5} + \frac{7}{2} + \frac{14}{4,5} + \frac{26}{8} + \frac{28}{11}} = 5,7857$$

$$G_1 = \sqrt[60]{0,5^{12} \cdot 1,5^{10} \cdot 2,5^{11} \cdot 3,5^8 \cdot 4,5^6} = 1,684$$

$$G_2 = \sqrt[28]{0,5^1 \cdot 2^6 \cdot 4,5^7 \cdot 8^{12} \cdot 11^2} = 1,769$$

b) Calcular valor más frecuente:

$$M_{Me1} = 11 + \left[\frac{13 - 12}{(13 - 12) + (13 - 11)} \right] (2 - 1) = 11 + \frac{1}{3} \cdot 1 = \frac{4}{3},$$

$$M_{Me2} = 10 + \left[\frac{2 - 12}{(2 - 12) + (2 - 0)} \right] (12 - 10) = 10 + \left(\frac{-10}{-8} \right) \cdot 2 = 10 + \frac{10}{4} = \frac{50}{4} = 12,5$$

c) Calcular el valor superado por el 50% de las observaciones.
(Equivale a calcular la mediana)

$$C_{50}^{(1)} = \frac{50 \cdot 50}{100} = 25 = N_2 \rightarrow P_{50}^{(1)} = 2$$

$$C_{50}^{(2)} = \frac{28 \cdot 50}{100} = 14 = N_3 \rightarrow P_{50}^{(2)} = 6$$

d) Recorrido, recorrido intercuartílico y desviación típica.

Recorrido

$$R_1 = 5 \\ R_2 = 12$$

En el segundo caso hay mayor dispersión en los datos estudiados.

Recorrido intercuartílico

$$C_{75}^{(1)} = \frac{50 \cdot 75}{100} = 37,5$$

$$P_{75}^{(1)} = 3 + \frac{37,5 - 36}{8} (4 - 3) = \frac{51}{16}$$

$$C_{75}^{(2)} = \frac{28 \cdot 75}{100} = 21$$

$$P_{75}^{(2)} = 6 + \frac{31 - 14}{12} (10 - 6) = \frac{23}{3}$$

$$C_{25}^{(1)} = \frac{50 \cdot 25}{100} = 12,5$$

$$P_{25}^{(1)} = 1 + \frac{17,5 - 36}{13} (2 - 1) = \frac{27}{76}$$

$$C_{25}^{(2)} = \frac{28 \cdot 25}{100} = 7$$

$$P_{25}^{(2)} = C_{25}^{(1)} = 3$$

Por tanto:

$$R_1^{(1)} = P_{75}^{(1)} - P_{25}^{(1)} = 2,149$$

$$R_2^{(2)} = P_{75}^{(2)} - P_{25}^{(2)} = 5,333$$

En el primer caso observamos que el 50% de la distribución se encuentra en el intervalo $[0,831, 3]$, mientras que en el segundo se encuentra en el intervalo $[7/6, 6.5]$. La dispersión es por tanto menor en el caso 1.

Desviación típica

$$\sigma_1 = \sqrt{\frac{641}{100} - 2,16^2} = 1,32 \quad \sigma_2 = \sqrt{42 - \left(\frac{162}{27}\right)^2} = 2,02$$

De nuevo vemos que en el caso 1 la dispersión es menor ya que la desviación típica es una medida de la dispersión óptima.

Cotas

$$\underline{\text{Cota}}^{(1)} = \sqrt{\min (x_i - \bar{x})^2} = 0,24$$

$$\overline{\text{Cota}}^{(1)} = \sqrt{\max (x_i - \bar{x})^2} = 2,34$$

$$\underline{\text{Cota}}^{(2)} = \sqrt{\min (x_i - \bar{x})^2} = 1,285$$

$$\overline{\text{Cota}}^{(2)} = \sqrt{\max (x_i - \bar{x})^2} = 3,28$$

Lo dice una dispersión óptima una distribución hacia el valor o la misma. En el primer caso la dispersión es menor.

Variancia

$$\sigma_1^2 = 1,344$$

$$\sigma_2^2 = \frac{1671}{100}$$

Cotas

$$\underline{\text{Cota}}^{(1)} = \min (x_i - \bar{x})^2 = 0,1156$$

$$\overline{\text{Cota}}^{(1)} = \min (x_i - \bar{x})^2 = 1,653$$

$$\underline{\text{Cota}}^{(2)} = \max (x_i - \bar{x})^2 = 5,4956$$

$$\overline{\text{Cota}}^{(2)} = \max (x_i - \bar{x})^2 = 27,04$$

Coeficiente variación Pearson

$$CV_{x_1} = \frac{\sigma_1}{\bar{x}_1} = \frac{+ \sqrt{1704}}{2,16} = 0,6115$$

$$CV_{x_2} = \frac{\sigma_2}{\bar{x}_2} = \frac{+ \sqrt{\frac{1671}{196}}}{\frac{81}{14}} = 0,505$$

A pesar de los resultados anteriores, se tiene que la segunda distribución es más homogénea.

- ⑥ En una población de coches de tamaño 2 se ha observado la velocidad en $\frac{\text{km}}{\text{h}}$, que ha presentado 2 modalidades distintas: $60 \frac{\text{km}}{\text{h}}, 70 \frac{\text{km}}{\text{h}}$, con distribución de frecuencias ~~$\{60, 70; 14, 14\}$~~ $\{60, 14, 270, 14\}$.

Calcular la velocidad media de recorrido.

Por definición: $V_{\text{media}} = \frac{d_{\text{total}}}{t_{\text{total}}}$. Despejando el tiempo para V_1, V_2 :

$$t_1 = \frac{100 \text{ km}}{60 \frac{\text{km}}{\text{h}}} = \frac{5}{3} \text{ h} \quad t_2 = \frac{100 \text{ km}}{70 \frac{\text{km}}{\text{h}}} = \frac{10}{7} \text{ h}$$

Aplicando la fórmula de V_{media} :

$$V_{\text{media}} = \frac{d_{\text{total}}}{t_{\text{total}}} = \frac{2 \cdot 100 \text{ km}}{\left(\frac{5}{3} + \frac{10}{7}\right) \text{ h}} = \frac{840}{13} \text{ km/h} = 64,62 \frac{\text{km}}{\text{h}} //$$

(7)

En una población de tamaño $n=5$ se ha observado una variable estadística \bar{X} , que ha presentado 5 modalidades distintas con la siguiente distribución de frecuencias:

x_i	n_i	N.
5	1	1
6	1	2
7	1	3
10	1	4
12	1	5

- \bar{X} = La rentabilidad de la empresa durante los años 1994-1998.

Por tratarse de una variable que estudia rendimientos, la media que calcularemos será la geométrica:

$$G = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^n c_i} - 1 \Rightarrow c_1 = 1'05; c_2 = 1'06; c_3 = 1'07; c_4 = 1'1; c_5 = 1'12$$

$$\text{Entonces } G = \sqrt[5]{1'05 \cdot 1'06 \cdot 1'07 \cdot 1'1 \cdot 1'12} - 1 \approx 0'0797 = 7'97\%$$

(8)

En una población de tamaño $n=498$ se ha observado una variable estadística \bar{X} = Notas de los alumnos, que ha presentado 10 modalidades distintas.

- Suspensos (C_{40}) (P_{40}):

$$C_{40} = \frac{n \cdot r}{100} = \frac{40 \cdot 498}{100} = 199,2 \Rightarrow [3,4]$$

$$P_{40} = 3 + \frac{199,2 - 164}{81} (4-3) = 3'43 \quad (\text{Nota máxima de los suspensos})$$

- Aprobados (C_{70}) (P_{70}):

$$C_{70} = \frac{70 \cdot 498}{100} = 348'6 \Rightarrow [5,6]$$

$$P_{70} = 50 + \frac{348'6 - 339}{70} (6-5) = 5'137 \quad (\text{Nota máxima de los aprobados}).$$

- Notables (C_{85}) (P_{85}):

$$C_{85} = \frac{85 \cdot 498}{100} = 423,3 \Rightarrow [6,7]$$

$$P_{85} = 6 + \frac{423,3 - 409}{41} (7-6) = 6'348 \quad (\text{Nota máxima de los notables})$$

- Sobresalientes (C_{95}) (P_{95}):

$$C_{95} = \frac{95 \cdot 498}{100} = 473,1 \Rightarrow (7,8]$$

$$P_{95} = 7 + \frac{473,1 - 450}{28} (8 - 7) = 7'825 \text{ (Nota máxima de los sobresalientes).}$$

- Matrículas: Buscamos la freq. absoluta acumulada asociada al 100%, que trata del máximo de la distribución. Por tanto, la nota máxima de las matrículas es 10.

⑨ En una población de 110 jóvenes se ha observado la variable estadística de sus alturas la altura de estos que ha presentado 5 modalidades con distribución de frecuencias $\{x_i, n_i\}_{i=1,\dots,5}$.

x_i	n_i	N_i
(1.55, 1.60]	18	48
(1.60, 1.70]	31	49
(1.70, 1.80]	24	73
(1.80, 1.90]	20	93
(1.90, 2.00]	17	110
	110	

a) Buscamos la frecuencia absoluta acumulada asociada al 3%.

$$C_3 = \frac{nr}{100} = \frac{3 \cdot 110}{100} = 3,3 < N_4$$

Luego tenemos que:

$$P_3 = 1,55 + \frac{3,3}{18} (1,60 - 1,55) = \underline{\underline{1,559 \text{ metros}}} \\ \underline{\underline{\approx 1,56 m}}$$

b) En este caso hemos de calcular calculando el percentil 82:

$$Pr = e_{i-1} + \frac{\frac{nr}{100} - N_{i-1}}{n_i} (e_i - e_{i-1})$$

(fórmula que también empleamos en el apartado a).

$$C_{82} = \frac{nr}{100} = \frac{82 \cdot 100}{100} = 90,2 < N_4$$

$$P_{82} = 1,80 + \frac{90,2 - 73}{20} (1,90 - 1,80) = \frac{1,886 \text{ metros}}{\approx 1,89 \text{ m}}$$

c) El enunciado nos pide el percentil 75:

$$C_{75} = \frac{nr}{100} = \frac{75 \cdot 110}{100} = 82,5 < N_4$$

$$P_{75} = 1,80 + \frac{82,5 - 73}{20} (1,90 - 1,80) = \underline{1,8475 \approx 1,85 \text{ metros}}$$

d) Para ello calcularemos el número de jóvenes que miden 1,75 metros o más:

$$Pr = 1,75 \text{ m}$$

Despejamos C_r de la fórmula de P_r :

$$C_r = \frac{P_r - e_{i-1}}{e_i - e_{i-1}} n_i + N_{i-1} = \frac{1,75 - 1,70}{1,80 - 1,70} \cdot 24 + 49 = 61 \text{ jóvenes.}$$

$$C_r = \frac{nr}{100}$$

Luego los jóvenes que miden más de 1,75
metros son: $110 - 61 = \underline{\underline{49 \text{ jóvenes}}}$

e) $C_{10} = \frac{nr}{100} = \frac{110 \cdot 10}{100} = 11 < N_1$

$$P_{10} = 1,55 + \frac{11}{18} (1,60 - 1,55) = \underline{\underline{1,58 \text{ metros}}$$

f) $C_{90} = \frac{nr}{100} = \frac{90 \cdot 110}{100} = 99 < N_5$

$$P_{90} = 1,90 + \frac{99 - 93}{17} (2,00 - 1,90) = 1,935 \underline{\underline{1,94 \text{ metros}}}$$

(10)

En una población de 150 personas con cáncer se ha observado la variable estadística de sus edades que es la edad de los enfermos que ha presentado 5 modalidades diferentes

x_i	n_i	N_i	c_i	$n_i c_i$	$n_i c_i^2$	$\sqrt{(c_i - \bar{x})^2}$	$n_i (c_i - \bar{x})^4$
(10, 30]	15	15	20	300	6000	28,7	10176978,24
(30, 40]	37	35	35	770	26950	13,7	1303418,836
(40, 50]	48	85	45	2160	97200	3,7	8995,9728
(50, 60]	40	125	55	2200	121000	6,3	63011,844
(60, 90]	25	150	75	1975	140625	26,3	11960876,4
	150			7305	391775		23513281,3

a) Moda:

$$M_o = e_{i-1} + \frac{h_i - h_{i-1}}{2h_i - h_{i-1} - h_{i+1}} (e_i - e_{i-1})$$

$$M_o = \frac{840}{17} = \underline{\underline{47,6471 \text{ años}}}$$

b) Para resolver el apartado necesitamos calcular los percentiles 35 y 65:

$$C_{35} = \frac{nr}{100} = \frac{35 \cdot 150}{100} = 52,5$$

$$P_r = e_{i-1} + \frac{\frac{nr}{100} - N_{i-1}}{n_i} (e_i - e_{i-1})$$

$$P_{35} = 40 + \frac{52,5 - 37}{48} (50 - 40) = 43,22 \text{ años.}$$

La edad mínima del 30% central es de 43,22 años.

$$C_{65} = \frac{nr}{100} = \frac{65 \cdot 150}{100} = 97,5$$

$$P_{65} = 50 + \frac{97,5 - 85}{40} (50 - 40) = \underline{\underline{53,125 \text{ años}}}$$

La edad máxima del 30% central es de 53,125 años.

c)

Re corrido intercuartílico: $R_I = Q_3 - Q_1$

$$C_{75} = \frac{75 \cdot 150}{100} = 112,5$$

$$Q_3 = 50 + \frac{112,5 - 85}{40} (50 - 40) = 56,875 \text{ años.}$$

$$C_{25} = \frac{25 \cdot 150}{100} = 37,5$$

$$Q_1 = 50 + \frac{37,5 - 37}{48} (50 - 40) = 40,1 \text{ años}$$

$$\underline{R_I} = 56,875 - 40,1 = \underline{16,775 \text{ años}}$$

Desviación típica:

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^k n_i c_i^2 - \bar{x}^2}$$

$$\bar{x} = \frac{20 \cdot 15 + 35 \cdot 22 + 45 \cdot 48 + 55 \cdot 40 + 75 \cdot 25}{20} = 48,7$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{391775}{150} - 48,7^2} \approx \underline{15,49 \text{ años}}$$

d) Coeficiente de asimetría:

$$\gamma_1 = \frac{\mu_3}{\sigma_x^3} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n n_i \left(\frac{x_i - \bar{x}}{\sigma_x} \right)^3$$

$\gamma_1(x) = 0,0917 > 0 \Rightarrow$ La distribución es
asimétrica por la derecha.

Coeficiente de curtosis de Fisher:

$$\gamma_2(\Sigma) = \frac{\mu_4}{\sigma_y^4} - 3 = -0,277196 \rightarrow \underline{\text{La distribución}} \\ \underline{\text{es mesocúrtica.}}$$

Coeficiente de curtosis de Kelley:

$$K = \frac{1}{2} \frac{Q_3 - Q_1}{D_q - D_1} - 0,263$$

$$C_{90} = \frac{nr}{100} = \frac{150 \cdot 90}{100} = 135 \text{ años}$$

$$D_q = P_{90} = 60 + \frac{135 - 125}{25} (90 - 60) = 72 \text{ años}$$

$$C_{10} = \frac{nr}{100} = \frac{150 \cdot 10}{100} = 15 \text{ años} \rightarrow D_1 = 30 \text{ años.}$$

$$K = \frac{1}{2} \frac{56,875 - 40,104167}{72 - 30} - 0,263 = -0,0632976$$

La distribución es mesocúrtica.