

Tema 1: Introducción a la teoría de la probabilidad

Mario Rodríguez

Feb 2023

1 Conceptos básicos

1.1 Experimento aleatorio, muestral y sucesos

Experimento aleatorio es aquel del que a priori no conocemos el resultado, sin embargo sí conocemos todos los posibles resultados.

Experimento aleatorio \equiv resultados posibles $= \Omega$: Espacio muestral de Ω

En un dado de 4 caras por ejemplo: $\Omega = 1, 2, 3, 4 \rightarrow E = \emptyset, 1, 2, 3, 4 \dots \Omega$

Otro ejemplo sería por ejemplo el tiempo de vida de una bombilla: $\Omega = [0, +\infty] = \mathbb{R}^+$

Decimos que Ω es discreto si es finito o numerable infinito. A cada subconjunto de Ω se le llamará suceso simple si es un único elemento o compuesto si tiene más de un elemento. Dentro de los sucesos tenemos a Ω , que representa el suceso seguro y a \emptyset que representa el suceso imposible. Llamamos espacio muestral a los sucesos de Ω al conjunto $E = P(\Omega) \equiv$ todos los sucesos que se pueden formar con elementos de Ω

Operaciones de sucesos: $\cup, \cap, \overline{A \cup B}, -, \Delta$

Tenemos por un lado la unión representado por $A \cup B$, que representa la posibilidad de el elemento de la izquierda además de la probabilidad de el de la derecha. Por otro lado tenemos la intersección, representado por $A \cap B$, que representa la posibilidad de algo que ocurre tanto en A como en B. Además negado de A se representa con \overline{A} , que se calcula con $1 - A$ y es la probabilidad de que no ocurra A. Esto último da a las leyes de Morgan, que más que explicarlas es más fácil visualizarlas:

$$\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$$

$$\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$$

También está $-$, que para explicarlo vamos a suponer el suceso A que es la probabilidad de sacar par en un dado de 6 caras: $A = \{2, 4, 6\}$ y el suceso B, que será sacar un múltiplo de 3 en un dado de 6 caras también: $B = \{3, 6\}$.

$$A - B = \{2, 4, 6\} - \{3, 6\} = \{2, 4\}$$

De la misma forma:

$$B - A = \{3\}$$

Y por último, Δ se define como:

$$A \Delta B = A - B \cup B - A = \{2, 3, 4\}$$

1.2 Asignación de probabilidades

Laplaciana: Suponemos equiprobabilidad

$$\forall w \in \Omega \rightarrow P(\{w\}) = \frac{1}{|\Omega|} = \frac{1}{n}$$

$$\forall A \subseteq \Omega \rightarrow P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|} = \frac{k}{N} \leq 1$$

Combinatoria básica

¿Cuántos grupos diferentes de n puedo formar teniendo m para elegir?, donde m es el n° de elementos para elegir y n el n° de elementos que elegimos, formando así:

$$C_{m,n} = \binom{m}{n} = \frac{m \cdot (m-1) \dots (m-n+1)}{n \cdot (n-1) \dots 2 \cdot 1} \cdot \frac{(m-n)!}{(m-n)!} = \frac{m!}{n! \cdot (m-n)!} = \binom{m}{m-n}$$