$$\frac{X sent + Y cost}{\sqrt{\sigma_1^2 sen^2 t + \sigma_2^2 \cos^2 t}} .$$

3) Sea $T =]0,+\infty[$, y para cada $t \in T$, sea $X_t = Poi(t)$, de modo que, si $t \neq s$, entonces X_t y X_s son independientes. La familia $(X_t)_{t\in T}$ es un proceso estocástico discreto de parámetro continuo. El espacio muestral conjunto S es el conjunto $\mathbb{N}$ de los números naturales y, en este caso, se identifica al espacio de los comportamientos.
Las trayectorias son, para cada $n \in \mathbb{N}$, las funciones $\varphi_n : T \to \mathbb{R}$ dadas por

$$\varphi_n(t) = X_t(n) = n .$$

La función de medias es $\mu(t) = E(X_t) = t$, y la de covarianzas,

$$\sigma(t,s) = Cov(X_t, X_s) = \begin{cases} 0 & , \quad t \neq s \\ Var(X_t) = t & , \quad t = s \end{cases}$$

es decir, $\sigma(t,s) = t \cdot \delta_{ts}$, donde δ_{ts} es el símbolo de KRONECKER. La función de varianzas es $\sigma^2(t) = t$ y la de correlaciones $\rho(t,s) = \delta_{ts}$.
El proceso tipificado correspondiente es

$$\left(\frac{X_t - t}{\sqrt{t}} \right)_{t \in T} .$$

1.12 EJERCICIOS.

185. El número de señales telegráficas en un intervalo temporal de duración t es una variable de POISSON de parámetro λt . Para cada $t \in]0,+\infty[$, sea X_t la variable aleatoria que vale 1 si el número de señales en $]0,t[$ es par, y -1 , si es impar. Determinar la función de medias y la de covarianzas del proceso estocástico $(X_t)_{t\in]0,+\infty[}$.

4.9 EJERCICIOS.

187. En las palabras de cierto idioma nunca dos consonantes van seguidas y la probabilidad de que una vocal suceda a otra es 0.45. Si una palabra de 7 letras empieza por consonante, ¿cuál es la probabilidad de que la última sea vocal?

188. En el pueblo de Graumark existen únicamente dos partidos políticos, los hokes y los dokes. Se efectúa un elección anualmente para la alcadía, y el alcalde permanece en funciones únicamente un año. La probabilidad de que un hoke suceda a un hoke como alcalde es 3/5, y de que un doke suceda a un doke es 1/2. Si es elegido un hoke para la alcaldía en 1965, calcular la probabilidad de que: a) sea elegido otro hoke en 1968; b) sea elegido un doke en 1967.

5.7 Ejemplo. Los hábitos de estudio de un estudiante son los siguientes: si estudia una noche, no estudia la siguiente con probabilidad 0.7, y si no estudia una noche, tampoco estudia la siguiente con probabilidad 0.6. ¿Con qué frecuencia estudia a la larga?
- Se trata de una cadena de MARKOFF finita homogénea de parámetro discreto. Los estados posibles son: 0 (no estudia) y 1 (estudia). La matriz de transición es

$$P = \begin{pmatrix} 0.6 & 0.4 \\ 0.7 & 0.3 \end{pmatrix}.$$

Como P es estocástica regular, se calcula el vector de probabilidad fijo $\vec{p} = (p_0, p_1)$, que debe satisfacer el sistema

$$\begin{cases} 0.6p_0 + 0.7p_1 = p_0 \\ 0.4p_0 + 0.3p_1 = p_1 \\ \quad p_0 + p_1 = 1 \end{cases}$$

Resolviéndolo, resulta $\vec{p} = (7/11, 4/11)$, que es la distribución asintótica de la cadena. Por tanto, a la larga estudia 4 de cada 11 noches.

5.8 EJERCICIOS.

189. La región de ventas de un vendedor la componen tres ciudades, A, B y C. Nunca vende en la misma ciudad en días seguidos. Si vende en la ciudad A, entonces al día siguiente vende en la ciudad B. Sin embargo, si vende en una de las dos B o C, entonces al día siguiente la probabilidad de efectuar las ventas en A es el doble de la de no hacerlo. A la larga, ¿con qué frecuencia vende en cada ciudad?

190. Hay 2 bolas blancas en una urna A y 3 rojas en otra urna B. A cada paso del proceso se selecciona una bola de cada urna y las dos bolas escogidas se intercambian, y la variable aleatoria correspondiente es el número de bolas rojas de la urna A.
1) Hallar la matriz de transición P .
2) ¿Cuál es la probabilidad de que haya 2 bolas rojas en la urna A después de 3 pasos?
3) A la larga, ¿cuál es la probabilidad de que haya 2 bolas rojas en la urna A?

191. Considérense lanzamientos repetidos de un dado corriente. Sea X_n el máximo de los números que resulten en las n primeras pruebas.
1) Hallar la matriz de transición P de la cadena de MARKOFF. ¿La matriz es regular?
2) Hallar la distribución de probabilidad después del primer lanzamiento.
3) Hallar la distribución de probabilidad después del segundo y del tercer lanzamiento.

192. Dos niños y dos niñas están lanzándose una pelota el uno al otro. Cada niño pasa la pelota al otro niño con probabilidad 1/2 y a cada niña con probabilidad 1/4. Por otra parte, cada niña lanza la pelota a cada niño con probabilidad 1/2 y nunca a la otra niña. A la larga, ¿con qué frecuencia recibe cada uno la pelota?