

DESARROLLO DE LA PREGUNTA 5:

Autor: Daniel Pérez Ruiz

5. Sea un dominio de integridad. ¿Qué afirmación es correcta?

- *En cualquier caso D es un cuerpo:* [FALSO]
 - DEMOSTRACIÓN: \mathbb{Z} es un dominio de integridad y no es un cuerpo.
- *Nunca D puede ser un cuerpo:* [FALSO]
 - DEMOSTRACIÓN: \mathbb{R} es un dominio de integridad y es un cuerpo.
- *Es un cuerpo si tiene infinitos elementos:* [FALSO]
 - DEMOSTRACIÓN: \mathbb{Z} tiene infinitos elementos, es dominio de integridad y no es un cuerpo.
- *Es un cuerpo si tiene cardinal finito.* [VERDAD]
 - DEMOSTRACIÓN:
 - Sean $a, b, c \in A$, $a \neq 0$.
 - $ab = bc \Rightarrow a(b - c) = 0 \Rightarrow b - c = 0 \Rightarrow b = c$
 - Por tanto $(A \setminus \{0\}, \cdot)$ es cancelativo y monoide. Y como es finito, obtenemos que es grupo y por tanto cuerpo.