Lista de Exercícios de Dedução Natural de 1ª ordem

```
1) \exists x F(x) \vdash F(a)
2) \neg \exists x F(x) \vdash \neg F(a)
3) \forall x F(x) \vdash F(a)
4) F(a) \vdash \exists x F(x)
5) \forall x F(x) \vdash \exists x F(x)
9) \neg \exists x F(x) \vdash \forall x \neg F(x)
12) \neg \forall x \ \neg A(x) \vdash \exists x \ A(x)
13) \forall x P(x) \vdash \neg \exists x \neg P(x)
14) \neg \exists x \neg P(x) \vdash \forall x P(x)
 15) \exists x F(x) \vdash \neg \forall x \neg F(x)
16) \vdash \neg \exists x (F(x) \land \neg F(x))
17)
            -- \exists x F(x) V \exists x \neg F(x)
18) \vdash \exists x F(x) V \forall x \neg F(x)
19) \vdash \forall x \neg (F(x) \land \neg F(x))
20) \vdash \forall x (F(x) \lor \neg F(x))
21) \forall x (A(x) \land B(x)) \vdash \forall x A(x) \land \forall x B(x)

22) \forall x A(x) \land \forall x B(x) \vdash \forall x (A(x) \land B(x))

23) \forall x (A(x) \lor B(x)) \vdash \forall x A(x) \lor \forall x B(x)
24) \forall x A(x) \lor \forall x B(x) \vdash \forall x (A(x) \lor B(x))

25) \exists x (A(x) \land B(x)) \vdash \exists x A(x) \land \exists x B(x)

26) \exists x A(x) \land \exists x B(x) \vdash \exists x (A(x) \land B(x))

27) \exists x (A(x) \lor B(x)) \vdash \exists x A(x) \lor \exists x B(x)
28) \exists x A(x) V \exists x B(x) \vdash \exists x (A(x) V B(x))
29) \forall x (F(x) \rightarrow G(x)) \vdash \forall x F(x) \rightarrow \forall x G(x)
30) \forall x F(x) \rightarrow \forall x G(x) \vdash \forall x (F(x) \rightarrow G(x))
31) \forall x \forall y P(x,y) \vdash \forall y \forall x P(x,y)
32) \neg \exists x \exists y L(x,y) \models \forall x \forall y \neg L(x,y)
33) \exists x F(x) \models \exists x \exists y (F(x) \land F(y))
34) \forall x \neg F(x) \models \forall x (F(x) \rightarrow G(x))
35) \forall x \neg F(x) \vdash \forall x (F(x) \rightarrow \neg G(x))
36) \vdash \neg \exists x \forall y (L(x,y) \leftrightarrow \neg L(x,x))
37) \forall x (F(x) \leftrightarrow R), R \vdash F(a)
38) \neg F(a) \vdash \neg \forall x (F(x) \land G(x))
39) \exists x F(x) \land \exists x \neg F(x) \vdash P
40) \exists x (F(x) \land \neg F(x)) \vdash P
41) \exists x \exists y L(x,y) \mid --\exists y \exists x L(x,y)
42) \neg \exists x F(x) \vdash \forall x (F(x) \rightarrow P)
43) \forall x \forall y F(x,y) \vdash \forall x F(x,x)
44) \forall x(Q(y) \rightarrow P(x)) \vdash (Q(y) \rightarrow \forall xP(x))
45) \forall x A(x) \land \forall x B(x) \vdash \forall x (A(x) \land B(x))
46) \forall x (A(x) \land B(x)) \vdash \forall x A(x) \land \forall x B(x)
47) \forall x (A(x) V B(x)) \vdash \forall x A(x) V \forall x B(x)
48) \forall x A(x) V \forall x B(x) \vdash \forall x (A(x) V B(x))
49) \forall x (F(x) \rightarrow G(x)) \vdash \forall x \neg G(x) \rightarrow \forall x \neg F(x)
50) \exists x A(x) \land \exists x B(x) \vdash \exists x (A(x) \land B(x))
51) \exists x (A(x) \land B(x)) \vdash \exists x A(x) \land \exists x B(x)
```

```
52) \forall x (F(x) V G(x)), \neg F(a) \vdash G(a)
53) \forall x (\neg F(x) \land \neg G(x)) \vdash \neg (F(a) \land G(a))
54) \forall x F(x) \vdash F(a) \land (F(b) \land (F(c) \land F(d)))
55) \forall x (F(x) \rightarrow G(x)) \mid - \forall x (\neg G(x) \rightarrow \neg F(x))
56) \forall x (F(x) \rightarrow G(x)) \vdash \exists xF(x) \rightarrow \exists xG(x)

57) \neg \exists x (F(x) \land G(x)) \vdash \forall x (\neg F(x) \lor \neg G(x))

58) \neg \forall x (F(x) \land G(x)) \vdash \exists x (\neg F(x) \lor \neg G(x))
59) \forall x F(x) \vdash \forall x G(x) \rightarrow \forall x (F(x) \land G(x))
60) \forall x \forall y (F(x,y) \Rightarrow \neg F(y,x)) \models \forall x \neg F(x,x)
61) \forall x \forall y (L(x,y) \rightarrow L(y,x)), \exists x L(a,x) \vdash \exists x L(x,a)
62) \forall x \forall y \forall z ((L(x,y) \land L(y,z)) \rightarrow \neg L(x,z)) \vdash \forall x \neg L(x,x)
63) \forall x (P(x) \rightarrow Q(x)), \exists x (P(x) \lor R(x)), \exists x R(x) \rightarrow \forall x Q(x)
                                                                                                                                           \exists xQ(x)
64) \forall x (A(x) \rightarrow B(x)), \exists y (A(y) \land C(y)), \exists x (C(x) \land B(x)) \rightarrow D(a)
                                                                                                                                                - \exists xD(x)
65) \forall x \forall y (P(x,y) \rightarrow Q(x) \land R(y)), \forall x P(a,x), (\exists x Q(x) \land \forall x R(x)) \rightarrow T(b)
                                                                                                                                                                          \exists x T(x)
66) \forall x \forall y P(x,y), \forall x \forall y (P(x,y) \rightarrow Q(x) \land R(y)), \exists x R(x) \land \forall x Q(x) \rightarrow \exists x (S(x) \land T(x)) \vdash \exists x T(x)
```