

# TEMA 9

## CIRCUITOS TRIFÁSICOS

### Teoría de Circuitos

Dpto. Ingeniería Eléctrica  
Escuela Técnica Superior de Ingeniería  
Universidad de Sevilla

# Índice

- 1 Sistemas trifásicos
- 2 Tensiones e intensidades de línea y de fase
- 3 Circuito monofásico equivalente de un sistema trifásico en estrella
- 4 Potencia en sistemas trifásicos equilibrados
- 5 Circuitos trifásicos equilibrados en tensiones
- 6 Introducción a las máquinas eléctricas
  - Transformador trifásico
  - Generator trifásico: Alternador
  - Motor sincrónico

# Índice

- 1 Sistemas trifásicos
- 2 Tensiones e intensidades de línea y de fase
- 3 Circuito monofásico equivalente de un sistema trifásico en estrella
- 4 Potencia en sistemas trifásicos equilibrados
- 5 Circuitos trifásicos equilibrados en tensiones
- 6 Introducción a las máquinas eléctricas
  - Transformador trifásico
  - Generator trifásico: Alternador
  - Motor sincrónico

## Un poco de historia...

- [illegible]

Nikola Tesla  
(1856-1943)

# Sistemas trifásicos

## Algunas observaciones...

- Los sistemas trifásicos se utilizan en la generación, transporte y distribución de energía eléctrica.
- Las instalaciones domésticas y/o de pequeña potencia son monofásicas, a partir de una derivación del sistema trifásico.

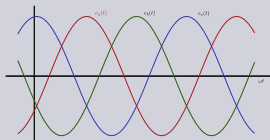
## Ventajas de los sistemas trifásicos

- 1 Para una misma potencia y tensión, el sistema trifásico (tres fuentes) es más económico que el monofásico (una fuente).
- 2 La potencia instantánea es constante en una alimentación trifásica.
- 3 Ventajas en las máquinas eléctricas rotativas (menos vibraciones, existencia de par de arranque, etc.).

# Sistemas trifásicos

## Tensiones trifásicas equilibradas

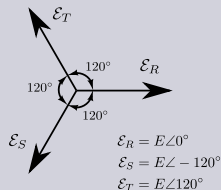
Conjunto de tres tensiones sinusoidales de la misma frecuencia, igual amplitud y desfasadas entre sí  $120^\circ$ .



$$e_R(t) = \sqrt{2} E \sin(\omega t)$$

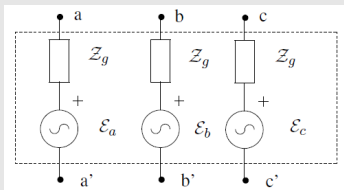
$$e_S(t) = \sqrt{2} E \sin(\omega t - 120^\circ)$$

$$e_T(t) = \sqrt{2} E \sin(\omega t + 120^\circ)$$



- Etiquetas comunes para las tensiones de un sistema trifásico:  $\{R, S, T\}$ ,  $\{U, V, W\}$ ,  $\{a, b, c\}$ ,  $\{1, 2, 3\}$ , etc.
- Es importante etiquetar correctamente las tensiones (secuencia de fases).

# Fuente de tensión trifásica

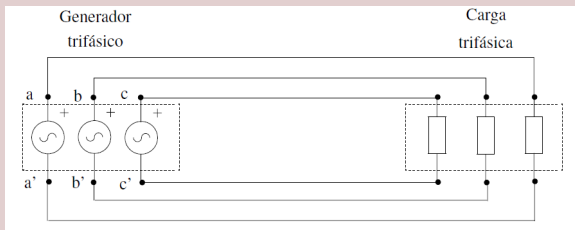


$$\mathcal{E}_a = E \angle 0^\circ$$

$$\mathcal{E}_b = E \angle -120^\circ$$

$$\mathcal{E}_c = E \angle 120^\circ$$

Se denomina fase a cada fuente individual y a las impedancias que alimenta:



No es una conexión habitual pues requiere demasiados conductores.

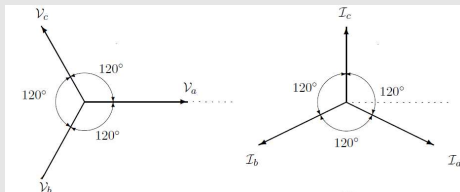
# Fuente de tensión trifásica

Si las impedancias son iguales (carga equilibrada), las intensidades son asimismo trifásicas y equilibradas, desfasadas respecto a la tensión de cada fuente el ángulo que marca la impedancia que alimenta.



$$V_a + V_b + V_c = 0$$

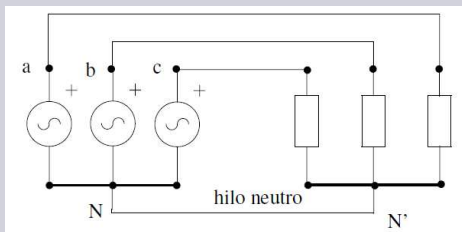
$$I_a + I_b + I_c = 0$$





# Conexiones básicas en sistemas trifásicos

## Conexión en estrella de fuente y carga



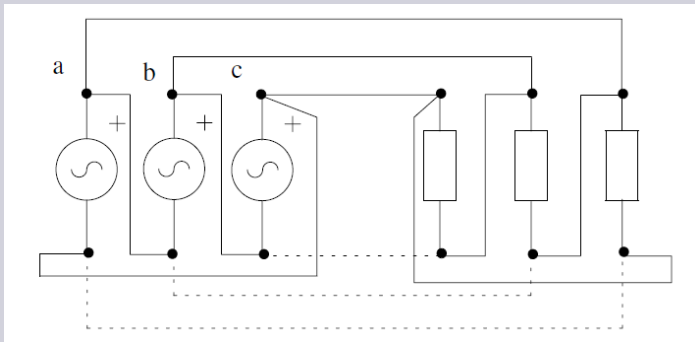
- Se utiliza un conductor de neutro para unir ambos neutros (fuente y carga).
- En cualquier caso, la simetría de las intensidades hace que la intensidad por el neutro sea nula:

$$\mathcal{I}_N = \mathcal{I}_a + \mathcal{I}_b + \mathcal{I}_c = 0$$

- Ambos neutros están a la misma tensión, exista o no el conductor de neutro, pues  $\mathcal{I}_N = 0$

# Conexiones básicas en sistemas trifásicos

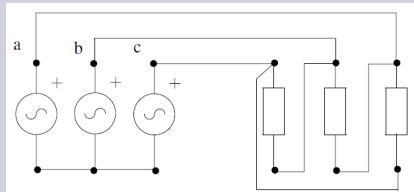
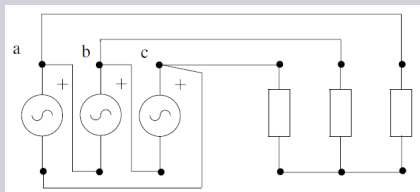
## Conexión en triángulo de fuente y carga



- Cada fuente alimenta una de las impedancias.
- No existe conductor de neutro.

# Conexiones básicas en sistemas trifásicos

## Conexiones mixtas triángulo-estrella y estrella-triángulo



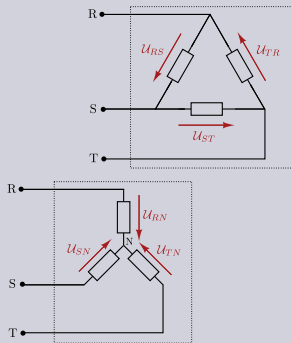
# Índice

- 1 Sistemas trifásicos
- 2 Tensiones e intensidades de línea y de fase
- 3 Circuito monofásico equivalente de un sistema trifásico en estrella
- 4 Potencia en sistemas trifásicos equilibrados
- 5 Circuitos trifásicos equilibrados en tensiones
- 6 Introducción a las máquinas eléctricas
  - Transformador trifásico
  - Generator trifásico: Alternador
  - Motor sincrónico

# Tensiones e intensidades de línea y de fase

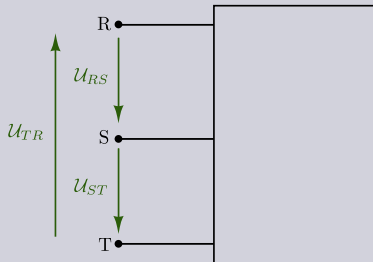
## Tensión de fase ( $U_F$ ):

Tensión en cada una de las ramas monofásicas del circuito trifásico.



## Tensión de línea ( $U_L$ ):

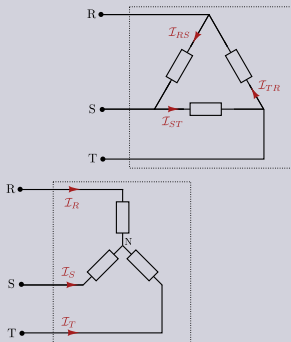
Tensión entre dos conductores de la línea del circuito trifásico.



# Tensiones e intensidades de línea y de fase

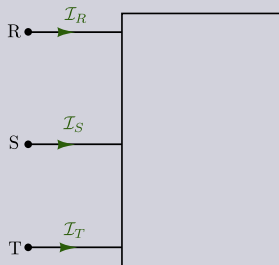
## Intensidad de fase ( $I_F$ ):

Intensidad en cada una de las ramas monofásicas del circuito trifásico.



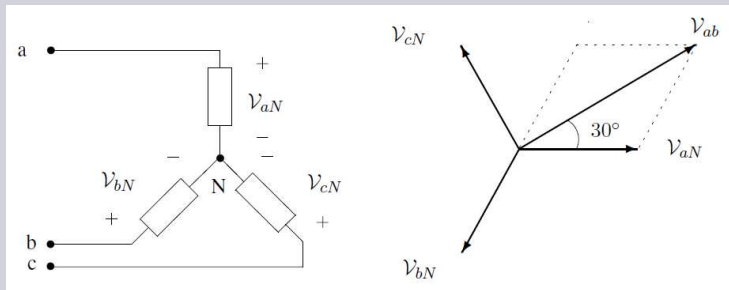
## Intensidad de línea ( $I_L$ ):

Intensidad en cada uno de los conductores de la línea del circuito trifásico.



# Tensiones e intensidades de línea y de fase

## Conexión en estrella

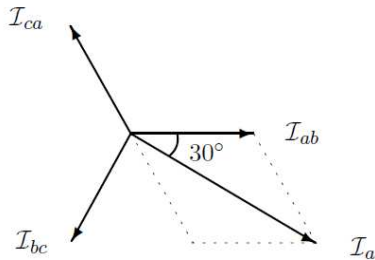
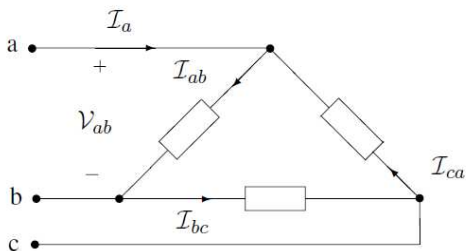


- Las intensidades de línea coinciden con las de fase.
- Cada tensión de línea es la diferencia de dos tensiones de fase, cumpliéndose:

$$U_L = \sqrt{3}_{\angle 30^\circ} U_F$$

# Tensiones e intensidades de línea y de fase

## Conexión en triángulo



- Las tensiones de línea coinciden con las de fase.
- Cada intensidad de línea es la diferencia de dos intensidades de fase, cumpliéndose:

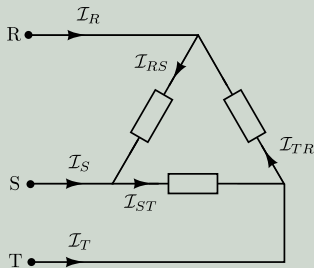
$$I_L = \sqrt{3} \angle -30^\circ I_F$$



# Magnitudes de línea y de fase

## Ejemplo:

Calcular las intensidades de línea,  $\mathcal{I}_R$ ,  $\mathcal{I}_S$ ,  $\mathcal{I}_T$  del circuito de la figura, sabiendo que  $\mathcal{I}_{RS} = 38\angle 0^\circ$  A,  $\mathcal{I}_{ST} = 38\angle -120^\circ$  A y  $\mathcal{I}_{TR} = 38\angle 120^\circ$  A.

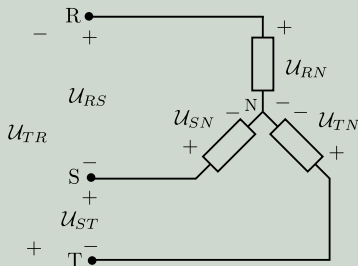


Solución:  $\mathcal{I}_R = 38\sqrt{3}\angle -30^\circ$  A,  $\mathcal{I}_S = 38\sqrt{3}\angle -150^\circ$  A,  $\mathcal{I}_T = 38\sqrt{3}\angle 90^\circ$  A.

# Magnitudes de línea y de fase

## Ejemplo:

Calcular las tensiones de línea,  $U_{RS}$ ,  $U_{ST}$ ,  $U_{TR}$  del circuito de la figura, sabiendo que  $U_{RN} = 230 \angle 0^\circ$  V,  $U_{SN} = 230 \angle -120^\circ$  V y  $U_{TN} = 230 \angle +120^\circ$  V.

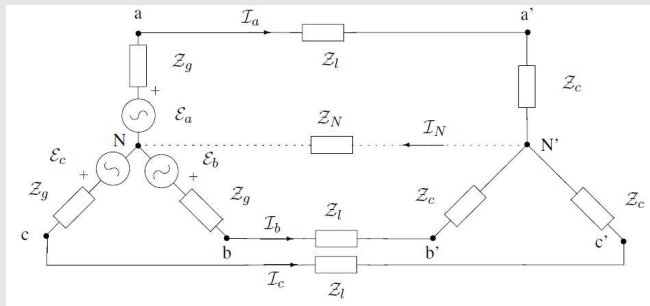


Solución:  $U_{RS} = 230 \sqrt{3} \angle +30^\circ$  V,  $U_{ST} = 230 \sqrt{3} \angle -90^\circ$  V,  $U_{TR} = 230 \sqrt{3} \angle +150^\circ$  V.

# Índice

- 1 Sistemas trifásicos
- 2 Tensiones e intensidades de línea y de fase
- 3 Circuito monofásico equivalente de un sistema trifásico en estrella
- 4 Potencia en sistemas trifásicos equilibrados
- 5 Circuitos trifásicos equilibrados en tensiones
- 6 Introducción a las máquinas eléctricas
  - Transformador trifásico
  - Generador trifásico: Alternador
  - Motor sincrónico

# Circuito monofásico equivalente de un sistema en estrella



Planteando la ecuación de la primera fase:

$$\mathcal{E}_a = (Z_g + Z_l + Z_c) I_a + Z_N I_N$$

Como  $I_N = I_a + I_b + I_c = 0$ , cada fase se puede analizar por separado:

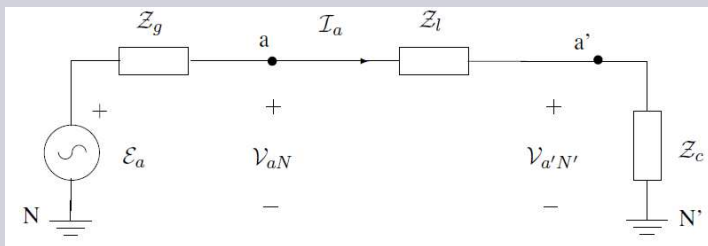
$$\mathcal{E}_a = (Z_g + Z_l + Z_c) I_a$$

Asimismo,  $\mathcal{V}_{NN'} = 0$

# Circuito monofásico equivalente de un sistema en estrella

## Equivalente monofásico en estrella

$$\mathcal{E}_a = (\mathcal{Z}_g + \mathcal{Z}_l + \mathcal{Z}_c) \mathcal{I}_a$$



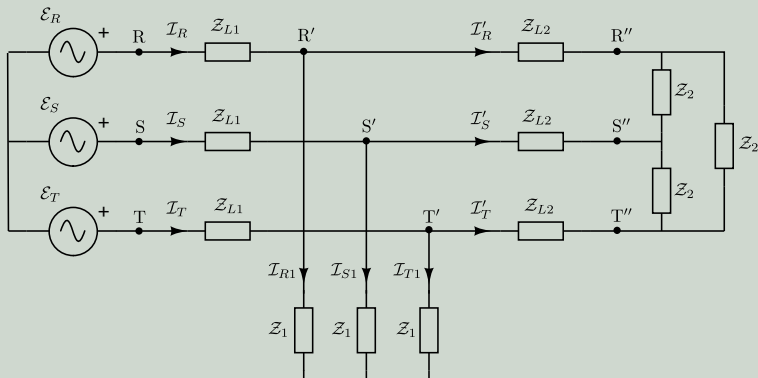
El equivalente monofásico permite analizar una única fase y extrapolar los resultados a las otras dos.

Es necesario convertir previamente todas las fuentes y cargas a sus equivalentes en estrella.

# Circuito monofásico equivalente de un sistema en estrella

## Ejemplo:

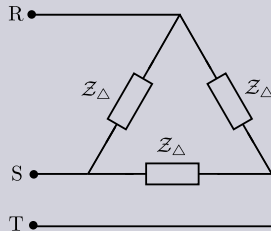
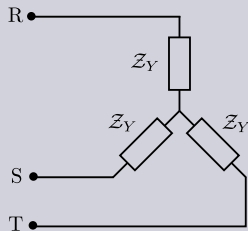
Obtener el circuito monofásico equivalente correspondiente a la fase R del circuito trifásico equilibrado de la figura.



# Circuito monofásico equivalente de un sistema en estrella

## Conversión estrella-triángulo de fuentes y cargas

Para analizar el circuito usando el equivalente monofásico, es necesario convertir las cargas en triángulo a estrella:



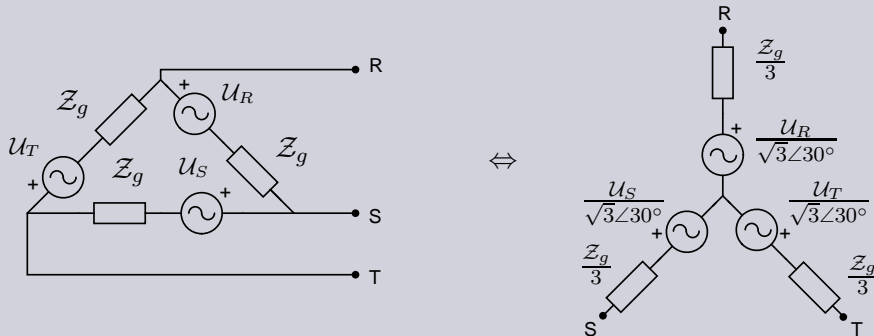
$$Z_Y = \frac{Z_{\Delta}}{3}$$

$$Z_{\Delta} = 3 \cdot Z_Y$$

# Circuito monofásico equivalente de un sistema en estrella

## Conversión estrella-triángulo de fuentes y cargas

Conversión triángulo-estrella de un generador trifásico equilibrado:



Las tensiones de línea de las fuentes en triángulo se transforman en tensiones de fase de las fuentes en estrella, y las impedancias internas se convierten de triángulo a estrella.

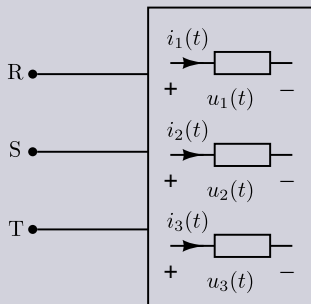


# Índice

- 1 Sistemas trifásicos
- 2 Tensiones e intensidades de línea y de fase
- 3 Circuito monofásico equivalente de un sistema trifásico en estrella
- 4 Potencia en sistemas trifásicos equilibrados
- 5 Circuitos trifásicos equilibrados en tensiones
- 6 Introducción a las máquinas eléctricas
  - Transformador trifásico
  - Generator trifásico: Alternador
  - Motor sincrónico

# Potencia en sistemas trifásicos equilibrados

## Potencia instantánea



$$u_1(t) = \sqrt{2}U_F \cos(\omega t)$$

$$i_1(t) = \sqrt{2}I_F \cos(\omega t - \varphi)$$

$$u_2(t) = \sqrt{2}U_F \cos(\omega t - 120^\circ)$$

$$i_2(t) = \sqrt{2}I_F \cos(\omega t - 120^\circ - \varphi)$$

$$u_3(t) = \sqrt{2}U_F \cos(\omega t + 120^\circ)$$

$$i_3(t) = \sqrt{2}I_F \cos(\omega t + 120^\circ - \varphi)$$

$$p(t) = \underbrace{u_1(t) \cdot i_1(t)}_{p_1(t)} + \underbrace{u_2(t) \cdot i_2(t)}_{p_2(t)} + \underbrace{u_3(t) \cdot i_3(t)}_{p_3(t)} = 3 U_F I_F \cos \varphi$$

# Potencia en sistemas trifásicos equilibrados

## Potencia instantánea

$$p(t) = 3 U_F I_F \cos \varphi$$

### Observaciones:

- La potencia instantánea total de un sistema trifásico equilibrado es constante, no apareciendo términos fluctuantes.
- Si el sistema no está equilibrado, la potencia instantánea contendrá en general términos fluctuantes.
- En cada fase hay intercambio de potencia reactiva entre la carga y la fuente, permaneciendo constante la energía almacenada total en las tres fases.
- Es la principal razón de que las máquinas eléctricas rotativas sean siempre trifásicas para potencias elevadas.

# Potencia en sistemas trifásicos equilibrados

## Potencia trifásica

- Potencia activa:

$$P = 3 U_F I_F \cos \varphi = \sqrt{3} U_L I_L \cos \varphi$$

- Potencia reactiva:

$$Q = 3 U_F I_F \sin \varphi = \sqrt{3} U_L I_L \sin \varphi$$

- Potencia aparente:

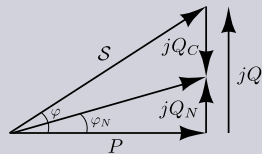
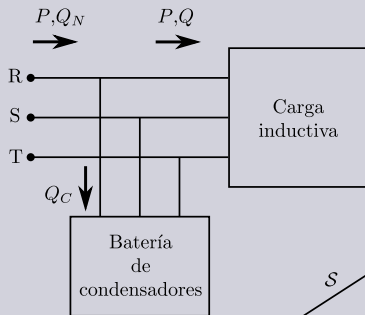
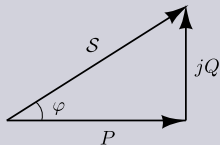
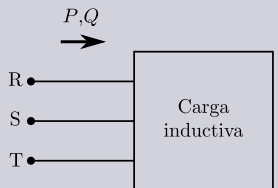
$$S = 3 U_F I_F = \sqrt{3} U_L I_L = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

El ángulo  $\varphi$  es el desfase entre las correspondientes tensiones e intensidades de fase, impuesto por la impedancia de fase.

# Potencia en sistemas trifásicos equilibrados

## Mejora del factor de potencia

Conexión de una batería de condensadores trifásica:

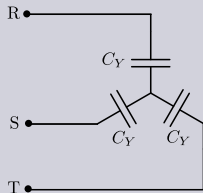


$$Q_C = P \cdot (\tan \varphi_N - \tan \varphi)$$

# Potencia en sistemas trifásicos equilibrados

## Mejora del factor de potencia

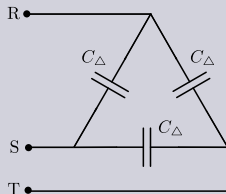
- Capacidad de los condensadores conectados en estrella



$$Q_{CF} = \frac{Q_C}{3} = -\omega C_Y U_F^2 = \frac{-\omega C_Y U_L^2}{3}$$

$$C_Y = \frac{-Q_C}{U_L^2 \cdot \omega}$$

- Capacidad de los condensadores conectados en triángulo



$$Q_{CF} = \frac{Q_C}{3} = -\omega C_\Delta U_F^2 = -\omega C_\Delta U_L^2$$

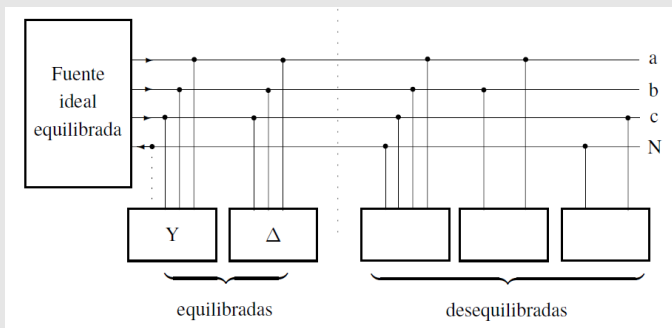
$$C_\Delta = \frac{-Q_C}{3 \cdot U_L^2 \cdot \omega}$$

# Índice

- 1 Sistemas trifásicos
- 2 Tensiones e intensidades de línea y de fase
- 3 Circuito monofásico equivalente de un sistema trifásico en estrella
- 4 Potencia en sistemas trifásicos equilibrados
- 5 Circuitos trifásicos equilibrados en tensiones**
- 6 Introducción a las máquinas eléctricas
  - Transformador trifásico
  - Generator trifásico: Alternador
  - Motor sincrónico

# Circuitos trifásicos equilibrados en tensiones

- Una aproximación habitual en el diseño de instalaciones consiste en suponer la fuente ideal y despreciar la impedancia de la línea de alimentación.
- Con ello, cada carga, equilibrada o no, está alimentada por un sistema de tensiones equilibradas, pudiéndose calcular la intensidad de cada carga por separado.

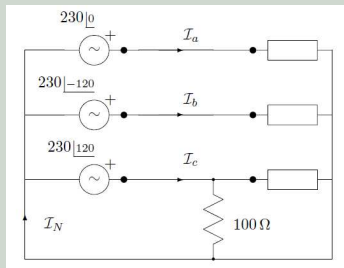




# Circuitos trifásicos equilibrados en tensiones

## Ejemplo:

En el circuito de la figura, la fuente trifásica alimenta una carga trifásica equilibrada conectada en estrella y con una impedancia por fase de  $Z = 100\angle 45^\circ \Omega$ , y una resistencia de  $100 \Omega$  conectada entre la fase c y el neutro. Determinar la intensidad que cede cada fuente y la que circula por el neutro de la fuente,  $I_N$ .



Solución:  $I_N = 2,3\angle 120^\circ$ ,  $I_a = 2,3\angle -45^\circ$ ,  $I_b = 2,3\angle -165^\circ$ ,  $I_c = 4,25\angle 97,5^\circ$

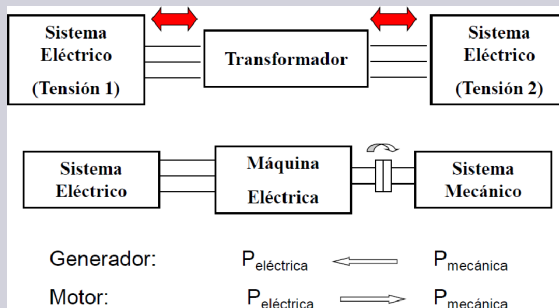
# Índice

- 1 Sistemas trifásicos
- 2 Tensiones e intensidades de línea y de fase
- 3 Circuito monofásico equivalente de un sistema trifásico en estrella
- 4 Potencia en sistemas trifásicos equilibrados
- 5 Circuitos trifásicos equilibrados en tensiones
- 6 Introducción a las máquinas eléctricas**
  - Transformador trifásico
  - Generator trifásico: Alternador
  - Motor sincrónico

# Máquinas eléctricas trifásicas

## Transformadores y máquinas rotativas

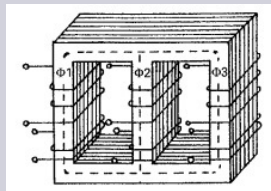
- Transformador trifásico: máquina estática que permite transferir potencia de un nivel de tensión a otro.
- Generador trifásico (alternador): transforma potencia mecánica en eléctrica.
- Motor trifásico: transforma potencia eléctrica en mecánica.



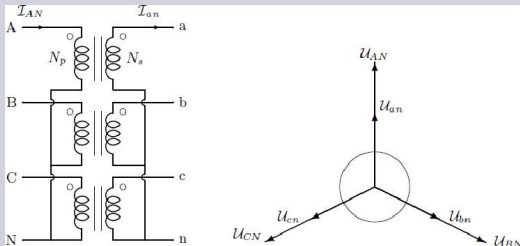
# Máquinas eléctricas trifásicas

## Transformador trifásico

Pueden usarse tres transformadores monofásicos (uno por fase) o uno trifásico.



Ejemplo: transformador trifásico estrella-estrella



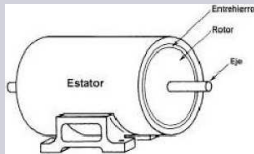
# Máquinas eléctricas trifásicas

## Transformador trifásico



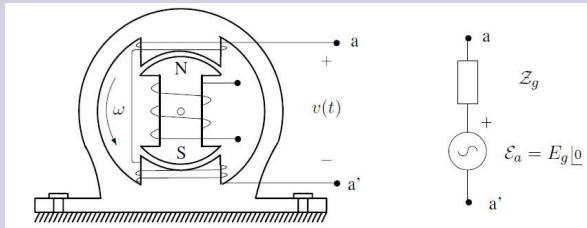
# Máquinas eléctricas rotativas

## Alternador: Principio de funcionamiento



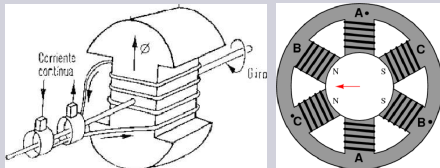
- En el rotor se dispone un imán natural o una bobina alimentada en corriente continua.
- En el estator se dispone una bobina fija, en la que se induce una tensión sinusoidal de frecuencia igual a la velocidad de giro del rotor,  $\omega$ .

### Alternador monofásico:



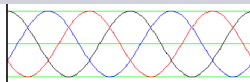
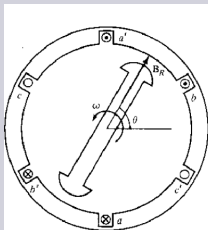
# Máquinas eléctricas rotativas

## Alternador trifásico



- Se disponen 3 bobinas en en estator, desfasadas entre sí  $120^\circ$ .
- Se consigue un sistema trifásico equilibrado de tensiones, en las bobinas del estator.

### Alternador trifásico:



$$e_a(t) = \sqrt{2} \cdot E_{RMS} \cdot \cos(\omega t)$$

$$e_b(t) = \sqrt{2} \cdot E_{RMS} \cdot \cos(\omega t - 120^\circ)$$

$$e_c(t) = \sqrt{2} \cdot E_{RMS} \cdot \cos(\omega t + 120^\circ)$$

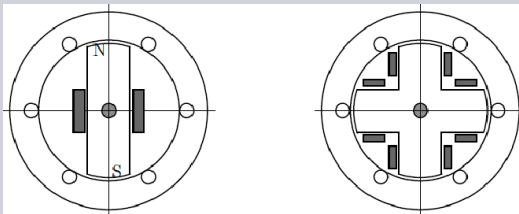
# Máquinas eléctricas rotativas

## Alternador trifásico

- La frecuencia de las tensiones generadas está fijada por la velocidad de giro del rotor (velocidad de sincronismo):

$$f = 50 \text{ Hz} \qquad \omega_s = 3000 \text{ rpm}$$

- Se pueden conseguir otras velocidades, fracciones de la velocidad de sincronismo, disponiendo mayor número de polos magnéticos en el rotor:  
 $\omega_m = \frac{\omega_s}{p}$ , siendo  $\omega_s$  la velocidad de sincronismo,  $\omega_m$  la velocidad del rotor, y  $p$  el número de pares de polos en el rotor.





# Máquinas eléctricas rotativas

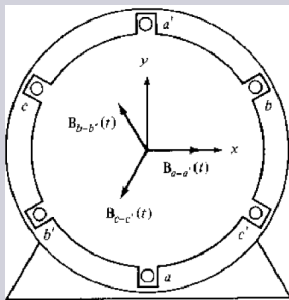
## Alternador de central hidroeléctrica



# Máquinas eléctricas rotativas

## Motor sincrónico

- Se alimentan las bobinas del estator con un sistema trifásico equilibrado de tensiones, circulando por ellas intensidades trifásicas equilibradas.
- El campo magnético generado en cada bobina es perpendicular al plano que contiene a la misma.



$$i_{aa'}(t) = \sqrt{2} \cdot I \cdot \cos(\omega t)$$

$$i_{bb'}(t) = \sqrt{2} \cdot I \cdot \cos(\omega t - 120^\circ)$$

$$i_{cc'}(t) = \sqrt{2} \cdot I \cdot \cos(\omega t + 120^\circ)$$

$$B_{aa'}(t) = \sqrt{2} \cdot B \cdot \cos(\omega t)$$

$$B_{bb'}(t) = \sqrt{2} \cdot B \cdot \cos(\omega t - 120^\circ)$$

$$B_{cc'}(t) = \sqrt{2} \cdot B \cdot \cos(\omega t + 120^\circ)$$

# Máquinas eléctricas rotativas

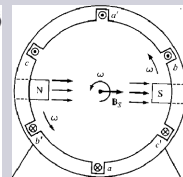
## Motor sincrónico

- La composición de los flujos magnéticos genera un campo magnético constante y girando a la velocidad de sincronismo.
- El rotor genera un campo magnético constante, bien mediante un imán natural, bien mediante una bobina alimentada en continua.
- El campo magnético giratorio obliga al rotor, por interacción de los dos campos magnéticos, a girar a la misma velocidad.
- El motor sincrónico puede funcionar como alternador y viceversa.

$$B_x(t) = \sqrt{2} \cdot B \cdot \cos(\omega t) - \sqrt{2} \cdot B \cdot \cos 60^\circ \cdot \cos(\omega t - 120^\circ) - \sqrt{2} \cdot B \cdot \cos 60^\circ \cdot \cos(\omega t + 120^\circ)$$

$$B_y(t) = \sqrt{2} \cdot B \cdot \sin 60^\circ \cdot \cos(\omega t - 120^\circ) - \sqrt{2} \cdot B \cdot \sin 60^\circ \cdot \cos(\omega t + 120^\circ)$$

$$\left. \begin{aligned} B_x(t) &= \sqrt{2} \cdot 1.5 \cdot B \cdot \cos(\omega t) \\ B_y(t) &= \sqrt{2} \cdot 1.5 \cdot B \cdot \sin(\omega t) \end{aligned} \right\} |B(t)| = \sqrt{2} \cdot 1.5 \cdot B$$



# Máquinas eléctricas rotativas

## Motor sincrónico

