

Fiche de TD5 : Théorie des jeux

Exercice 1

Deux étudiants, Zoé et Nathan, doivent rédiger ensemble un mémoire de microéconomie. Ils peuvent choisir de travailler ou non. Si les deux étudiants travaillent, leur note sera de 20. Si un seul des deux travaille, le mémoire sera moins réussi et la note obtenue sera de 14. Enfin, si aucun des deux ne travaille, ils ne rendront pas le mémoire et auront 0. Cependant, le travail demande un effort et diminue le bien-être des étudiants qui préféreraient consacrer leur temps à autre chose. Si leur note est de x , ils évaluent leur bien-être à x s'ils ne travaillent pas et à $x - 4$ s'ils travaillent.

1. Représenter cette situation sous la forme d'un jeu dont vous écrirez la matrice des gains (bien-être).
2. Existe-t-il des stratégies dominantes pour ce jeu ?
3. Déterminez les éventuels équilibres de Nash de ce jeu.
4. Supposez maintenant que Zoé évalue toujours son bien-être à $x - 4$ quand elle travaille (coût 4) et qu'elle obtient la note x mais que Nathan évalue son bien-être à $x - 8$ dans les mêmes conditions (coût 8). Répondez aux 3 questions précédentes avec cette nouvelle configuration.

Exercice 2

On considère la décision d'épargner ou non en fonction de l'existence d'un régime de retraite par répartition. On suppose qu'il y a deux générations, les aînés et les jeunes. Les aînés peuvent choisir d'épargner (E) ou non (NE) pour leur retraite. Les jeunes peuvent choisir de contribuer au système par répartition (et ainsi de soutenir les aînés, C) ou de ne rien faire (NC). Les gains sont :

- Si les aînés épargnent et les jeunes contribuent, les gains sont de 2 pour les premiers et -1 pour les seconds.
 - Si les aînés épargnent et les jeunes ne contribuent pas, les gains sont de 1 pour les premiers et 1 pour les seconds.
 - Si les aînés n'épargnent pas et les jeunes contribuent, les gains sont de 3 pour les premiers et -1 pour les seconds.
 - Si les aînés n'épargnent pas et les jeunes ne contribuent pas, les gains sont de -2 pour tous.
1. Décrivez cette situation comme un jeu stratégique simultané : spécifiez l'ensemble des joueurs, l'ensemble des stratégies et la matrice des paiements.
 2. Trouvez l'ensemble des équilibres de Nash en stratégies pures. Sont-ils Pareto optimaux ?
 3. Supposez désormais que les aînés prennent leur décision en premiers et que les jeunes ne fassent leur choix qu'après observation de celui des aînés. Décrivez le jeu sous forme extensive. Quelle est la stratégie optimale des aînés ?