Lista de Lógica de Primeira Ordem - Semântica

Prof. Mario Benevides

Novembro de 2008

1 Verifique se as seguintes Fórmulas são válidas ou não

Em caso afirmativo prove (argumente) que não é possível falsificar a fórmula. Em caso negativo dê um contra-exemplo que falsifique a fórmula.

1.
$$\models \forall x (P(x) \land Q(x)) \rightarrow (\forall x P(x) \land \forall x Q(x))$$

2.
$$\models (\forall x P(x) \land \forall x Q(x)) \rightarrow \forall x (P(x) \land Q(x))$$

3.
$$\models \exists x (P(x) \land Q(x)) \rightarrow (\exists x P(x) \land \exists x Q(x))$$

4.
$$\models (\exists x P(x) \land \exists x Q(x)) \rightarrow \exists x (P(x) \land Q(x))$$

5.
$$\models \forall x (P(x) \lor Q(x)) \to (\forall x P(x) \lor \forall x Q(x))$$

6.
$$\models (\forall x P(x) \lor \forall x Q(x)) \to \forall x (P(x) \lor Q(x))$$

7.
$$\models \exists x (P(x) \lor Q(x)) \to (\exists x P(x) \lor \exists x Q(x))$$

8.
$$\models (\exists x P(x) \lor \exists x Q(x)) \to \exists x (P(x) \lor Q(x))$$

9.
$$\models \forall x (P(x) \to Q(x)) \to (\forall x P(x) \to \forall x Q(x))$$

10.
$$\models (\forall x P(x) \rightarrow \forall x Q(x)) \rightarrow \forall x (P(x) \rightarrow Q(x))$$

11.
$$\models \exists x (P(x) \to Q(x)) \to (\exists x P(x) \to \exists x Q(x))$$

12.
$$\models (\exists x P(x) \to \exists x Q(x)) \to \exists x (P(x) \to Q(x))$$

2 Dê uma interpretação que satisfaça e outra que não para cada uma das seguintes Fórmulas

Nos dois caso cácule o valor verdade da fómula para a sua interpretação. Não é permitido usar relações vazias.

- 1. $\forall x \forall y (\exists z (R(x,z) \land R(z,y)) \rightarrow R(x,y))$
- 2. $\forall x \forall y (R(x,y) \to R(y,x))$
- 3. $\forall x \forall y (\exists z (R(z,x) \land R(z,y)) \rightarrow R(x,y))$
- 4. $\forall x \forall y (\exists z (R(z,x) \land Q(z,y)) \rightarrow (\exists z R(z,x) \land \exists z Q(z,y)))$
- 5. $\forall x \forall y \forall z ((R(x,z) \land Q(x,y)) \rightarrow \exists w (R(z,w) \land Q(y,w)))$