2020-2021

Επεξεργασία Σημάτων
1η Γραπτή Εργασία

Άσκηση 1.1

$x(n) = \{\underline{1}, 1, -1, -1\}$, $N=4$

$\boxed{A.}$

α.) $X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n)\cdot e^{-j\frac{2\pi}{N}kn} = \sum_{n=0}^{N-1} x(n)\cdot W_N^{kn}$, $k=0,1,\dots,N-1$

• $X(0) = \sum_{n=0}^{4-1} x(n)\cdot W_4^{n\cdot 0} = x(0)\cdot W_4^{00} + x(1)\cdot W_4^{10} + x(2)\cdot W_4^{20} + x(4)\cdot W_4^{30} =$

$= x(0) + x(1) + x(2) + x(3) \Rightarrow X(0) = \cancel{1} + \cancel{1} + \cancel{(-1)} + \cancel{(-1)} \Rightarrow \boxed{X(0) = 0}$

• $X(1) = \sum_{n=0}^{3} x(n)\cdot W_4^{n1} = x(0)\cdot W_4^{01} + x(1)\cdot W_4^{11} + x(2)\cdot W_4^{21} + x(3)\cdot W_4^{31} =$

$= x(0) + x(1)\cdot(-j) + x(2)\cdot(-1) + x(3)\cdot j = 1 - j + 1 - j = 2 - 2j \Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{X(1) = 2 - 2j}$

• $X(2) = x(0)\cdot W_4^{02} + x(1)\cdot W_4^{12} + x(2)\cdot W_4^{22} + x(3)\cdot W_4^{32} =$

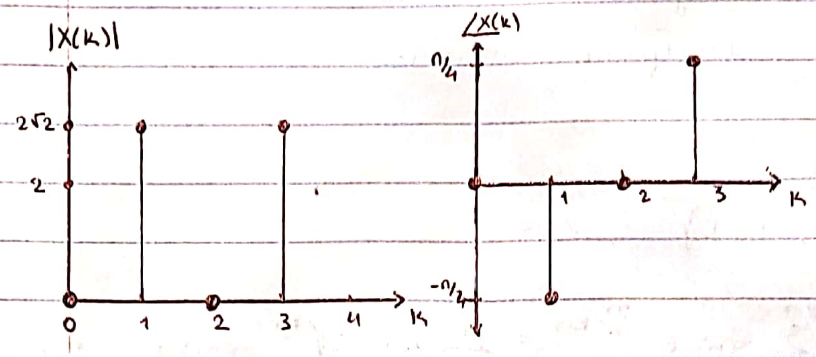
$= 1\cdot 1 + 1\cdot(-1) + (-1)\cdot 1 + (-1)(-1) = \cancel{1} - \cancel{1} - \cancel{1} + \cancel{1} = 0 \Rightarrow \boxed{X(2) = 0}$

• $X(3) = 1\cdot W_4^{03} + 1\cdot W_4^{13} - 1\cdot W_4^{23} - 1\cdot W_4^{33} = \underline{1\cdot 1} + \underline{1\cdot j} + \underline{(-1)\cdot(-1)} + \underline{(-1)\cdot(-j)}$

$\Rightarrow \boxed{X(3) = 2 + 2j}$

Άρα, $X(k) = \{0, 2-2j, 0, 2+2j\} = \{0, 2\sqrt{2}\cdot e^{-j\pi/4}, 0, 2\sqrt{2}\cdot e^{j\pi/4}\}$

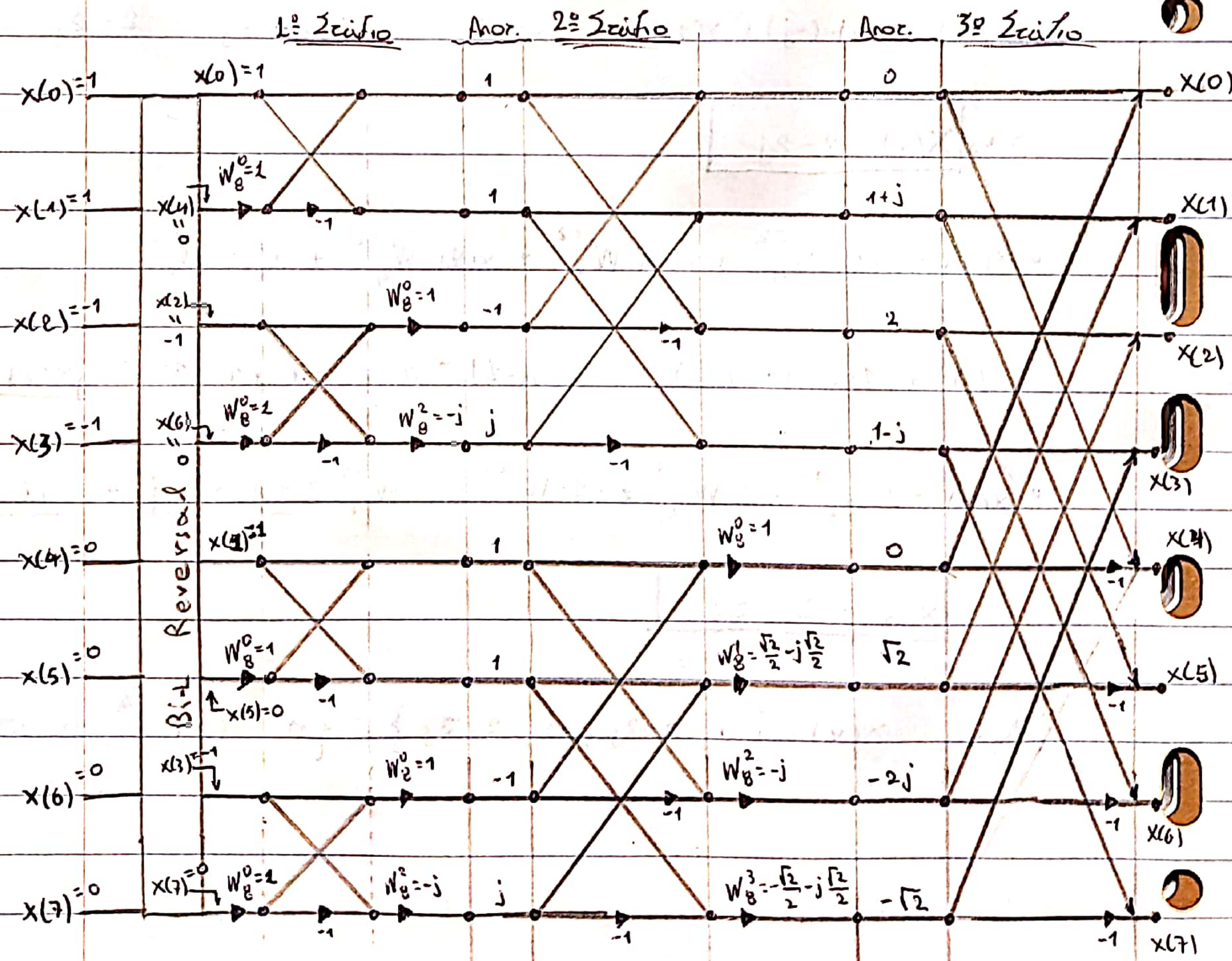
Επομένως:



β.) "Κώδικες"

B. α) Έχουμε:

- $W_8^0 = \left(e^{-j\frac{2\pi}{8}}\right)^0 = 1$
- $W_8^1 = \left(e^{-j\pi/4}\right)^1 = \frac{\sqrt{2}}{2} - j\frac{\sqrt{2}}{2}$
- $W_8^2 = \left(e^{-j\pi/4}\right)^2 = e^{-j\pi/2} = -j$
- $W_8^3 = \left(e^{-j\pi/4}\right)^3 = e^{-j3\pi/4} = -\frac{\sqrt{2}}{2} - j\frac{\sqrt{2}}{2}$



Τέλος, έχουμε: $X(0) = 0$, $X(4) = 0$

$X(1) = (1+\sqrt{2}) + j$, $X(5) = (1-\sqrt{2}) - j$

$X(2) = 2 - 2j$, $X(6) = 2 + 2j$

$X(3) = (1-\sqrt{2}) - j$, $X(7) = (1+\sqrt{2}) - j$

β.) "κώδικας"

Γ. α) $x(n) = \{\underline{1}, 1, -1, -1\}$ και $h(n) = \{\underline{1}, -1, 1\}$

```
      1  1 -1 -1
         1 -1  1
   ---------------
      1  1    -1 -1
  -1 -1  1     1
 1  1 -1 -1
---------------------
 1  0 -1  1  0 -1
```

$1\ 0\ -1\ 1\ 0\ -1 \Rightarrow y(n) = \{\underline{\underline{1}}, 0, -1, 1, 0, -1\}$

β.)

$N_1 = 4$, $N_2 = 3$, $(N_1 + N_2 - 1) = 6$

Η επέκταση του μήκους ακολουθίας του κάθε σήματος θα πρέπει να είναι τόσο ώστε να γίνει $(N_1 + N_2 - 1) = 6$, αφού χρησιμοποιούμε DFT / IDFT για την εύρεση του $y(n)$.

Άρα,
- $x'(n) = \{1, 1, -1, -1, 0, 0\}$
- $h'(n) = \{1, -1, 1, 0, 0, 0\}$

"κώδικας"

DFT: $X'(k) = \{0, 3, -1.732j, 0, +1.732j, 3\}$

$H'(k) = \{1, 0, 1 + 1.732j, 3, 1 - 1.732j, 0\}$

$X'(k) \cdot H'(k) = \{0, 0, \overset{\approx 3}{2.999} - 1.732j, 0, \overset{\approx 3}{2.999} + 1.732j, 0\} \overset{IDFT}{\Longrightarrow}$

$\Rightarrow \boxed{y(n) = \{1, 0, -1, 1, 0, -1\}}$

Scanned with CamScanner

Άσκηση 1.2

$$x(t) = \cos(2\pi F_1 \cdot t) + \cos(2\pi F_2 \cdot t)$$

$F_1 = 100Hz$, $F_2 = 125Hz$, $F_s = 1000Hz$

$$x(t) = \cos(200\pi t) + \cos(250\pi t) \xRightarrow{t = n/F_s}$$

$$\boxed{x(n) = \cos\left(\frac{\pi}{5} \cdot n\right) + \cos\left(\frac{\pi}{4} \cdot n\right)}, \quad n = 0, 1, \dots, N-1$$

Για τις λύσεις των Α, Β, Γ, γράφουμε κώδικα στο Octave.

Σημείωση: ο κώδικας είναι ο ίδιος καθώς έχει αξιοποιηθεί γενικευμένη μορφή επίλυσης.

Άσκηση 1.3

Αρχικά, για τον υπολογισμό του PIN χρειάζεται να σχεδιάσουμε μέσω του κώδικα (εισάγοντας το κάθε αρχείο .wav) τα διαγράμματα P(f). (όπου P = ισχύς και f συχνότητα σε Hz). Έτσι, παρατηρώντας τις κορυφές (peaks) και αντιστοιχίζοντάς τες στις συχνότητες θα βρούμε το αντίστοιχο πλήκτρο που πατήθηκε.

Για το Recording1.wav, έχουμε: first-peak → 858Hz
last-peak → 1338Hz

Επομένως, από το αρχείο audio-DTFT-freq-list παρατηρούμε πως το πλήκτρο που πατήθηκε είναι το "8".

Παρόμοια για τα:

- Recording2.wav: - f-peak → 775, - l-peak → 1209 ⇒ "4"
- Recording3.wav: - f-peak → 944, - l-peak → 1338 ⇒ "0"
- Recording4.wav: - f-peak → 775, - l-peak → 1340 ⇒ "5"

Επομένως, το PIN είναι: "8405".

Scanned with CamScanner

Άσκηση 1.4.

Επεξήγηση κώδικα

Εισάγουμε κάθε φωτογραφία στο .m αρχείο και τη διαβάζουμε με την εντολή imread. Έπειτα, την μετατρέπουμε σε gray, καθώς παράλληλα χρησιμοποιούμε την fft() για την εύρεση του φάσματός της, και την fftshift() για να έχουμε ως αρχή το (0.0). Στη συνέχεια, παίρνουμε τις διαστάσεις της φωτογραφίας και την οριοθετούμε (για τον x άξονα από $M/4$ μέχρι $3M/4$ και στον y αντίστοιχα).

Σημείωση: ~~καθώς~~ Αφού έχουμε να επεξεργαστούμε εικόνα μεγέθους pixel 512 x 512 είναι λογικό να οριοθετήσουμε από $M/4$ έως $\frac{3M}{4}$ καθώς θέλουμε από $[-n/2, n/2]$ σε κάθε άξονα και ισχύει $\frac{1}{2} \cdot \frac{M}{2} \to \frac{512}{2}$ (256).

[Πριν την fftshift το κέντρο της εικόνας ήταν το (256, 256) καθώς είπαμε πως αυτή αποτελεί matrix μεγέθους 512 x 512]