

Chapitre 5 - *Théorie des jeux*

Interactions stratégiques et dilemmes sociaux

Mariona Segú

L1 Design, CY Cergy Paris Université

2025–2026

Matériel créé par *Cécile Boyer* et *Pauline Morault*



Introduction à la théorie des jeux

Pourquoi étudier les interactions stratégiques ?

- Jusqu'ici : analyse du comportement individuel (consommateur, producteur).
- Mais souvent, les décisions d'un agent dépendent des choix d'autres agents.
- Exemple : fixer un prix, choisir une stratégie de négociation, investir dans une technologie.
- La **théorie des jeux** fournit les outils pour analyser ces situations stratégiques.



Plan du chapitre

1. Définition d'un jeux
2. Équilibre de Nash
3. Équilibre de Pareto



Définition d'un jeu



Définition d'un jeu

Situation stratégique

- Un **jeu** est une situation où plusieurs agents (les joueurs) interagissent.
- Les décisions de chaque joueur influencent directement le résultat des autres.
- On parle d'**interaction stratégique** lorsque :
 - chaque agent sait que ses choix affectent le bien-être des autres,
 - et qu'il sait que les autres savent qu'il le sait (*raisonnement stratégique*).
- Objectif des joueurs : **maximiser leur gain** (utilité, profit, bien-être).



Éléments d'un jeu

- Ingrédients essentiels :
 - **Joueurs** : qui prend les décisions ? Notés $i = 1, 2, \dots, n$.
 - **Stratégies** : quelles sont les actions possibles ? Ensemble S_i des actions disponibles pour chaque joueur i .
 - **Profils de stratégies** : combinaison (s_1, s_2, \dots, s_n) où $s_i \in S_i$.
 - **Palements (ou gains)** : conséquences de chaque combinaison de choix. Fonction de gain $u_i(s_1, \dots, s_n)$ pour le joueur i .



Types de jeux

Principales distinctions

- **Jeux à somme nulle vs non nulle**

- **Somme nulle** : le gain d'un joueur est exactement la perte de l'autre (ex. pierre-feuille-ciseaux).
- **Non nulle** : coopération ou conflit possible, gains et pertes ne s'annulent pas (ex. dilemme du prisonnier).

- **Jeux coopératifs vs non coopératifs**

- **Coopératif** : les joueurs peuvent former des coalitions et conclure des accords contraignants.
- **Non coopératif** : chaque joueur agit seul, sans engagement crédible.

- **Jeux simultanés vs séquentiels**

- **Simultanés** : les décisions sont prises en même temps, sans connaître les choix des autres.
- **Séquentiels** : les joueurs jouent à tour de rôle et observent (au moins partiellement) les décisions précédentes.



Représentations d'un jeu

- **Forme normale** (ou stratégique) :
 - tableau (matrice) des gains pour chaque combinaison de stratégies,
 - utile pour les jeux simultanés (ex. dilemme du prisonnier).
- **Forme extensive** :
 - arbre de décision décrivant l'ordre des coups,
 - utile pour les jeux séquentiels (ex. échecs, négociation).



Hypothèses de base

Rationalité et information

- Les joueurs sont **rationnels** : chacun cherche à maximiser son gain.
- Connaissance du jeu :
 - **information parfaite** : chaque joueur connaît toutes les actions précédentes,
 - **information imparfaite** : certaines actions ou caractéristiques sont cachées.
- Les anticipations des joueurs guident leurs choix stratégiques.



Exemple

Deux fermiers : choix de culture et externalité

- Anil et Bala doivent choisir **une seule** culture : **Riz (R)** ou **Manioc (M)**.
- La terre d'Anil est aussi propice à la croissance du riz que du manioc.
- La terre de Bala est plus adaptée à la croissance du riz.
- Ils vendent tous deux leur production, sur le marché du village voisin.
- Le prix auquel ils vendent le riz comme le manioc décroît avec la quantité qu'ils apportent sur le marché.



Exemple

Deux fermiers : choix de culture et externalité

	Bala : R	Bala : M
Anil : R	Anil et Bala produisent du riz. Il y a un surplus de riz, pas de manioc, le prix du riz est faible .	Pas de surplus de riz ni de manioc, prix élevés pour les deux produits. Bala produit la plante la moins adaptée à sa terre.
Anil : M	Pas de surplus de riz ni de manioc , prix élevés pour les deux produits.	Anil et Bala produisent du manioc. Il y a un surplus de manioc , pas de riz, le prix du manioc est faible . Bala produit la plante la plus adaptée à sa terre.



Exemple

Deux fermiers : choix de culture et externalité

	Bala : R	Bala : M
Anil : R	(4,4)	(6,3)
Anil : M	(6,6)	(5,2)



Exemple 2

Le dilemme du prisonnier

Deux prisonniers, Théo et Léo, sont accusés d'un braquage. Chacun peut **coopérer** (garder le silence) ou **trahir** (dénoncer l'autre).

- Si les deux coopèrent, ils écopent chacun de **1 an de prison**.
- Si Théo trahit et que Léo coopère, Théo est **libéré** et Léo prend **10 ans**.
- Si Léo trahit et que Théo coopère, Léo est **libéré** et Théo prend **10 ans**.
- Si les deux trahissent, ils sont condamnés chacun à **5 ans de prison**.
- Construire le tableau des *paiements* représentant les années de prison pour chaque combinaison de stratégies.



Exemple 2

Le dilemme du prisonnier

	Léo : Coopérer	Léo : Trahir
Théo : Coopérer	$(-1, -1)$	$(-10, 0)$
Théo : Trahir	$(0, -10)$	$(-5, -5)$

- Les valeurs indiquent les **années de prison** : $(-x, -y)$ signifie que Théo prend x ans et Léo y ans.



Applications du dilemme du prisonnier

Quelques situations concrètes

- **Relations diplomatiques** : pendant la Guerre froide, chaque pays a intérêt à développer l'armement nucléaire, même si les deux seraient mieux en coopérant pour le désarmement.
- **Concurrence entre entreprises** : dans une **guerre des prix**, chaque firme a intérêt à baisser ses prix pour gagner des parts de marché, mais toutes finissent par réduire leurs profits.
- **Choix individuels de transport** : chacun préfère prendre sa **voiture** pour plus de confort, mais si tout le monde fait ce choix, la congestion augmente et tout le monde perd du temps.
- **Agriculture et environnement** : comme pour **Anil et Bala**, chaque fermier peut choisir un **pesticide puissant** (efficace mais nuisible aux pollinisateurs) ou un **pesticide doux**. Chacun a intérêt à utiliser le puissant si l'autre choisit le doux, créant un dilemme du prisonnier.



Exemple 3

Chifoumi (Pierre–Papier–Ciseaux)

	Léa : Pierre	Léa : Papier	Léa : Ciseaux
Emma : Pierre	$(0, 0)$	$(-1, 1)$	$(1, -1)$
Emma : Papier	$(1, -1)$	$(0, 0)$	$(-1, 1)$
Emma : Ciseaux	$(-1, 1)$	$(1, -1)$	$(0, 0)$

- Le jeu est-il de **zéro-somme** ?



Équilibre de Nash



Équilibre de Nash

- Concept central de la théorie des jeux.
- Un **équilibre de Nash** est une situation où :
 - chaque joueur choisit sa meilleure réponse,
 - étant donné les stratégies des autres.
- Aucun joueur n'a intérêt à dévier seul de sa stratégie.
- Remarque : un équilibre de Nash peut être **inefficace au sens de Pareto**.



Choisir la meilleure stratégie

Deux fermiers : choix de culture et externalité

- La meilleure stratégie pour Anil est en bleu
- Quelle est la meilleure stratégie pour Bala ?

	Bala : R	Bala : M
Anil : R	(4,4)	(6 ,3)
Anil : M	(6 ,6)	(5,2)



Choisir la meilleure stratégie

Deux fermiers : choix de culture et externalité

- La meilleure stratégie pour Anil est en bleu
- La meilleure stratégie pour Bala est en rouge

	Bala : R	Bala : M
Anil : R	(4, 4)	(6 ,3)
Anil : M	(6 ,6)	(5,2)

- Quel est l'équilibre de Nash ?



Stratégie dominante vs stratégie pure

Stratégie dominante

- Celle qui procure à un joueur le **meilleur résultat possible, quelle que soit** la stratégie choisie par l'autre joueur.
- Autrement dit, elle est **préférée dans tous les cas**.
- Si chaque joueur possède une stratégie dominante, leur combinaison forme un **équilibre de Nash en stratégies dominantes**.

Stratégie pure

- La meilleure stratégie dépend du choix de l'autre



Stratégie dominante vs stratégie pure

Deux fermiers : choix de culture et externalité

- L'équilibre de Nash est manioc pour Anil, Riz pour Bala

	Bala : R	Bala : M
Anil : R	(4, 4)	(6 , 3)
Anil : M	(6 , 6)	(5, 2)

- Le riz est une stratégie dominante pour Bala
- Anil n'a pas de stratégie dominante. Il a une stratégie pure (Manioc si Bala choisit Riz, Riz si Bala choisit Manioc)



Stratégie dominante vs stratégie pure

Le dilemme du prisonnier

	Léo : Coopérer	Léo : Trahir
Théo : Coopérer	$(-1, -1)$	$(-10, 0)$
Théo : Trahir	$(0, -10)$	$(-5, -5)$

- Trouver les meilleurs stratégies pour Léo et Théo
- Quel est l'équilibre de Nash ?
- Il y-a-il de stratégies dominantes ?



Stratégie dominante vs stratégie pure

Le dilemme du prisonnier

	Léo : Coopérer	Léo : Trahir
Théo : Coopérer	$(-1, -1)$	$(-10, 0)$
Théo : Trahir	$(0, -10)$	$(-5, -5)$

- L'équilibre de Nash est (Tahir, Tahir)
- La stratégie dominante est de trahir toujours
- S'ils pouvaient se communiquer, ils seraient mieux en choisissant de coopérer;



Exemple 3

Chifoumi (Pierre–Papier–Ciseaux)

	Léa : Pierre	Léa : Papier	Léa : Ciseaux
Emma : Pierre	$(0, 0)$	$(-1, 1)$	$(1, -1)$
Emma : Papier	$(1, -1)$	$(0, 0)$	$(-1, 1)$
Emma : Ciseaux	$(-1, 1)$	$(1, -1)$	$(0, 0)$

- Quelle est la meilleure stratégie ?



Stratégies mixtes

- Une **stratégie mixte** consiste à **jouer plusieurs stratégies pures avec certaines probabilités**.
- Elle traduit une forme d'**incertitude stratégique** : le joueur choisit aléatoirement son action selon une distribution de probabilité.
- Exemple : dans le jeu **pierre–feuille–ciseaux**, aucune stratégie pure n'est dominante.
- L'**équilibre de Nash mixte** est atteint quand chaque joueur choisit pierre, feuille et ciseaux avec une probabilité de $\frac{1}{3}$.
- Les stratégies mixtes permettent d'assurer qu'aucun joueur ne peut améliorer son gain attendu en changeant sa distribution.



Équilibre de Nash

- Un **équilibre de Nash** est une situation où **chaque joueur choisit la meilleure réponse** à la stratégie des autres.
- Aucun joueur n'a intérêt à **modifier unilatéralement** sa stratégie.
- À l'équilibre, les stratégies sont **mutuellement optimales**.
- Si un joueur change seul de stratégie, son **gain diminue ou reste inchangé**.
- Exemple : dans le **dilemme du prisonnier**, la combinaison (**trahir, trahir**) est un équilibre de Nash.



Types d'équilibres de Nash

- On distingue deux grands types d'**équilibres de Nash** :

1. Équilibre en stratégies dominantes :

- Chaque joueur possède une **stratégie dominante**.
- L'équilibre se trouve lorsque tous jouent leur stratégie dominante.
- Exemple : dans le **dilemme du prisonnier**, (trahir, trahir) est un équilibre en stratégies dominantes.

2. Équilibre en stratégies mixtes :

- Aucun joueur n'a de stratégie pure dominante.
- Les joueurs choisissent chaque action avec une certaine **probabilité**.
- Exemple : dans **pierre-feuille-ciseaux**, chaque joueur joue pierre, feuille et ciseaux avec une probabilité de $\frac{1}{3}$.



Équilibre de Pareto



Évaluation de l'équilibre

- Un **équilibre de Nash** ne garantit pas toujours une situation **socialement efficace**.
- Certains équilibres peuvent être **sous-optimaux** : chaque joueur agit rationnellement, mais le résultat collectif est inefficace.
- Exemple : le **dilemme du prisonnier** — la stratégie dominante conduit à un équilibre où les deux joueurs sont perdants par rapport à la coopération.
- On distingue donc :
 - L'**efficacité de Pareto** : aucune amélioration possible sans détériorer la situation d'un autre joueur.
 - L'**efficacité individuelle** : chaque joueur maximise son gain étant donné la stratégie des autres.
- Un équilibre de Nash est toujours efficace individuellement, mais pas nécessairement **efficace au sens de Pareto**.



Choisir la meilleure stratégie

Deux fermiers : choix de culture et externalité

- La meilleure stratégie pour Anil est en bleu
- La meilleure stratégie pour Bala est en rouge

	Bala : R	Bala : M
Anil : R	(4, 4)	(6 ,3)
Anil : M	(6 ,6)	(5,2)

- L'équilibre de Nash est il Pareto optimal?



Évaluation de l'équilibre

Le dilemme du prisonnier

	Léo : Coopérer	Léo : Trahir
Théo : Coopérer	$(-1, -1)$	$(-10, 0)$
Théo : Trahir	$(0, -10)$	$(-5, -5)$

- Chaque joueur a une **stratégie dominante** : **trahir**.
- L'équilibre de Nash est donc **(trahir, trahir)** $\Rightarrow (-5, -5)$.
- Pourtant, le résultat **(coopérer, coopérer)** $\Rightarrow (-1, -1)$ est **plus efficace au sens de Pareto**.
- Conclusion : un équilibre de Nash peut être **stable mais inefficace socialement**.



Vers un équilibre plus efficace

- Certains jeux présentent des **équilibres sous-optimaux** : chaque joueur agit rationnellement, mais le résultat collectif est inefficace.
- Pour dépasser ces situations, deux types de leviers peuvent améliorer la coordination :
 - des **mécanismes institutionnels** : ils modifient les incitations externes
 - des **mécanismes comportementaux** : ils reposent sur les valeurs et préférences des individus.



Mécanismes institutionnels

- Exemples de mécanismes institutionnels :
 - **Communication** entre les joueurs (coopération explicite ou implicite),
 - **Engagements crédibles** : promesses ou contrats qui modifient les incitations,
 - **Répétition du jeu** : la coopération devient rentable à long terme,
 - **Intervention publique** : taxes, subventions ou régulations incitant à un résultat socialement optimal.
- Dans d'autres cas, la **coopération émerge spontanément** grâce à des motivations sociales — c'est l'objet de la diapositive suivante.



Mécanismes comportementaux

Les comportements humains sont souvent influencés par :

- **Préférences altruistes** : un individu retire de la satisfaction à aider autrui ou à réduire les inégalités.
 - Exemple : donner à une œuvre caritative, partager un gain dans un jeu d'ultimatum.
- **Normes sociales** : elles guident les comportements au-delà des incitations économiques.
 - Exemple : ne pas tricher, même si cela rapporte ; coopérer pour préserver une bonne réputation.

Ces préférences sociales peuvent **favoriser des équilibres plus coopératifs et plus efficaces**.

