

# Matrius i Vectors

## Examen parcial, teoría

Noviembre 2019

Todos los teléfonos deberán estar desconectados durante el examen. Pongan nombre y apellidos en cada hoja. Entreguen al menos una hoja (aunque sea sólo con el nombre). Respondan estrictamente a lo que se pide.

Horario:

- Teoría: de 10 a 10.40 horas

1.- Definición de generadores de un espacio vectorial  $E$ . Demostración de que si vectores  $v_1, \dots, v_r$  son generadores de  $E$ , también lo son  $v_1, \dots, v_r, v_{r+1}, \dots, v_s$  para cualesquiera  $v_{r+1}, \dots, v_s \in E$

2.- Definición de suma  $F+G$  de dos subespacios  $F, G$  de un espacio vectorial  $E$ . Demostración de que la suma  $F+G$  es subespacio de  $E$ , de que contiene a  $F$  y  $G$ , y de que está contenida en cualquier subespacio de  $E$  que contenga a  $F$  y  $G$ .

# Matrius i Vectors

## Examen parcial, problemas

Noviembre 2019

Todos los teléfonos deberán estar desconectados durante el examen. Pongan nombre y apellidos en cada hoja. Entreguen los problemas en hojas separadas y al menos una hoja por problema (aunque sea sólo con el nombre). En la parte de problemas pueden consultarse libros y apuntes propios. Al terminar la parte de problemas dejen todo el material escrito en la tarima bajo la pizarra.

Horario:

- Problemas: de 8 a 9.50 horas
- Teoría: de 10 a 10.40 horas

1.- Se consideran los subespacios de  $\mathbb{R}^4$ :

$F$ , generado por los vectores

$$v_1 = (1, 1, 2, 1), \quad v_2 = (2, 1, 1, 1), \quad v_3 = (-2, 1, 5, 1),$$

y  $G$ , con ecuaciones

$$x + 2y + z - t = 0 \quad , \quad x + y + z + t = 0.$$

Se pide determinar razonadamente:

- (a) la dimensiones de  $F$  y  $G$ , así como una base de cada uno de ellos.
- (b) ecuaciones (independientes) o una base de cada uno de los subespacios  $F \cap G$  y  $F + G$ , así como sus dimensiones.

2.- En un espacio vectorial  $E$  se tienen una base  $e_1, \dots, e_n$  y un vector  $v$ , de componentes  $a_1, \dots, a_n$  en dicha base. Se pide demostrar que, para cualquier  $i = 1, \dots, n$ ,

$$e_1, \dots, e_{i-1}, v, e_{i+1}, \dots, e_n$$

son base de  $E$  si y sólo si  $a_i \neq 0$ .