VALORE DI UN GIOCO

$$M\begin{pmatrix}9 & -1\\ -2 & 3\end{pmatrix}$$

1) DIMOSTRA CHE $V_R < V_C$
2) DETERMINA LE STRATEGIE MISTE OTTIMALI
3) DETERMINA IL VALORE DEL GIOCO

OSSERVAZIONI PRELIMINARI NON SAPIAMO A PRIORI CHI VINCE O PERDE VISTO CHE I NUMERI NON SONO TUTTI POSSITIVI O NEGATIVI

1) CERCHIAMO IL MIGLIORE DEI SCENARI PEGIORI PER ENTRAMBI ROBERTA SECEZIONA IL MAX DEI MIN PER RIGA DE QUINDI GIOCARE SEMPRE LA PRIMA RIGA OTTENENDO PAYOFF

$$V_R = MAX\{-1, -2\} = -1$$

CARLO SELEZIONA IL MINIMO DEI MAXIMI PER COLONA DE SEMPRE LA SECONDA COLONA, PAYOFF

$$V_C = MIN\{9, 3\} = 3$$

QUINDI OTTENIAMO $V_R < V_C$

2) $p = (p \quad 1-p)^T$ E LA STATEGIA MISTA PER ROBERTA
$q = (q \quad 1-q)^T$ E LA STATEGIA MISTA PER CARLO

$$p^T M q = (p \quad 1-p)\begin{pmatrix}9 & -1\\ -2 & 3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}q\\ 1-q\end{pmatrix} = (9p + (-2+2p) \quad -p + (3-3p))\begin{pmatrix}q\\ 1-q\end{pmatrix} =$$

$$10pq - 5q - 4p + 3 = 10\left(pq - \frac{5}{10}q - \frac{4}{10}p + \frac{20}{100} + \frac{10}{100}\right) =$$

$$10\left(p - \frac{5}{10}\right)\left(q - \frac{4}{10}\right) + 1 = 10\left(p - \frac{1}{2}\right)\left(q - \frac{2}{5}\right) + 1$$

PERTANTO SE ROBERTA ADOPOTA LA STATEGIA $\hat{p} = \left(\frac{1}{2} \quad \frac{1}{2}\right)^T$ OTTIENE $V_R = 1$
SIMILMENTE CARLO $\hat{q} = \left(\frac{2}{5} \quad \frac{3}{5}\right)^T$ OTTIENE $V_C = 1$.

3) ABBIAMO QUINDI CHE IL GIOCO HA VALORE $V = V_R = V_C = 1$

E ABBIANO ANCHE CHE IL VALORE DEL GIOCO E INTERMEDIO AI PAYOFF DELLE STRATEGIE ~~SUB~~OTTIMALI, IN QUANTO

$$-1 < 1 < 3$$