

Circuitos trifásicos de corriente alterna sinusoidal

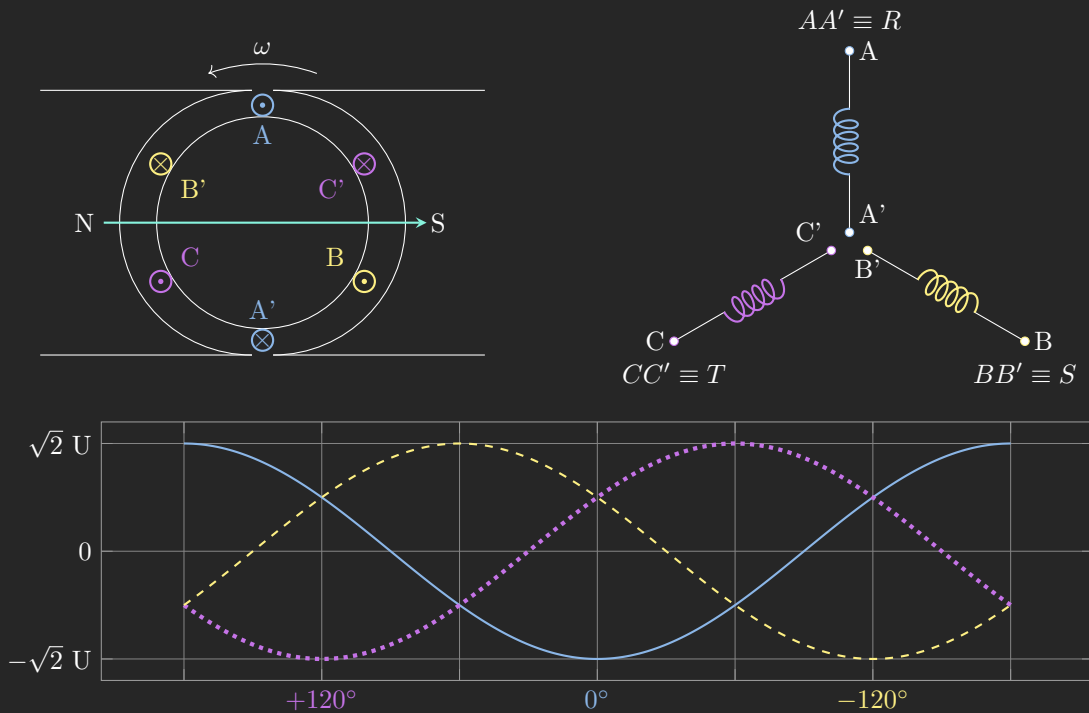
Mario López Sáez

16 de diciembre de 2024

Parte I

Generación de 3 fases. Fasores y secuencia. Nomenclatura y concepto de sistema equilibrado de tensiones.

1.1 Generación



1.2 Nomenclatura

$$A' \equiv B' \equiv C' \equiv N$$

$$U_{AA'} = U_{RN} ; U_{BB'} = U_{SN} ; U_{CC'} = U_{TN}$$

FASORES EFICACES

$$U_{RN}(t) = \sqrt{2}U \cos \omega t$$

$$U_{SN}(t) = \sqrt{2}U \cos(\omega t - 120^\circ)$$

$$U_{TN}(t) = \sqrt{2}U \cos(\omega t + 120^\circ)$$

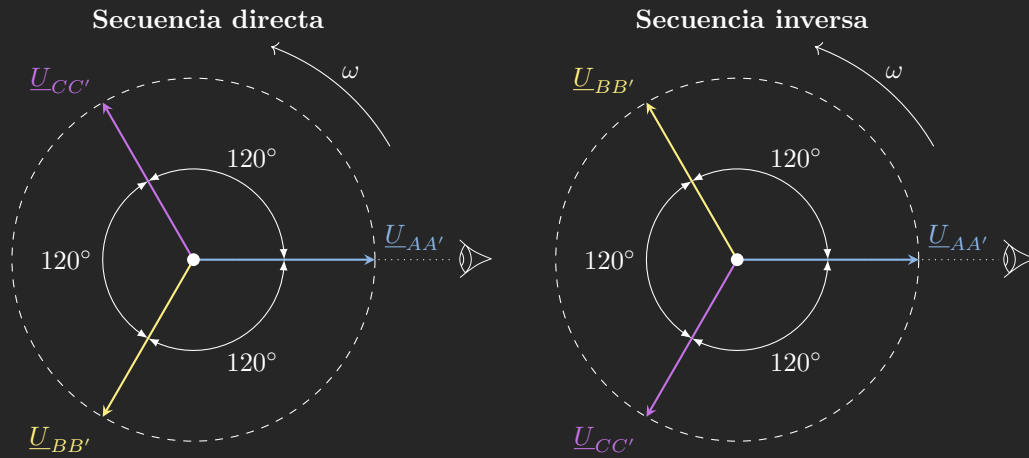
$$\underline{U_{RN}} = U \angle 0^\circ$$

$$\underline{U_{SN}} = U \angle -120^\circ$$

$$\underline{U_{TN}} = U \angle +120^\circ$$

1.3 Secuencia de fases

Hay dos posibilidades en el orden de las señales usando $\underline{U}_{AA'}$ como referencia. Una irá 120° adelantada, y la otra 120° retrasada.



Trabajaremos con la secuencia directa

1.4 Sistema equilibrado de tensiones

Tensiones de igual valor eficaz

$$U_{RN} = U_{SN} = U_{TN} \quad \rightarrow \quad \underline{U}_{RN} + \underline{U}_{SN} + \underline{U}_{TN} = 0$$

Desfasadas 120°

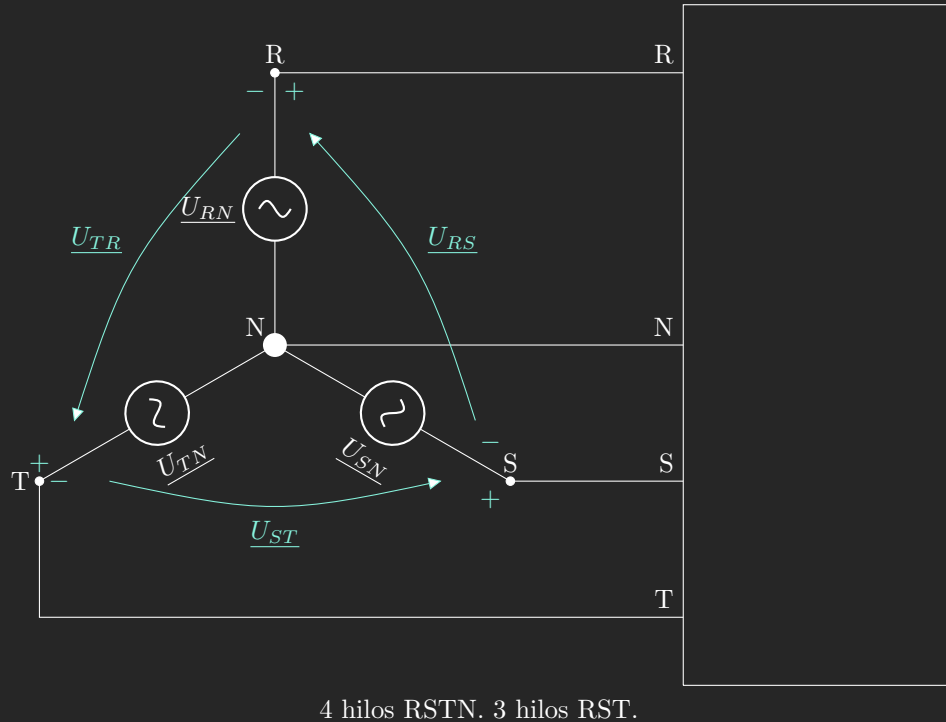
$\underline{U}_{RN}, \underline{U}_{SN}, \underline{U}_{TN}$ Se denominan **tensiones de fase**

Parte II

Circuitos a 4 hilos y 3 hilos.

Configuraciones \mathbf{Y} y Δ . Magnitudes de fase y de línea. Nomenclatura y relaciones $U_{\text{LÍNEA}} \leftrightarrow U_{\text{FASE}}$

2.1 Circuitos a 4 hilos y 3 hilos



Las tensiones \underline{U}_{RS} , \underline{U}_{ST} y \underline{U}_{TR} son **tensiones de línea**. Se utiliza la permutación positiva de subíndices. $R \rightarrow S \rightarrow T$ circular.

Siempre podremos considerar que el sistema de generación está configurado como en el circuito de arriba. Por esta razón, habitualmente no se añadirá la parte de la izquierda, empezando los circuitos desde las 3 o 4 líneas RST(N).

2.2 Magnitudes de fase y de línea

TENSIONES DE FASE O SIMPLES: \underline{U}_{RN} , \underline{U}_{SN} , \underline{U}_{TN}

TENSIONES DE LÍNEA O COMPUESTAS: \underline{U}_{RS} , \underline{U}_{ST} , \underline{U}_{TR}

$$\begin{aligned}\underline{U}_{RS} &= \underline{U}_{RN} - \underline{U}_{SN} = U \angle 0^\circ - U \angle -120^\circ, \\ \underline{U}_{ST} &= \underline{U}_{SN} - \underline{U}_{TN} = U \angle -120^\circ - U \angle 120^\circ, \\ \underline{U}_{TR} &= \underline{U}_{TN} - \underline{U}_{RN} = U \angle 120^\circ - U \angle 0^\circ.\end{aligned}$$

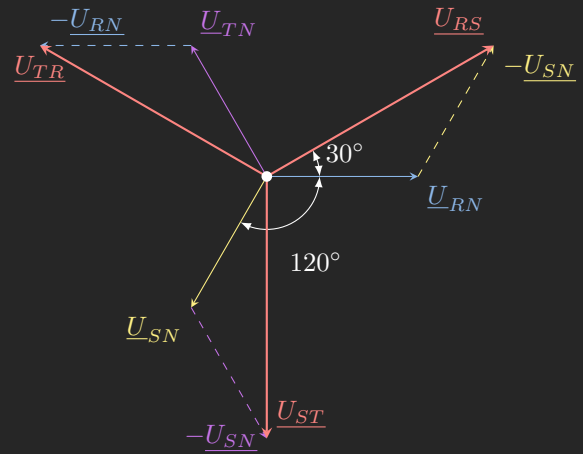
Mirando la gráfica de la derecha:

$$U_{RS}^2 = U^2 + U^2 - 2UU \cos 120^\circ$$

$$U_{RS}^2 = 3U^2$$

$$U_{RS} = \sqrt{3}U$$

$$\underline{U}_{RS} = \sqrt{3}U \angle 30^\circ = \sqrt{3}\underline{U}_{RN} \angle 30^\circ$$



RELACIONES ENTRE TENSIONES DE FASE Y DE LÍNEA PARA TENSIONES EQUILIBRADAS

$$\underline{U}_{RS} = \sqrt{3}\underline{U}_{RN} \angle 30^\circ$$

$$\underline{U}_{ST} = \sqrt{3}\underline{U}_{SN} \angle 30^\circ$$

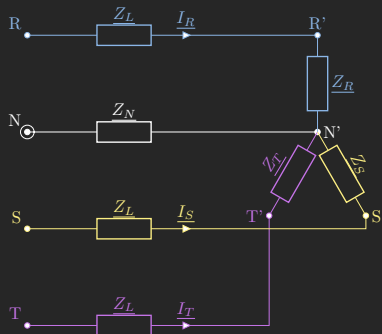
$$\underline{U}_{TR} = \sqrt{3}\underline{U}_{TN} \angle 30^\circ$$

$$\underline{U}_{RS} + \underline{U}_{ST} + \underline{U}_{TR} = 0$$

2.3 Conexiones

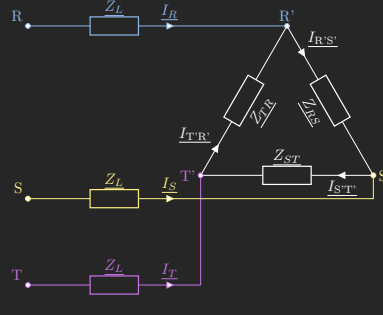
Y - Y

4 HILOS $\underline{Z}_N \neq \infty$; 3 HILOS $\underline{Z}_N \rightarrow \infty$



Y - Δ

3 HILOS



En la configuración estrella - estrella, las corrientes de línea y las de fase coinciden. Sin embargo, las tensiones de fase y de línea no.

En la configuración triángulo - estrella, las corrientes de línea y las de fase son iguales en generación, pero diferentes en recepción. Sin embargo, aquí las tensiones de fase y de línea son $\underline{U}_{R'S'}$, $\underline{U}_{S'T'}$ y $\underline{U}_{T'R'}$.

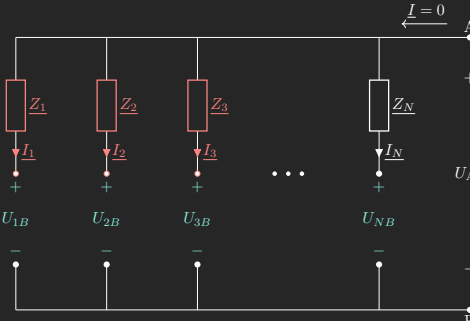
\underline{Z}_L es el fasor de impedancia de línea, en principio igual. Es la impedancia del propio medio, por lo que, en caso de considerar un medio ideal, no estarían.

Parte III

Teorema de Millman. Análisis de circuitos generales

3.1 Teorema de Millman

En un circuito eléctrico de ramas en paralelo, cada una compuesta por una fuente de tensión ideal en serie con un elemento lineal, la tensión en los terminales de las ramas es igual a la suma de las fuerzas electromotrices multiplicadas por la admitancia de la rama dividido por la suma de las admitancias. - Jacob Millman



$$\sum I_i = 0$$

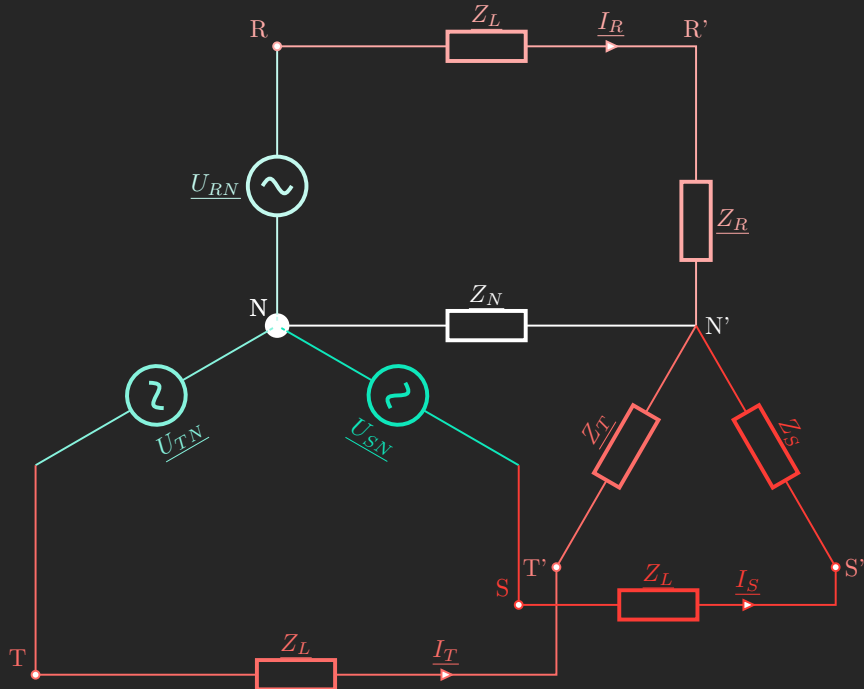
$$I_1 = \frac{U_{AB} - U_{1B}}{Z_1}$$

$$\vdots$$

$$I_N = \frac{U_{AB} - U_{NB}}{Z_N}$$

$$U_{AB} = \frac{\frac{U_{1B}}{Z_1} + \frac{U_{2B}}{Z_2} + \dots + \frac{U_{NB}}{Z_N}}{\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \dots + \frac{1}{Z_N}} \quad (1)$$

3.2 Análisis del caso general Y - Y



Analizamos la malla $N \rightarrow R \rightarrow R' \rightarrow N' \rightarrow N$

$$U_{RN} - I_R Z_L - I_R Z_R - U_{N'N}$$

Conociendo $U_{N'N}$ podemos calcular el resto de valores.

$$I_R = \frac{U_{RN} - U_{N'N}}{Z_L + Z_R}; \quad I_S = \frac{U_{SN} - U_{N'N}}{Z_L + Z_S}; \quad I_T = \frac{U_{TN} - U_{N'N}}{Z_L + Z_T}$$

$$\underline{U}_{N'N} = \frac{\frac{U_{RN}}{Z_L + Z_R} + \frac{U_{SN}}{Z_L + Z_S} + \frac{U_{TN}}{Z_L + Z_T} + \frac{0}{Z_N}}{\frac{1}{Z_L + Z_R} + \frac{1}{Z_L + Z_S} + \frac{1}{Z_L + Z_T} + \frac{1}{Z_N}} \quad (2)$$

Parte IV

Potencia trifásica y corrección del factor de potencia

4.1 Potencia trifásica en sistemas equilibrados

$$\begin{array}{ccc} \frac{U_{RN}}{U \angle 0^\circ} & \frac{U_{SN}}{U \angle -120^\circ} & \frac{U_{TN}}{U \angle 120^\circ} \\ \frac{I_R}{I \angle -\varphi} & \frac{I_S}{I \angle -\varphi - 120^\circ} & \frac{I_T}{I \angle -\varphi + 120^\circ} \end{array}$$

4.1.1 Potencia instantánea constante

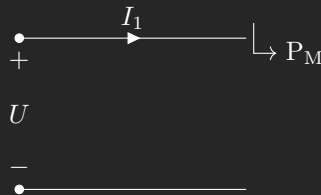
$$\begin{aligned} p_R(t) &= UI \cos \varphi + UI \cos(2\omega t - \varphi) \\ + p_S(t) &= UI \cos \varphi + UI \cos(2\omega t - \varphi - 120^\circ) \\ p_T(t) &= UI \cos \varphi + UI \cos(2\omega t - \varphi + 120^\circ) \end{aligned}$$

$$p_{TOTAL}(t) = 3UI \cos \varphi + 0 \rightarrow \text{CONSTANTE}$$

Parte V

Ventajas de los sistemas trifásicos

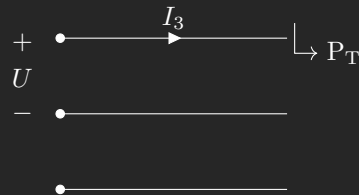
1. Más económico que el monofásico. A una tensión e igualdad de potencia a transmitir e igualdad de pérdidas en la línea, el ahorro en el cobre es de un 25%
2. La potencia instantánea trifásica es constante, independiente del tiempo, por ello los motores trifásicos tienen un par uniforme, evitando vibraciones y esfuerzos en el rotor.
3. Los motores trifásicos pueden arrancar por sí mismos. Sin embargo, los motores monofásicos necesitan dispositivos especiales para conseguir su arranque.



$$P_M = UI_1 \cos \varphi$$

$$P_{LÍNEA} = 2R_1 I_1^2$$

$$R_1 = \rho \cdot \frac{L}{S_1}$$



$$P_T = \sqrt{3} UI_3 \cos \varphi$$

$$P_{LÍNEA} = 3R_3 I_3^2$$

$$R_3 = \rho \cdot \frac{L}{S_3}$$

$$P_M = P_T$$

$$\frac{\text{PESO COBRE TRIFÁS.}}{\text{PESO COBRE MONO.}} = \frac{3}{4}$$