TP5 MATLAB

FILTRAGE NUMERIQUE

NOTION DE FILTRE NUMERIQUE

En électronique, un filtre numérique est un élément qui effectue un filtrage à l'aide d'une succession d'opérations mathématiques ***sur un signal discret****.*

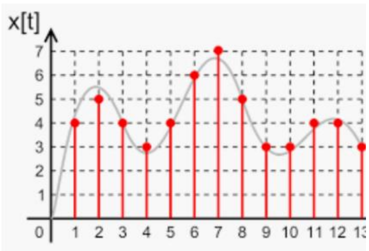
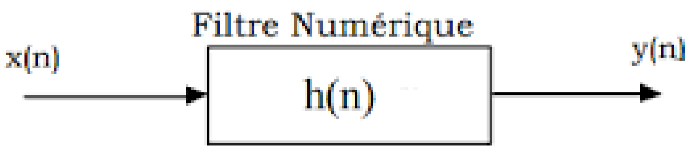


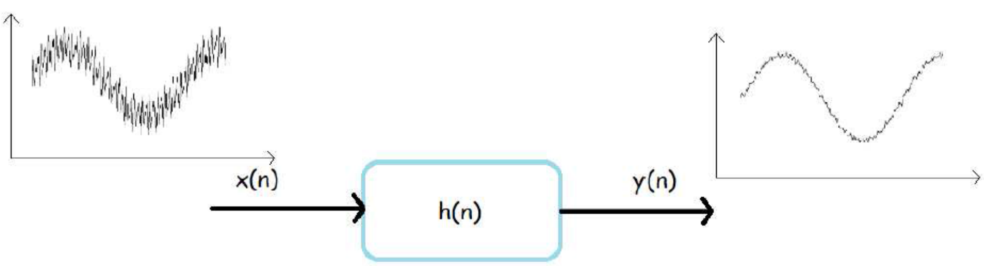
Figure 1 : Exemple de signal discret

Un exemple est présenté ci-dessous :

$$y(n) = \frac{x(n) + x(n-1)}{2}$$



*C'est-à-dire qu'**il modifie le contenu spectral du signal** d'entrée en atténuant ou éliminant certaines composantes spectrales non désirées (ici ce sont les composantes spectrales hautes fréquences qui sont supprimées associés essentiellement au bruit).*



Contrairement aux filtres analogiques, qui sont réalisés à l'aide d'un agencement de composantes physiques (résistance, condensateur, inductance, transistor, etc.),

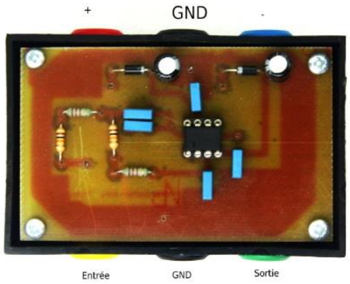


Figure 2 : Filtre analogique à base de composants électroniques (résistances, condensateurs, …)

les filtres numériques sont réalisés soit par des circuits intégrés dédiés, des processeurs programmables (FPGA, microprocesseur, DSP, microcontrôleur, etc.), soit par logiciel dans un ordinateur.

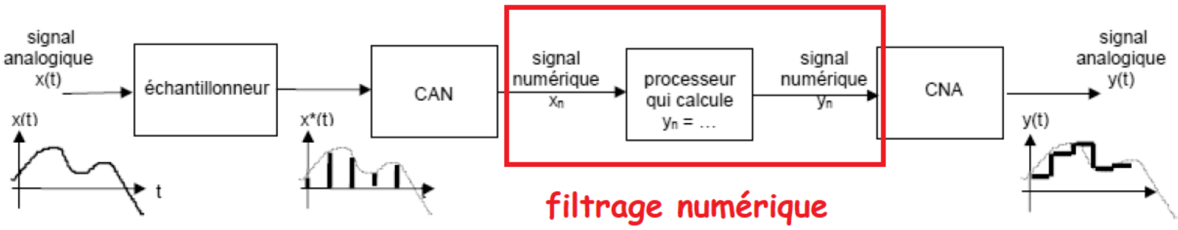


Figure 3 : Chaine de traitement du signal

Figure 4 : Processeur de traitement du signal (DSP : Digital Signal Processing)

DEFINITION MATHEMATIQUE

$$\boxed{y(n) = -\sum_{k=1}^{N} a_k y(n-k) + \sum_{k=0}^{M} b_k x(n-k)}$$

Exemple :

$$y(n) = -2y(n-1) + 3y(n-2) + x(n-1) + 4x(n-2)$$

Filtre non récursif (la sortie ne dépend que des échantillons d'entrée) :

$$y(n) = x(n-1) + 4x(n-2) \quad \text{(Exemple)}$$

Filtre récursif (la sortie dépend des échantillons d'entrée et des échantillons de sortie) :

$$y(n) = -2y(n-1) + 3y(n-2) + x(n-1) + 4x(n-2) \quad \text{(Exemple)}$$

Remarque importante : a_0 est le coefficient implicite devant y(n) ; il est égal à 1

IMPLEMENTATION DU FILTRE SOUS MATLAB

Sous matlab, on peut constituer le filtre souhaité en précisant simplement les coefficients a_k et b_k du modèle ci-dessus.

Exemple : pour constituer le filtre 1.y(n) = (-2y(n-1) + 3 y(n-2)) +0.x(n)+ x(n-1) + 4x(n-2)

Il faut constituer dans matlab, les vecteurs

$B = [b(1) \;\; b(2) \ldots b(m+1)] = [\,0 \;\; 1 \; 4]$,

$A = [a(1) \;\; a(2) \ldots a(n+1)] \; = [1 \; 2 \; -3\,]$

Remarque : a(1) est $a_0 = 1$ [coefficient devant y(n)], a(2) est $-a_1$ [a_1 : coefficient devant y(n-1)], b(1) est b_0 [coefficient devant x(n)], b(2) est b_1 [coefficient devant x(n-1)], …

Pour appliquer le filtre désiré sur un signal x(n) (préalablement défini sous matlab), il faut taper

```
>> y = filter(B,A,x);  % La sortie du filtre est donc y.
```

CONSTITUTION DU FILTRE EN FREQUENCE

En tapant [H,f] = freqz(B,A,N,Fe), on obtient la réponse fréquentielle du filtre :

$$H(f) = \frac{b(1) + b(2).e^{-j2\pi f} + \ \dots b(m+1).e^{-j2\pi f m}}{a(1) + a(2).e^{-j2\pi f} + \cdots a(n+1).e^{-j2\pi f n}}$$

Où :

- $H(f)$ est la réponse fréquentielle du filtre
- f = fréquence = [0, Fe/2]
- $B = [b(1)\ \ b(2) \dots b(m+1)]$,
- $A = [a(1)\ \ a(2) \dots a(n+1)]$
- N = nombre d’échantillons de la réponse fréquentielle.
- Fe : Fréquence d’échantillonnage

PREMIER EXEMPLE SOUS MATLAB

Soit le filtre moyenneur d’ordre 1 suivant :

$$y(n) = \frac{x(n) + x(n-1)}{2} = \frac{1}{2}x(n) + \frac{1}{2}x(n-1)$$

Nous allons déterminer la réponse fréquentielle de ce filtre avec matlab.

Q1. Donner les coefficients des vecteurs A et B

$A = [a(1)\ ]$ et $B = [b(1)\ \ b(2)]$

A = a(1) = 1

B = [1/2 1/2]

1. Conception du filtre en fréquence sous matlab

1. Concevez les vecteurs A = [a(1)] et B = [b(1) b(2)]
2. Nombre d'échantillons de la réponse fréquentielle : 512
3. Fréquence d'échantillonnage = 1khz
4. Concevez le filtre H complexe et la variable fréquence par la fonction freqz
5. Visualisez la réponse du filtre en dB

Q2. Donner la nature du filtre

En utilisant la commande **find,** retrouver l'indice de fréquence telle que la réponse du filtre (en dB) a diminué de 3 dB par rapport au maximum du filtre. En déduire alors la fréquence de coupure fc en Hz. **Vérifier graphiquement** que la valeur trouvée correspond à la valeur lue sur le graphique.

Indication : il est conseillé de constituer la réponse en dB : HdB = 20*log10(abs(H)) et le maximum HdBmax = max(HdB)

Q3. Interpréter ce que représente cette fréquence de coupure fc

2. Application du filtre en temporel à un signal bruité

1. Concevez un signal sinusoidal :
   - Mêmes caractéristiques que la réponse fréquentielle H
     - N échantillons = 512
     - Fe = 1kHz
   - Fréquence de la sinusoide = 10 Hz

2. Concevez un bruit avec un écart-type de 0.1 (terme multiplicatif devant la fonction randn()).
3. Concevez un signal bruité à partir des 2 signaux précédents
4. Appliquer le filtre H précédent au signal bruité ainsi constitué
5. Visualisez le signal en entrée (subplot(2,1,1)) et en sortie (subplot(2,1,2))

Quel est selon vous l'effet du filtre ?

Rappel : comment fonctionne subplot ?

Subplot permet de subdiviser une fenêtre graphique sous forme matricielle.

Exemple 1 : subplot(**2**,**3**,**1**) signifie subdivision de la fenêtre graphique en **2 lignes** et **3 colonnes et le 1 signifie la position sur cette grille**

Position = 1	Position = 2	Position = 3
Position = 4	Position = 5	Position = 6

Exemple 2 : subplot(2,1,x) → 2 lignes et une colonne

Subplot(**2**,**1**,1)
Subplot(**2**,**1**,2)

3. A vous de jouer …

Soit le filtre moyenneur d'ordre 3 suivant :

$$y(n) = \frac{x(n) + x(n-1) + x(n-2) + x(n-3)}{4}$$

Reprendre toutes les questions précédentes avec ce filtre. Comparer la fréquence de coupure de ce filtre avec le filtre d'ordre 1 vu précédemment. Comparer l'effet de ce filtre en temporel avec le filtre d'ordre 1 vu précédemment :

4. A vous de jouer … LE RETOUR

Soit le filtre dérivateur

$$y(n) = \frac{x(n) - x(n-1)}{2}$$

Reprendre toutes les questions précédentes avec ce filtre avec le signal sinusoïdal **non bruité** (on commentera sur la nature du signal obtenu après filtrage**)** :