

## Chapitre 5 - *Théorie des jeux* Interactions stratégiques et dilemmes sociaux

Mariona Segú

L1 Design, CY Cergy Paris Université

2025–2026

Matériel créé par *Cécile Boyer et Pauline Morault*



## Introduction à la théorie des jeux

## Pourquoi étudier les interactions stratégiques ?

- Jusqu'ici : analyse du comportement individuel (consommateur, producteur).
  - Mais souvent, les décisions d'un agent dépendent des choix d'autres agents.
  - Exemple : fixer un prix, choisir une stratégie de négociation, investir dans une technologie.
  - **La théorie des jeux** fournit les outils pour analyser ces situations stratégiques.



# Plan du chapitre

1. Définition d'un jeux
2. Équilibre de Nash
3. Équilibre de Pareto

# Définition d'un jeux



## Définition d'un jeu

## Situation stratégique

- Un **jeu** est une situation où plusieurs agents (les joueurs) interagissent.
  - Les décisions de chaque joueur influencent directement le résultat des autres.
  - On parle d'**interaction stratégique** lorsque :
    - chaque agent sait que ses choix affectent le bien-être des autres,
    - et qu'il sait que les autres savent qu'il le sait (*raisonnement stratégique*).
  - Objectif des joueurs : **maximiser leur gain** (utilité, profit, bien-être).



# Éléments d'un jeu

- Ingrédients essentiels :

- **Joueurs** : qui prend les décisions ? Notés  $i = 1, 2, \dots, n$ .
- **Stratégies** : quelles sont les actions possibles ? Ensemble  $S_i$  des actions disponibles pour chaque joueur  $i$ .
- **Profils de stratégies** : combinaison  $(s_1, s_2, \dots, s_n)$  où  $s_i \in S_i$ .
- **Paiements (ou gains)** : conséquences de chaque combinaison de choix. Fonction de gain  $u_i(s_1, \dots, s_n)$  pour le joueur  $i$ .



# Types de jeux

## Principales distinctions

- **Jeux à somme nulle vs non nulle**

- **Somme nulle** : le gain d'un joueur est exactement la perte de l'autre (ex. pierre-feuille-ciseaux).
- **Non nulle** : coopération ou conflit possible, gains et pertes ne s'annulent pas (ex. dilemme du prisonnier).

- **Jeux coopératifs vs non coopératifs**

- **Coopératif** : les joueurs peuvent former des coalitions et conclure des accords contraignants.
- **Non coopératif** : chaque joueur agit seul, sans engagement crédible.

- **Jeux simultanés vs séquentiels**

- **Simultanés** : les décisions sont prises en même temps, sans connaître les choix des autres.
- **Séquentiels** : les joueurs jouent à tour de rôle et observent (au moins partiellement) les décisions précédentes.



# Représentations d'un jeu

- **Forme normale** (ou stratégique) :

- tableau (matrice) des gains pour chaque combinaison de stratégies,
- utile pour les jeux simultanés (ex. dilemme du prisonnier).

- **Forme extensive** :

- arbre de décision décrivant l'ordre des coups,
- utile pour les jeux séquentiels (ex. échecs, négociation).



# Hypothèses de base

## Rationalité et information

- Les joueurs sont **rationnels** : chacun cherche à maximiser son gain.
- Connaissance du jeu :
  - **information parfaite** : chaque joueur connaît toutes les actions précédentes,
  - **information imparfaite** : certaines actions ou caractéristiques sont cachées.
- Les anticipations des joueurs guident leurs choix stratégiques.



## Exemple

### Deux fermiers : choix de culture et externalité

- Anil et Bala doivent choisir **une seule** culture : **Riz (R)** ou **Manioc (M)**.
- La terre d'Anil est aussi propice à la croissance du riz que du manioc.
- La terre de Bala est plus adaptée à la croissance du riz.
- Ils vendent tous deux leur production, sur le marché du village voisin.
- Le prix auquel ils vendent le riz comme le manioc décroît avec la quantité qu'ils apportent sur le marché.



# Exemple

## Deux fermiers : choix de culture et externalité

	Bala : R	Bala : M
Anil : R	Anil et Bala produisent du riz. Il y a un <b>surplus</b> de riz, pas de manioc, le <b>prix du riz est faible</b> .	<b>Pas de surplus de riz ni de manioc</b> , prix élevés pour les deux produits. Bala produit la <b>plante la moins adaptée à sa terre</b> .
Anil : M	<b>Pas de surplus de riz ni de manioc</b> , prix élevés pour les deux produits.	Anil et Bala produisent du manioc. Il y a un <b>surplus de manioc</b> , pas de riz, le <b>prix du manioc est faible</b> . Bala produit la plante la plus adaptée à sa terre.

# Exemple

Deux fermiers : choix de culture et externalité

	Bala : R	Bala : M
Anil : R	(4,4)	(6,3)
Anil : M	(6,6)	(5,2)



## Exemple 2

### Le dilemme du prisonnier

Deux prisonniers, Théo et Léo, sont accusés d'un braquage. Chacun peut **coopérer** (garder le silence) ou **trahir** (dénoncer l'autre).

- Si les deux coopèrent, ils écopent chacun de **1 an de prison**.
- Si Théo trahit et que Léo coopère, Théo est **libéré** et Léo prend **10 ans**.
- Si Léo trahit et que Théo coopère, Léo est **libéré** et Théo prend **10 ans**.
- Si les deux trahissent, ils sont condamnés chacun à **5 ans de prison**.
- Construire le tableau des *paiements* représentant les années de prison pour chaque combinaison de stratégies.



## Exemple 2

### Le dilemme du prisonnier

	Léo : Coopérer	Léo : Trahir
Théo : Coopérer	(-1, -1)	(-10, 0)
Théo : Trahir	(0, -10)	(-5, -5)

- Les valeurs indiquent les **années de prison** :  $(-x, -y)$  signifie que Théo prend  $x$  ans et Léo  $y$  ans.



# Applications du dilemme du prisonnier

Quelques situations concrètes

- **Relations diplomatiques** : pendant la Guerre froide, chaque pays a intérêt à développer l'armement nucléaire, même si les deux seraient mieux en coopérant pour le désarmement.
- **Concurrence entre entreprises** : dans une **guerre des prix**, chaque firme a intérêt à baisser ses prix pour gagner des parts de marché, mais toutes finissent par réduire leurs profits.
- **Choix individuels de transport** : chacun préfère prendre sa **voiture** pour plus de confort, mais si tout le monde fait ce choix, la congestion augmente et tout le monde perd du temps.
- **Agriculture et environnement** : comme pour **Anil et Bala**, chaque fermier peut choisir un **pesticide puissant** (efficace mais nuisible aux polliniseurs) ou un **pesticide doux**. Chacun a intérêt à utiliser le puissant si l'autre choisit le doux, recréant un dilemme du prisonnier.



## Exemple 3

### Chifoumi (Pierre–Papier–Ciseaux)

	Léa : Pierre	Léa : Papier	Léa : Ciseaux
Emma : Pierre	(0, 0)	(-1, 1)	(1, -1)
Emma : Papier	(1, -1)	(0, 0)	(-1, 1)
Emma : Ciseaux	(-1, 1)	(1, -1)	(0, 0)

- Le jeux est-il de **zéro-somme** ?



# Équilibre de Nash



# Équilibre de Nash

- Concept central de la théorie des jeux.
- Un **équilibre de Nash** est une situation où :
  - chaque joueur choisit sa meilleure réponse,
  - étant donné les stratégies des autres.
- Aucun joueur n'a intérêt à dévier seul de sa stratégie.
- Remarque : un équilibre de Nash peut être **inefficace au sens de Pareto**.



# Choisir la meilleure stratégie

## Deux fermiers : choix de culture et externalité

- La meilleure stratégie pour Anil est en bleu
- Quelle est la meilleure stratégie pour Bala ?

		Bala : R	Bala : M
		(4,4)	(6,3)
Anil : R	R	(4,4)	(6,3)
	M	(6,6)	(5,2)



# Choisir la meilleure stratégie

## Deux fermiers : choix de culture et externalité

- La meilleure stratégie pour Anil est en bleu
- La meilleure stratégie pour Bala est en rouge

	Bala : R	Bala : M
Anil : R	(4,4)	(6,3)
Anil : M	(6,6)	(5,2)

- Quel est l'équilibre de Nash ?



## Stratégie dominante

- Une **stratégie dominante** est celle qui procure à un joueur le **meilleur résultat possible, quelle que soit** la stratégie choisie par l'autre joueur.
- Autrement dit, elle est **préférée dans tous les cas**.
- Si chaque joueur possède une stratégie dominante, leur combinaison forme un **équilibre de Nash en stratégies dominantes**.
- Dans l'exemple d'avant: il y a-t-il une stratégie dominante ?



# Choisir la meilleure stratégie

## Deux fermiers : choix de culture et externalité

- L'équilibre de Nash est manioc pour Anil, Riz pour Bala

		Bala : R	Bala : M
		(4,4)	(6,3)
Anil : R	R	(4,4)	(6,3)
	M	(6,6)	(5,2)

- Le riz est une stratégie dominante pour Bala
- Anil n'a pas de stratégie dominante. Il a une stratégie pure (Manioc si Bala choisit Riz, Riz si Bala choisit Manioc)



# Choisir la meilleure stratégie

## Le dilemme du prisonnier

	Léo : Coopérer	Léo : Trahir
Théo : Coopérer	(-1, -1)	(-10, 0)
Théo : Trahir	(0, -10)	(-5, -5)

- Trouver les meilleures stratégies pour Léo et Théo
- Quel est l'équilibre de Nash ?
- Il y-a-il de stratégies dominantes ?



# Choisir la meilleure stratégie

## Le dilemme du prisonnier

	Léo : Coopérer	Léo : Trahir
Théo : Coopérer	(-1, -1)	(-10, 0)
Théo : Trahir	(0, -10)	(-5, -5)

- L'équilibre de Nash est (Trahir, Trahir)
- La stratégie dominante est de trahir toujours
- S'ils pouvaient se communiquer, ils seraient mieux en choisissant de coopérer;



## Exemple 3

### Chifoumi (Pierre–Papier–Ciseaux)

	Léa : Pierre	Léa : Papier	Léa : Ciseaux
Emma : Pierre	(0, 0)	(-1, 1)	(1, -1)
Emma : Papier	(1, -1)	(0, 0)	(-1, 1)
Emma : Ciseaux	(-1, 1)	(1, -1)	(0, 0)

- Quelle est la meilleure stratégie ?



## Stratégies mixtes

- Une **stratégie mixte** consiste à **jouer plusieurs stratégies pures avec certaines probabilités**.
- Elle traduit une forme d'**incertitude stratégique** : le joueur choisit aléatoirement son action selon une distribution de probabilité.
- Exemple : dans le jeu **pierre–feuille–ciseaux**, aucune stratégie pure n'est dominante.
- L'**équilibre de Nash mixte** est atteint quand chaque joueur choisit pierre, feuille et ciseaux avec une probabilité de  $\frac{1}{3}$ .
- Les stratégies mixtes permettent d'assurer qu'aucun joueur ne peut améliorer son gain attendu en changeant sa distribution.



# Équilibre de Nash

- Un **équilibre de Nash** est une situation où **chaque joueur choisit la meilleure réponse** à la stratégie des autres.
- Aucun joueur n'a intérêt à **modifier unilatéralement** sa stratégie.
- À l'équilibre, les stratégies sont **mutuellement optimales**.
- Si un joueur change seul de stratégie, son **gain diminue ou reste inchangé**.
- Exemple : dans le **dilemme du prisonnier**, la combinaison (**trahir, trahir**) est un équilibre de Nash.



# Types d'équilibres de Nash

- On distingue deux grands types d'**équilibres de Nash** :

## 1. Équilibre en stratégies dominantes :

- Chaque joueur possède une **stratégie dominante**.
- L'équilibre se trouve lorsque tous jouent leur stratégie dominante.
- Exemple : dans le **dilemme du prisonnier**, (trahir, trahir) est un équilibre en stratégies dominantes.

## 2. Équilibre en stratégies mixtes :

- Aucun joueur n'a de stratégie pure dominante.
- Les joueurs choisissent chaque action avec une certaine **probabilité**.
- Exemple : dans **pierre–feuille–ciseaux**, chaque joueur joue pierre, feuille et ciseaux avec une probabilité de  $\frac{1}{3}$ .



# Équilibre de Pareto



## Évaluation de l'équilibre

- Un **équilibre de Nash** ne garantit pas toujours une situation **socialement efficace**.
- Certains équilibres peuvent être **sous-optimaux** : chaque joueur agit rationnellement, mais le résultat collectif est inefficace.
- Exemple : le **dilemme du prisonnier** — la stratégie dominante conduit à un équilibre où les deux joueurs sont perdants par rapport à la coopération.
- On distingue donc :
  - L'**efficacité de Pareto** : aucune amélioration possible sans détériorer la situation d'un autre joueur.
  - L'**efficacité individuelle** : chaque joueur maximise son gain étant donné la stratégie des autres.
- Un équilibre de Nash est toujours efficace individuellement, mais **pas nécessairement efficace au sens de Pareto**.

# Choisir la meilleure stratégie

## Deux fermiers : choix de culture et externalité

- La meilleure stratégie pour Anil est en bleu
- La meilleure stratégie pour Bala est en rouge

	Bala : R	Bala : M
Anil : R	(4,4)	(6,3)
Anil : M	(6,6)	(5,2)

- L'équilibre de Nash est il Pareto optimal?



# Évaluation de l'équilibre

## Le dilemme du prisonnier

		Léo : Coopérer	Léo : Trahir
		(-1, -1)	(-10, 0)
Théo : Coopérer	Léo : Coopérer	(0, -10)	(-5, -5)
	Léo : Trahir	(-10, 0)	(-5, -5)

- Chaque joueur a une **stratégie dominante** : **trahir**.
- L'équilibre de Nash est donc **(trahir, trahir)  $\Rightarrow (-5, -5)$** .
- Pourtant, le résultat **(coopérer, coopérer)  $\Rightarrow (-1, -1)$**  est **plus efficace au sens de Pareto**.
- Conclusion : un équilibre de Nash peut être **stable mais inefficace socialement**.



## Vers un équilibre plus efficace

- Certains jeux présentent des **équilibres sous-optimaux** : chaque joueur agit rationnellement, mais le résultat collectif est inefficace.
- Pour dépasser ces situations, deux types de leviers peuvent améliorer la coordination :
  - des **mécanismes institutionnels** : ils modifient les incitations externes
  - des **mécanismes comportementaux** : ils reposent sur les valeurs et préférences des individus.



## Mécanismes institutionnels

- Exemples de mécanismes institutionnels :
  - **Communication** entre les joueurs (coopération explicite ou implicite),
  - **Engagements crédibles** : promesses ou contrats qui modifient les incitations,
  - **Répétition du jeu** : la coopération devient rentable à long terme,
  - **Intervention publique** : taxes, subventions ou régulations incitant à un résultat socialement optimal.
- Dans d'autres cas, la **coopération émerge spontanément** grâce à des motivations sociales — c'est l'objet de la diapositive suivante.



## Mécanismes comportementaux

Les comportements humains sont souvent influencés par :

- **Préférences altruistes** : un individu retire de la satisfaction à aider autrui ou à réduire les inégalités.
  - Exemple : donner à une œuvre caritative, partager un gain dans un jeu d'ultimatum.
- **Normes sociales** : elles guident les comportements au-delà des incitations économiques.
  - Exemple : ne pas tricher, même si cela rapporte ; coopérer pour préserver une bonne réputation.

Ces préférences sociales peuvent **favoriser des équilibres plus coopératifs et plus efficaces**.

