

TEMA 5

COMPONENTES DINÁMICOS

Teoría de Circuitos

Dpto. Ingeniería Eléctrica
Escuela Técnica Superior de Ingeniería
Universidad de Sevilla

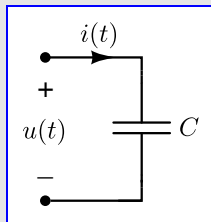
Índice

- 1 Condensador
- 2 Inductancia o Bobina
- 3 Acoplamiento magnético
- 4 Elementos pasivos reales

Índice

- 1 Condensador
- 2 Inductancia o Bobina
- 3 Acoplamiento magnético
- 4 Elementos pasivos reales

Condensador



Carga almacenada
(en Culombios)

$$q(t) = C \cdot u(t)$$

Ecuación v-i

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt} = C \cdot \frac{du(t)}{dt}$$

$$u(t) = \frac{1}{C} \int_{-\infty}^t i(\tau) d\tau = u(t_0) + \frac{1}{C} \int_{t_0}^t i(\tau) d\tau$$

$C \equiv$ Capacidad del condensador (F, Faradio)

Potencia:

$$p_C(t) = u(t) \cdot i(t) = C \cdot u(t) \cdot \frac{du(t)}{dt} = \frac{C}{2} \cdot \frac{du^2(t)}{dt} \leq 0$$

Energía:

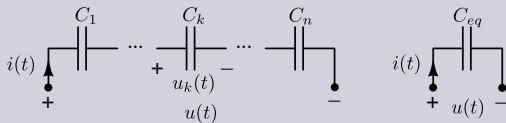
$$w_C(t) = \int_{-\infty}^t \frac{C}{2} \cdot \frac{du^2(\tau)}{d\tau} d\tau = \frac{C}{2} \cdot u^2(t) \geq 0$$

El condensador almacena energía en el campo eléctrico (distribución de cargas).
La energía almacenada en cada instante depende de la tensión en el condensador.

Condensador

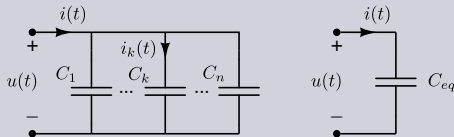
Condensadores en serie o paralelo se comportan como un único condensador equivalente:

Asociación serie de condensadores



$$\frac{1}{C_{eq}} = \sum_{j=1}^n \frac{1}{C_j}$$

Asociación paralelo de condensadores



$$C_{eq} = \sum_{j=1}^n C_j$$

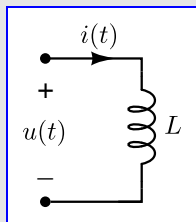
Condensador



Índice

- 1 Condensador
- 2 Inductancia o Bobina
- 3 Acoplamiento magnético
- 4 Elementos pasivos reales

Inductancia o Bobina



Flujo magnético (Wb, Weber)

$$\phi(t) = L \cdot i(t)$$

Ecuación v-i

$$u(t) = \frac{d\phi(t)}{dt} = L \cdot \frac{di(t)}{dt}$$

$$i(t) = \frac{1}{L} \int_{-\infty}^t u(\tau) d\tau = i(t_0) + \frac{1}{L} \int_{t_0}^t u(\tau) d\tau$$

$L \equiv$ Inductancia (H, Henrio)

Potencia:

$$p_L(t) = u(t) \cdot i(t) = L \cdot i(t) \cdot \frac{di(t)}{dt} = \frac{1}{2} \cdot L \cdot \frac{di^2(t)}{dt} \leq 0$$

Energía:

$$w_L(t) = \int_{-\infty}^t \frac{L}{2} \cdot \frac{di^2(\tau)}{d\tau} d\tau = \frac{1}{2} \cdot L \cdot i^2(t) \geq 0$$

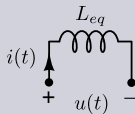
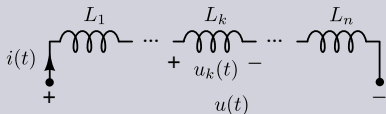
La bobina almacena energía en el campo magnético (flujo magnético).

La energía almacenada en cada instante depende de la intensidad en la bobina.

Inductancia o Bobina

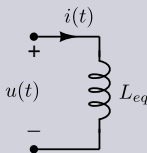
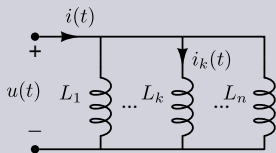
Inductancias en serie o paralelo se comportan como una única inductancia equivalente:

Asociación serie de inductancias



$$L_{eq} = \sum_{j=1}^n L_j$$

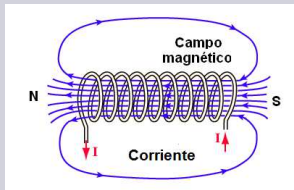
Asociación paralelo de inductancias



$$\frac{1}{L_{eq}} = \sum_{j=1}^n \frac{1}{L_j}$$

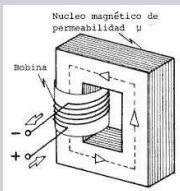
Inductancia o Bobina

Orientación del campo magnético



La orientación N-S del campo magnético depende del arrollamiento de la bobina y del sentido de circulación de la intensidad.

Inductancias con núcleo ferromagnético

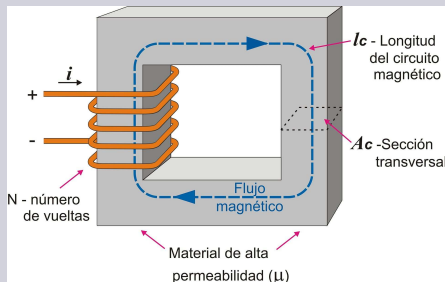


Se utilizan núcleos de material ferromagnético en bobinas para “concentrar” el flujo magnético en su interior (el flujo magnético en el aire es muy inferior al del interior del material).

Inductancia o Bobina

Fuerza magnetomotriz en bobinas con núcleo ferromagnético

La Ley de Ampère aplicada al material ferromagnético proporciona la relación entre la intensidad aplicada y el flujo magnético resultante, a través de la reluctancia del núcleo magnético (\mathcal{R}).

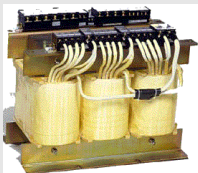
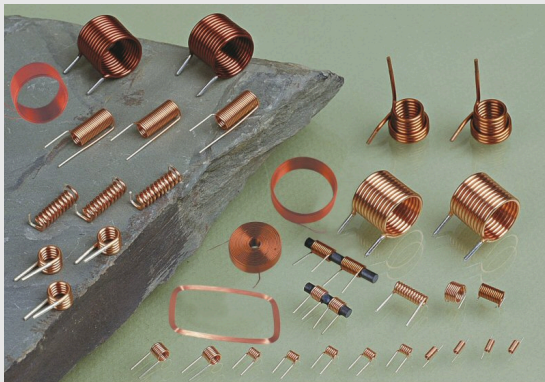


$$\mathcal{F} = N \cdot i(t) = \mathcal{R} \cdot \phi(t)$$

$$\mathcal{R} = \frac{l_c}{\mu A_c}$$

siendo ϕ el flujo magnético (en Weber) y μ la permeabilidad magnética del material.

Inductancia o Bobina



Índice

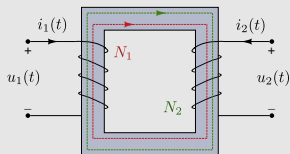
- 1 Condensador
- 2 Inductancia o Bobina
- 3 Acoplamiento magnético**
- 4 Elementos pasivos reales

Acoplamiento magnético

Dos bobinas están acopladas magnéticamente cuando comparten un flujo magnético no despreciable.

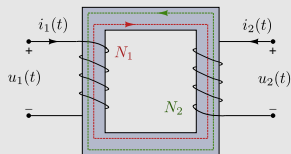
- Para aumentar el grado de acoplamiento se montan compartiendo un núcleo de material ferromagnético.
- El acoplamiento puede ser positivo o negativo en función de que los flujos creados por cada bobina se sumen o resten.

Acoplamiento positivo



Los flujos parciales se suman

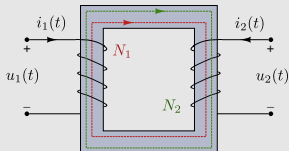
Acoplamiento negativo



Los flujos parciales se restan

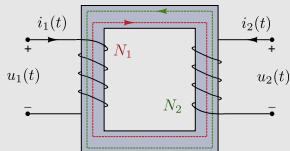
Relaciones tensión-intensidad

Acoplamiento positivo



$$\begin{aligned} u_1(t) &= L_1 \cdot \frac{di_1}{dt} + M \cdot \frac{di_2}{dt} \\ u_2(t) &= L_2 \cdot \frac{di_2}{dt} + M \cdot \frac{di_1}{dt} \end{aligned}$$

Acoplamiento negativo

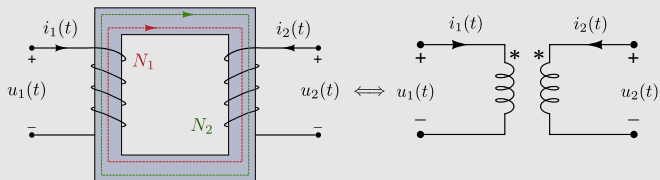


$$\begin{aligned} u_1(t) &= L_1 \cdot \frac{di_1}{dt} - M \cdot \frac{di_2}{dt} \\ u_2(t) &= L_2 \cdot \frac{di_2}{dt} - M \cdot \frac{di_1}{dt} \end{aligned}$$

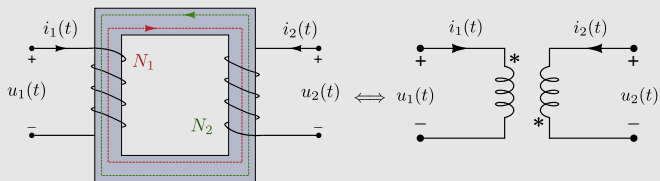
- M es la inducción mutua (en H).
- L_1 y L_2 son las inductancias propias de cada bobina (en H).

Terminales correspondientes

Dos terminales de bobinas acopladas son correspondientes si al entrar (o salir) las intensidades por ambos terminales los flujos resultantes en el núcleo se suman.



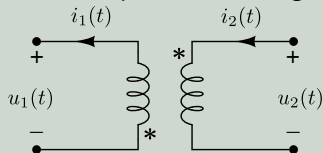
$$\begin{aligned} u_1(t) &= L_1 \cdot \frac{di_1}{dt} + M \cdot \frac{di_2}{dt} \\ u_2(t) &= M \cdot \frac{di_1}{dt} + L_2 \cdot \frac{di_2}{dt} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} u_1(t) &= L_1 \cdot \frac{di_1}{dt} - M \cdot \frac{di_2}{dt} \\ u_2(t) &= -M \cdot \frac{di_1}{dt} + L_2 \cdot \frac{di_2}{dt} \end{aligned}$$

Ejemplo de terminales correspondientes

Escribir las ecuaciones de las bobinas acopladas de la figura.



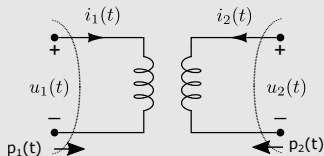
Solución:

$$\begin{aligned} u_1(t) &= -L_1 \cdot \frac{di_1}{dt} - M \cdot \frac{di_2}{dt} \\ u_2(t) &= M \cdot \frac{di_1}{dt} + L_2 \cdot \frac{di_2}{dt} \end{aligned}$$

Observaciones:

- Los signos de los términos propios ($L_1 \frac{di_1}{dt}$, $L_2 \frac{di_2}{dt}$) dependen de la tensión e intensidad en cada bobina (referencias activas o pasivas).
- Los signos de los acoplamientos ($M \frac{di_1}{dt}$, $M \frac{di_2}{dt}$) se obtienen teniendo en cuenta la caída de tensión que producen en cada bobina y la referencia de tensión adoptada en cada una.

Potencia y energía en bobinas acopladas



$$p(t) = u_1(t) \cdot i_1(t) + u_2(t) \cdot i_2(t)$$

Sustituyendo las ecuaciones de las bobinas (\pm según el acoplamiento),

$$p(t) = L_1 i_1 \frac{di_1(t)}{dt} + L_2 i_2 \frac{di_2(t)}{dt} \pm M i_1 \frac{di_2(t)}{dt} \pm M i_2 \frac{di_1(t)}{dt}$$

$$w(t) = \frac{1}{2} L_1 i_1^2 + \frac{1}{2} L_2 i_2^2 \pm M i_1(t) i_2(t)$$

La energía almacenada es superior o inferior a la que almacena cada bobina por separado dependiendo que el acoplamiento sea positivo o negativo.

Índice

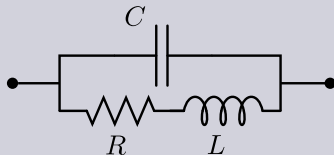
- 1 Condensador
- 2 Inductancia o Bobina
- 3 Acoplamiento magnético
- 4 Elementos pasivos reales**

Inductancia

Observaciones

- El conductor de la bobina tiene una resistencia eléctrica no nula.
- Cada pareja de espiras constituye un condensador, al estar el conductor aislado mediante un dieléctrico.

Modelo equivalente de una bobina real



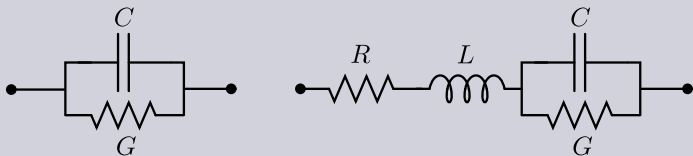
- La resistencia se intenta minimizar usando conductores de cobre.
- El efecto de la capacidad será apreciable a altas frecuencias.

Condensador

Observaciones

- El dieléctrico ofrece una pequeña resistencia eléctrica (responsable de la descarga de un condensador aislado al cabo del tiempo).
- Los terminales presentan una resistencia y una autoinducción asociada.

Modelo equivalente de un condensador real



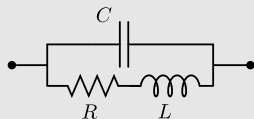
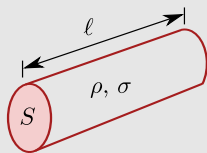
- La conductancia del dieléctrico se debe tener en cuenta siempre.
- El efecto de la inductancia parásita será apreciable a altas frecuencias.

Resistencia

La resistencia de un conductor depende de la resistividad del material (ρ), y es proporcional a la longitud e inversamente proporcional a la sección.

$$R = \rho \frac{l}{S}$$

- Si la corriente que circula por la resistencia es variable en el tiempo aparecerá un efecto inductivo que será apreciable a alta frecuencia.
- En función de la forma constructiva de la resistencia, pueden aparecer efectos capacitivos parásitos a alta frecuencia.



La resistencia puede depender asimismo de la temperatura y de otros factores como la frecuencia de la intensidad que la atraviesa (efecto pelicular).