

EJERCICIOS RESUELTOS TEMA 2

1. Calcular la longitud de onda de la radiación luminosa necesaria para excitar al único electrón del átomo de Hidrógeno desde el nivel energético básico hasta el segundo nivel.

Datos: ($E_1 = -13.6 \text{ eV}$, $E_2 = -3.41 \text{ eV}$, $h = 6.6 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$, $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$, $q = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$)

Solución: La energía que debe tener un fotón para poder excitar al electrón desde E_1 a E_2 será

$$\Delta E = E_2 - E_1 = 13.61 \text{ eV} - 3.41 \text{ eV} = 10.19 \text{ eV}$$

Teniendo en cuenta que la relación entre la energía expresada en Julios y en electrón-voltios es $E(\text{eV}) \cdot q = E(\text{J})$, siendo $q = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ la carga del electrón, el salto energético anterior se puede expresar en Julios como

$$\Delta E = 10.19 \text{ eV} \cdot 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C} = 1.63 \cdot 10^{-18} \text{ J}$$

La relación entre la longitud de onda de una radiación y la energía de sus fotones es

$$E = h \cdot f = h \cdot \frac{c}{\lambda} \Rightarrow E \cdot \lambda = h \cdot c$$

“El producto de la energía de los fotones por la longitud de onda de la radiación es la constante $h \cdot c$ ”

siendo $h = 6.6 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$ la constante de Planck, y $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ la velocidad de la luz, por lo que la longitud de onda de la radiación resulta ser

$$\lambda = \frac{(6.6 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}) \cdot (3 \cdot 10^8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1})}{1.63 \cdot 10^{-18} \text{ J}} = \boxed{1.21 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 0.121 \mu\text{m}}$$

Si calculamos el producto $E \cdot \lambda = h \cdot c$ expresando h en $\text{eV}\cdot\text{s}$ y c en $\mu\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$, el resultado es

$$E \cdot \lambda = h \cdot c = (4.125 \cdot 10^{-15} \text{ eV}\cdot\text{s}) \cdot (3 \cdot 10^{14} \mu\text{m}\cdot\text{s}^{-1}) = 1.24 \text{ eV} \cdot \mu\text{m}$$

que resulta ser una constante muy fácil de recordar.

“La longitud de onda de una radiación (expresada en micras) por la energía correspondiente de los fotones (expresada en electrón-voltios) es igual a 1.24”

En nuestro caso, la longitud de onda de la radiación resultaría ser de $\lambda = \frac{1.24}{10.19 \text{ eV}} = 0.121 \mu\text{m}$

2. Hallar la concentración intrínseca del Silicio a temperatura ambiente y a 500 K.

Datos: ($E_g = 1.1 \text{ eV}$, $m_e = 1.08 m_o$, $m_h = 0.59 m_o$, $m_o = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ Kg}$, $h = 6.6 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$, $q = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$)

Solución: La concentración intrínseca se obtiene a partir del producto de las concentraciones de electrones y huecos

$$n_i = \sqrt{n_0 \cdot p_0} = \sqrt{U_C \cdot U_V} \cdot e^{-\frac{E_g}{2KT}}$$

Aunque E_g y T son datos conocidos, las densidades efectivas de estados U_C y U_V son desconocidas. De la definición de U_C , a 27° C (300 K)

$$U_C = 2 \left(\frac{2\Pi m_e K T}{h^2} \right)^{3/2} = 2 \left(\frac{2\Pi \cdot 1.08 \cdot 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ Kg} \cdot 0.026 \text{ eV}}{(6.63 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s})^2} \right)^{3/2}$$

Pasando de eV a *Julios* tendremos todas las unidades en sistema internacional, y teniendo en cuenta que U_C es una densidad volumétrica de estados, las unidades de esta última serán de *estados/m³*

$$U_C = 2 \left(\frac{2\Pi \cdot 1.08 \cdot 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ Kg} \cdot (0.026 \cdot 1.6 \cdot 10^{-19}) \text{ J}}{(6.63 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s})^2} \right)^{3/2} = 2 (0.0584 \cdot 10^{18})^{3/2} \frac{\text{estados}}{\text{m}^3}$$

$$U_C = 2.82 \cdot 10^{25} \frac{\text{estados}}{\text{m}^3} = 2.82 \cdot 10^{19} \frac{\text{estados}}{\text{cm}^3}$$

U_V se hallará mediante una expresión equivalente a la anterior, donde aparecerá m_p en vez de m_n . Según esto, U_C y U_V estarán relacionadas de la siguiente forma

$$U_V = \left(\frac{m_h}{m_e}\right)^{3/2} \cdot U_C = \left(\frac{0.59}{1.08}\right)^{3/2} \cdot 2.82 \cdot 10^{19} \frac{\text{estados}}{\text{cm}^3} \quad \boxed{U_V = 1.13 \cdot 10^{19} \frac{\text{estados}}{\text{cm}^3}}$$

La concentración intrínseca de portadores a 300 K resulta ser

$$n_i(300 K) = \sqrt{U_C \cdot U_V} \cdot e^{\frac{E_g}{2KT}} = \sqrt{2.82 \cdot 10^{19} \frac{\text{estados}}{\text{cm}^3} \cdot 1.13 \cdot 10^{19} \frac{\text{estados}}{\text{cm}^3}} \cdot e^{\frac{1.1}{2 \cdot 0.026}} \frac{\text{peh}}{\text{estado}}$$

$$\boxed{n_i(300 K) = 1.16 \cdot 10^{10} \frac{\text{peh}}{\text{cm}^3}}$$

Para hallar la concentración intrínseca de portadores a 500 K podemos servirnos de la relación

$$\frac{n_i(500 K)}{n_i(300 K)} = \frac{\sqrt{U_C(500) \cdot U_V(500)} \cdot e^{\frac{E_g}{2K \cdot 500}}}{\sqrt{U_C(300) \cdot U_V(300)} \cdot e^{\frac{E_g}{2K \cdot 300}}} = \left(\frac{500}{300}\right)^{3/2} \cdot \frac{e^{\frac{1.1}{2 \cdot 0.026} \cdot \frac{300}{500}}}{e^{\frac{1.1}{2 \cdot 0.026}}} = 1,015 \cdot 10^4$$

$$\boxed{n_i(500 K) = 1.17 \cdot 10^{14} \frac{\text{peh}}{\text{cm}^3}}$$

3. Se tiene Silicio tipo n con $N_d = 10^{15} \text{ cm}^{-3}$. La situación del nivel energético introducido por las impurezas donadoras está situado a $E_c - E_d = 0.04 \text{ eV}$ y el nivel de Fermi intrínseco se asume situado justo en medio de la banda prohibida. Calcular n_0 , p_0 , y la posición del nivel de Fermi, E_F , a temperatura ambiente.

Datos: ($E_g = 1.1 \text{ eV}$, $m_e = 1.08 m_o$, $m_h = 0.59 m_o$, $m_o = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ Kg}$, $h = 6.6 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$,

$q = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, $n_i = 1.5 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3}$ a T ambiente)

Solución: A temperatura ambiente se puede asumir que $N_d \approx N_d^+$ y por tanto

$$n_0 = N_d^+ + p_0 \approx N_d + p_0$$

Como $N_d \gg n_i$ el semiconductor es “fuertemente extrínseco”, y se puede aproximar

$$\boxed{n_0 = N_d + p_0 \approx N_d = 10^{15} \text{ cm}^{-3}}$$
 siempre que se cumpla que $N_d \gg p_0$ (hipótesis).

Para los minoritarios se tiene que

$$\boxed{p_0 = \frac{n_i^2}{n_0} = \frac{n_i^2}{N_d} = \frac{1.5^2 \cdot 10^{20} \text{ cm}^{-6}}{10^{15} \text{ cm}^{-3}} = 2.25 \cdot 10^5 \text{ cm}^{-3}}$$
 en las mismas condiciones.

Con los resultados anteriores se puede comprobar que $N_d \gg p_0$, por lo que la hipótesis anterior es válida. Para hallar E_F , recordamos que la concentración de portadores está directamente relacionada con E_F según $n_0 = U_C \cdot e^{\frac{(E_C - E_F)}{KT}}$ o bien $n_0 = n_i \cdot e^{\frac{(E_F - E_i)}{KT}}$. Por los datos que se conocen del enunciado (n_i en vez de U_C) resulta más cómodo manejar la segunda expresión.

$$E_F - E_i = KT \cdot \ln\left(\frac{10^{15} \text{ cm}^{-3}}{1.5 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3}}\right) = 0.288 \text{ eV}$$

$$\boxed{E_F = E_i + 0.288 \text{ eV}}$$

Es decir, el nivel de Fermi estará situado 0.288 eV por encima del nivel intrínseco del semiconductor, lo cual está de acuerdo con que el dopado sea donador (semic. tipo n).

La concentración de electrones viene dada por la concentración de dopante $n_0 = N_d = 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ como corresponde a un semiconductor tipo n fuertemente dopado a temperatura ambiente.

Como comprobación de que $N_d \approx N_d^+$ calcularemos la probabilidad de que los átomos N_d estén ionizados. Un átomo dopante ionizado es aquel que ha perdido su electrón, o lo que es lo mismo, que posee un nivel energético libre. La probabilidad de ionización de éste átomo vendrá dada por

el complementario de la función de Fermi-Dirac

$$P(\text{ioniz. } N_d^+) = 1 - f(E_d) = \frac{1}{1 + e^{\frac{(E_d - E_F)}{KT}}}$$

Para hallar la probabilidad de ionización se necesita saber la distancia entre el nivel de Fermi y el nivel energético de los átomos donadores.

$$E_d - E_F = \frac{E_g}{2} - (E_C - E_d) - (E_F - E_i)$$

$$E_d - E_F = 0.55 - 0.04 - 0.288 = 0.222 \text{ eV}$$

El nivel de Fermi estará situado 0.222 eV por debajo del nivel N_d .

$$P(\text{ioniz. } N_d^+) = \frac{1}{1 + e^{\frac{0.264}{0.026}}} = 0.9998$$

Sólo 2 de cada 10000 átomos dopantes conservan su electrón, por lo que la aproximación $N_d \approx N_d^+$ resulta ser válida.

EJERCICIOS PROPUESTOS TEMA 2

1. En un semiconductor con $m_e = m_h$, $n_i = 1.5 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3}$ y $E_g = 1.10 \text{ eV}$, se cumple que $E_c = E_f + 0.3 \text{ eV}$. Hallar la concentración de huecos a temperatura ambiente.

Datos: ($KT = 0,025 \text{ eV}$ a $T = 300 \text{ K}$, $q = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$)

Solución: $6.81 \cdot 10^5 \text{ cm}^{-3}$

2. Se tiene un semiconductor con $n_i = 1.5 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3}$ y $N_d = 2.4 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3}$. Hallar las concentraciones de electrones y huecos en equilibrio térmico a temperatura ambiente.

Datos: ($KT = 0,025 \text{ eV}$ a $T = 300 \text{ K}$, $q = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$)

Solución: $p = 7,2 \cdot 10^9 \text{ cm}^{-3}$ y $n = 3,12 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3}$

3. Se tiene un semiconductor con $n_i = 1.5 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3}$, $N_a = 2.4 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3}$, $N_d = 1.3 \cdot 10^8 \text{ cm}^{-3}$. Hallar las concentraciones de electrones y huecos a temperatura ambiente en equilibrio térmico.

Solución: $p = 2,4 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ y $n = 0,93 \cdot 10^2 \text{ cm}^{-3}$

4. Un semiconductor de $E_g = 1.11 \text{ eV}$ a la temperatura de 300 K tiene una concentración intrínseca de $1.5 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3}$. Hallar la concentración intrínseca a 600 K .

Solución: $1.65 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}$

5. Las densidades efectivas de estados electrónicas en las bandas de un semiconductor tipo **n** son iguales, no dependen de la temperatura y de valor $U_c = U_v = 25 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3}$. El ancho de banda prohibida es $E_g = 1.11 \text{ eV}$. Hallar la concentración intrínseca a temperatura ambiente.

Datos: ($KT = 0,025 \text{ eV}$ a $T = 300 \text{ K}$, $q = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$)

Solución: $5.7 \cdot 10^9 \text{ cm}^{-3}$

6. Si aumentamos la temperatura, se asume que el semiconductor anterior deja de estar en la región extrínseca cuando la concentración de huecos es un 30% de la concentración de las impurezas donadoras ($N_d = 10^{15} \text{ cm}^{-3}$).

- ¿A qué temperatura ocurre esto?
- ¿Cuánto vale la concentración intrínseca a esta temperatura?

Datos: ($K = 1.38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$ y $q = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$)

Solución: 607.2 K , $6.24 \cdot 10^{14} \text{ cm}^{-3}$

7. Se tiene un semiconductor con $E_c = E_f + 0.9 \text{ eV}$ y $E_c = E_v + 1.11 \text{ eV}$ sobre el cual incide una cierta radiación luminosa. Hallar...

- La longitud de onda máxima de la radiación para que sus fotones puedan ser absorbidos por el semiconductor.
- La concentración intrínseca de portadores a temperatura ambiente.

Datos: ($h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$, $4,14 \cdot 10^{-15} \text{ eV}\cdot\text{s}$, $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$, $q = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, $KT = 0,025 \text{ eV}$,

$U_c = U_v = 1,05 \cdot 10^{20} \text{ estados/cm}^{-3}$)

Solución: $1.11 \mu\text{m}$, $2.4 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3}$

8. Se tiene un semiconductor con $E_c = E_f + 0.25 \text{ eV}$ y $E_c = E_v + 1.10 \text{ eV}$, donde E_c es el mínimo de la banda de conducción, E_v el máximo de la banda de valencia y E_f el nivel de Fermi. A 300 K , la densidad efectiva de estado es $U_C = 3.28 \cdot 10^{19} \text{ estados} \cdot \text{cm}^{-3}$, siendo las masas efectivas de electrones y huecos iguales ($m_e = m_h$). Hallar...

- El valor de la función de distribución de Fermi-Dirac en E_f , a 300 K .
- ¿Es posible encontrar un electrón en el nivel E_f ?
- La concentración intrínseca.
- Las concentraciones de electrones y huecos

Datos: ($h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$, $q = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, $KT = 0,025 \text{ eV}$)

Solución: 0.5 , No, $n_i = 9,15 \cdot 10^9 \text{ cm}^{-3}$, $p = 5,62 \cdot 10^4 \text{ cm}^{-3}$ y $n = 1,49 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}$

9. Se dopa el silicio con la concentración de 10^{14} átomos de arsénico por centímetro cúbico. Si las dos masas efectivas son iguales y la anchura de banda prohibida es de 1 eV , hallar...

- La concentración de huecos a temperatura ambiente.
- Cuanto estará el nivel de Fermi por encima del máximo de la banda de valencia.

Datos: ($n_i = 1.5 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3}$)

Solución: $2.25 \cdot 10^6 \text{ cm}^{-3}$, 0.729 eV

10. Se dice que un SC ($n_i = 1.5 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3}$, $E_g = 1.11 \text{ eV}$ y las masas efectivas iguales) fuertemente extrínseco no está degenerado si el nivel de Fermi está la cantidad $4KT$ por arriba de la BV o por debajo de la BC. Si las masas efectivas de los portadores son iguales, hallar la concentración máxima de impurezas aceptoras (si sólo hay de estas) a temperatura ambiente para que no esté degenerado.

Datos: ($KT = 4.1834 \cdot 10^{-21} \text{ J}$ y $q = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$)

Solución: $5.12 \cdot 10^{23} \text{ m}^{-3}$

11. Representar gráficamente y comentar **brevemente** como varían las concentraciones de electrones n_0 y huecos p_0 de un semiconductor dopado con impurezas $N_d = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$, al que se eleva la temperatura desde 0 K hasta los 700 K lentamente, de manera que en todo instante se pueda suponer que está en equilibrio térmico.

Datos: $n_i(T \text{ ambiente}) = 10^{10} \text{ cm}^{-3}$, $n_i(700 \text{ K}) = 10^{10} \text{ cm}^{-3}$