Introducció al Càlcul Diferencial **Matemàtiques**

Examen de Reavaluació. Semestre de Tardor 2019-20

JUSTIFIQUEU DETALLADAMENT LES VOSTRES RESPOSTES

1. Calculeu:

$$\lim_{n\to\infty} (1+2+\cdots+n)\,\sin\left(\frac{1}{n^2}\right) \qquad\qquad \lim_{n\to\infty} \frac{1+\sqrt{4}+\sqrt[3]{6}\cdots+\sqrt[n]{2n}}{4n}$$

2. Estudieu la convergència de la successió $\{x_n\}_{n\geq 1}$ definida per $x_1 = 2$ i

$$x_{n+1} = \frac{3x_n - 1}{x_n + 1}, \qquad \text{per } n \geq 1.$$

3. Digueu per quins valors reals de α i β la funció

$$f(x) = \begin{cases} \alpha\,\sin(x) & \text{si } x < 0 \\ (x-\beta)^2 - 2 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

és contínua i derivable a tot $\mathbb{R}$.

4. Per cada $n = 1, 2, 3...$, proveu que l'equació

$$x^n + x - 1 = 0$$

té una única solució a_n a l'interval $(0, +\infty)$. Proveu també que la successió $\{a_n\}_n$ és convergent, i calculeu-ne el límit.

5. Sigui $f(x) = \ln\sqrt{1-x^2}$.
   (i) Doneu el domini de f.
   (ii) Doneu el polinomi de Taylor f, de graus 2, 3 i 4, al voltant del punt $a = 0$.
   (iii) Calculeu el límit
   $$\lim_{x\to 0} \frac{\ln\sqrt{1-x^2} + \frac{x^2}{4}}{x^4}.$$

6. Sigui $f : [0, +\infty)$ una funció contínua, i suposeu que el límit $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ existeix i és finit. Demostreu que f és fitada a $[0, +\infty)$. Es pot dir el mateix si f és contínua a $(0, +\infty)$ però no ho és a $x = 0$?

TOTS ELS EXERCICIS VALEN EL MATEIX

ESCRIVIU LA RESPOSTA A CADA PREGUNTA EN UN FULL DIFERENT

POSEU EL VOSTRE NOM I COGNOM EN CADA FULL EN MAJÚSCULES