Ανάλυση Κοινωνικών Δικτύων
2η Εργαστηριακή Άσκηση
Ανίχνευση κοινοτήτων (Community detection)

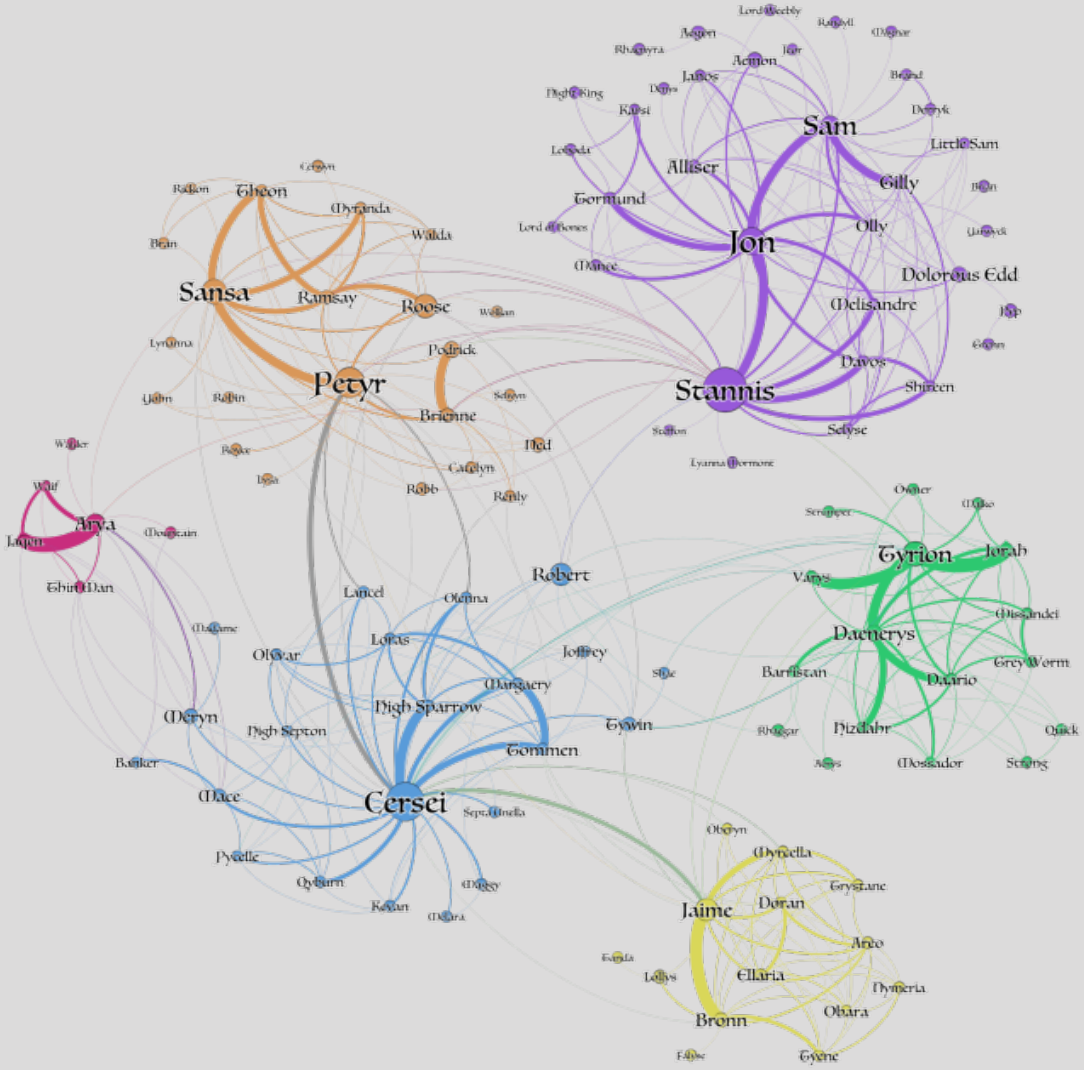
Συμεών Παπαβασιλείου (papavass@mail.ntua.gr)
Ειρήνη Κοιλανιώτη (eirinikoilanioti@mail.ntua.gr)
Μαργαρίτα Βιτοροπούλου (mvitoropoulou@netmode.ntua.gr)
Βασίλειος Καρυώτης (vassilis@netmode.ntua.gr)
Κωνσταντίνα Σακκά (nsakka@cn.ntua.gr)
Ιωάννης Τζανεττής (gtzane@gmail.com)

Επισκόπηση

- Μελέτη χαρακτηριστικών των κόμβων **πραγματικών δικτύων** με χρήση των **μετρικών** που χρησιμοποιήθηκαν στην $1^{η}$ άσκηση.
- **Ανίχνευση κοινοτήτων** ως πρόβλημα **διαμέρισης** (partition) ενός γράφου με τους αλγορίθμους
  - Spectral Clustering
  - Newman-Girvan
  - Modularity Maximization
- **Αξιολόγηση διαμερίσεων** με τις μετρικές
  - modularity
  - performance

Πραγματικά δίκτυα

- **American College Football** $G_1(V_1,E_1)$
  - Αγώνες αμερικάνικου ποδοσφαίρου μεταξύ κολλεγίων κατά το φθινόπωρο του 2000
  - $|V_1|= 115$, $|E_1|=613$
  - http://konect.cc/networks/dimacs10-football/
- **Game of Thrones S5** $G_2(V_2,E_2,w)$
  - $|V_2|= 114$, $|E_2|=396$, $\Sigma w_i = 5.139$ αλληλεπιδράσεις μεταξύ των χαρακτήρων της σειράς
  - 6 κοινότητες
  - https://networkofthrones.wordpress.com/the-series/season-5/
- **Email-Eu-core network** $G_3(V_3,E_3)$
  - e-mail data από ένα Ευρωπαϊκό ερευνητικό κέντρο
  - $(u,v) \in E_3$ αν ο χρήστης u έχει στείλει στον v τουλάχιστον ένα e-mail.
  - $|V_3|= 1.005$, $|E_3|=16.706$,
  - 42 κοινότητες
  - https://snap.stanford.edu/data/email-Eu-core.html



Μελέτη χαρακτηριστικών των κόμβων στα πραγματικά δίκτυα

- **Βαθμός** κόμβου (degree)
- **Συντελεστής ομαδοποίησης** κόμβου (clustering coefficient)
- Κεντρικότητα **εγγύτητας** κόμβου (closeness centrality)

Τα αποτελέσματα θα πρέπει να συγκριθούν με τα αντίστοιχα για τις συνθετικές τοπολογίες της προηγούμενης άσκησης.

Ανίχνευση κοινοτήτων (Community detection)

- Η εξέλιξη των σύνθετων δικτύων και οι αλληλεπιδράσεις των συστατικών τους μερών έχουν ως αποτέλεσμα το **σχηματισμό κοινοτήτων.**

- **Κοινότητες** είναι ομάδες κόμβων που παρουσιάζουν κοινές ιδιότητες ή/και έχουν κοινό ρόλο/λειτουργία μέσα στο δίκτυο (π.χ. κόμβοι που αλληλεπιδρούν μεταξύ τους πιο συχνά σε σχέση με άλλους κόμβους, συνιστούν μια κοινότητα)

- Η **ανίχνευση κοινοτήτων** σε έναν γράφο ως **πρόβλημα διαμέρισης** του γράφου:

  - **Βασική ιδέα**: Προσδιορισμός υποσυνόλων κόμβων του γράφου με περισσότερες ακμές μεταξύ των κόμβων κάθε υποσυνόλου παρά εκτός αυτού.

- Η **ποιότητα της διαμέρισης του γράφου** αξιολογείται με διάφορες μετρικές

  - modularity
  - performance

Modularity

- **Βασική ιδέα**: Ένας τυχαίος γράφος δεν αναμένεται να έχει δομή κοινότητας (cluster structure).
- Η μετρική **modularity** εξετάζει το ποσοστό των ακμών που υπάρχουν μέσα σε μια κοινότητα σε σχέση με το ποσοστό των ακμών που θα υπήρχαν εντός της κοινότητας, **αν οι ακμές του γράφου είχαν κατανεμηθεί τυχαία, διατηρώντας την κατανομή του βαθμού κόμβου** (configuration model).
- Έστω δίκτυο G(V,E) με |E|=m (ή 2m half-edges), k κοινότητες, πίνακα γειτνίασης $A=(\alpha_{ij})$ και κόμβους i, j ∈ V, με βαθμό d_i, d_j αντίστοιχα. Με βάση το configuration model, η πιθανότητα να επιλεγεί μια half-edge προσκείμενη στον κόμβο j είναι $p_j=d_j/(2m-1)$.
- Η πιθανότητα να σχηματιστεί μια ακμή μεταξύ των i, j είναι $p_i p_j = d_i d_j/(2m-1)$. Συνεπώς, ο αναμενόμενος αριθμός ακμών μεταξύ των κόμβων i, j είναι $P_{ij}=d_i d_j/2m$, για μεγάλες τιμές του m.
- **Modularity** $Q = \frac{1}{2m}\sum_{l=1}^{k}\sum_{i\in C_l, j\in C_l} a_{ij} - \frac{d_i d_j}{2m}$
- Q ∈(-1,1)

Performance

- **Βασική ιδέα**: προσδιορισμός του αριθμού των ζευγών κόμβων που έχουν ερμηνευθεί ορθά από την μέθοδο της διαμέρισης.
  - αριθμός των ζευγών κόμβων που ανήκουν στην ίδια κοινότητα και συνδέονται με ακμή.
  - αριθμός των ζευγών κόμβων που δεν ανήκουν στην ίδια κοινότητα και δεν συνδέονται με ακμή.

- Έστω δίκτυο G(V,E) με |V|=n και διαμέριση **C**={C_1,…,C_k}.

- **Performance** $P(\boldsymbol{C}) = \frac{\left|\{(i,j) \in E, C_i = C_j\}\right| + \left|\{(i,j) \notin E, C_i \neq C_j\}\right|}{n(n-1)/2}$

- P(**C**) ∈ [0,1]

Spectral Clustering

- Έστω ο γράφος G(V,E), |V|=n, με πίνακα γειτνίασης $A=(\alpha_{ij})$ και βαθμό του κόμβου $i \in V$, d_i.
- **Πίνακας βαθμού** του G, $D=\text{diag}(d_1,\ldots,d_n)$.
- Η μέθοδος αξιοποιεί τις **ιδιοτιμές και τα ιδιοδιανύσματα του Laplacian** πίνακα L=D-A.
- Οι ιδιοτιμές και τα ιδιοδιανύσματα του Laplacian πίνακα αποκαλύπτουν **ιδιότητες που αφορούν στην διαμέριση του γράφου** (πλήθος συνδεδεμένων συνιστωσών, πυκνότητα γράφου, minimum cut).
- **Μετασχηματισμός** των κόμβων του γράφου σε **σημεία ενός μετρικού χώρου**.
- Επιλογή k ιδιοδιανυσμάτων του πίνακα L για να προσδιοριστούν οι συντεταγμένες των κόμβων σε έναν μετρικό χώρο διάστασης k.
- Το **πρόβλημα της διαμέρισης του γράφου** σε k κοινότητες ανάγεται σε πρόβλημα **ομαδοποίησης n σημείων του μετρικού χώρου** διάστασης k.
- Χρήση αλγορίθμου ομαδοποίησης (k-means) και ανάθεση σημείων σε κοινότητες.

K-means

1. Είσοδος

k : πλήθος κοινοτήτων

$\{\mathbf{x}_1,\ldots,\mathbf{x}_n\}$, $\mathbf{x}_i \in \mathbb{R}^k$: σύνολο σημείων – κόμβων

2. Αρχικοποίηση

Επιλέγονται τυχαία σημεία του χώρου ως κέντρα των k κοινοτήτων : $\mathbf{w}_1, \ldots, \mathbf{w}_k \in \mathbb{R}^k$

3. Ταξινόμηση των σημείων-κόμβων στις κοινότητες

$$\mathbf{u}_{ij} = \begin{cases} \mathbf{1}, & \mathbf{j} = \arg\min_{\mathbf{p}} \|\mathbf{x}_i - \mathbf{w}_\mathbf{p}\|^2 \\ \mathbf{0}, & \textbf{διαφορετικά} \end{cases}$$

4. Υπολογισμός των νέων κέντρων των κοινοτήτων

$$\mathbf{w}_j := \frac{\sum_{i=1}^{n} \mathbf{u}_{ij}\mathbf{x}_i}{\sum_{i=1}^{n} \mathbf{u}_{ij}}$$

5. Κριτήριο σύγκλισης

Επανάληψη των βημάτων **2** και **3** έως ότου:

- δεν μεταβάλλεται η ταξινόμηση των σημείων-κόμβων **ή**
- δεν μεταβάλλονται τα κέντρα των κοινοτήτων **ή**
- ολοκληρώνεται ένας προκαθορισμένος αριθμός επαναλήψεων

Αλγόριθμος Newman - Girvan

- Χρησιμοποιεί την μετρική Edge Betweenness Centrality (EBC).
- Η EBC είναι αντίστοιχη της μετρικής Betweenness Centrality που αφορά τους κόμβους ενός γράφου.
- Η πιο **κεντρική ακμή ως προς την EBC**: η ακμή που συμμετέχει στο μεγαλύτερο ποσοστό συντομότερων μονοπατιών.
- Ακμές με μεγάλο betweenness centrality είναι συχνά "γέφυρες", δηλαδή, συνδέουν κόμβους που ανήκουν σε διαφορετικές κοινότητες. Η αφαίρεσή τους αποσυνδέει τον γράφο.
- Ο αλγόριθμος Newman-Girvan **είναι ένας επαναληπτικός αλγόριθμος** για τον εντοπισμό κοινοτήτων.
- Σε **κάθε επανάληψη**, **υπολογίζει την EBC κάθε ακμής** ($\Longrightarrow$ υψηλό κόστος -χρόνος εκτέλεσης- υπολογισμού της διαμέρισης) και αφαιρεί την ακμή με την μεγαλύτερη EBC.
- **Τερματισμός αλγορίθμου**: επαναλήψεις έως ότου κάθε κόμβος αποτελεί μία κοινότητα.

Modularity Maximization

- Το πρόβλημα της εύρεσης της διαμέρισης ενός γράφου που **μεγιστοποιεί τη μετρική modularity είναι NP-complete** (Brandes et al., 2006).
- Για την επίλυση του προβλήματος χρησιμοποιούνται ευριστικές μέθοδοι.
- Άπληστη μέθοδος Clauset-Newman-Moore (2004):
    1. Κάθε κόμβος συνιστά μία κοινότητα.
    2. Για κάθε ζεύγος γειτονικών κόμβων, εξετάζεται αν η ανάθεσή τους στην ίδια κοινότητα αυξάνει το modularity. Αν ναι, τοποθετούνται στην ίδια κοινότητα.
    3. Το βήμα 2 επαναλαμβάνεται έως ότου βρεθεί μια τοπικά μέγιστη τιμή modularity.

Ζητούμενα άσκησης

- Να εκτελέσετε τους 3 αλγορίθμους community detection για όλες τις τοπολογίες (πραγματικές και συνθετικές).
- Να οπτικοποιήσετε τις διαμερίσεις.
- Να σχολιάσετε τα αποτελέσματά σας (σύγκριση του αριθμού των κοινοτήτων που υπολογίζει ο κάθε αλγόριθμος, modularity, performance της κάθε διαμέρισης, σύγκριση διαμερίσεων με ground-truth κοινότητες -όπου αυτές δίνονται-, trade-off ποιότητας διαμέρισης και χρόνου εκτέλεσης αλγορίθμων).

Όλοι οι αλγόριθμοι υπάρχουν υλοποιημένοι στην βιβλιοθήκη networkx!