Matrius i Vectors
Examen parcial, problemas

Noviembre 2013

Todos los teléfonos deberán estar desconectados durante el examen. Pongan nombre y apellidos en cada hoja. Entreguen los problemas en hojas separadas y al menos una hoja por problema (aunque sea sólo con el nombre). En la parte de problemas pueden consultarse libros y apuntes propios. Al terminar la parte de problemas dejen todo el material escrito en la tarima bajo la pizarra.

Horario:

- Problemas: de 8 a 9.50 horas
- Teoría: de 10 a 10.50 horas

1.- Sean

$$\mathbf{v}_1 = (1, 1, 2, 1, 0),\ \mathbf{v}_2 = (3, 1, 4, 1, 0),\ \mathbf{v}_3 = (2, -1, 1, -1, 0),$$

F el subespacio vectorial de $\mathbb{R}^5$ generado por $\{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3\}$ y G_a el subespacio vectorial de $\mathbb{R}^5$ que tiene ecuaciones

$$\begin{aligned} x_1 - x_2 - 2x_3 + 3x_4 + x_5 &= 0 \\ x_2 + x_3 + ax_4 &= 0, \end{aligned}$$

donde $a \in \mathbb{R}$ es un parámetro. Se pide determinar:

(1) La dimensión de F i una base de F.

(2) Un sistema de ecuaciones del subespacio F.

(3) $\dim F \cap G_a$ en función de a.

(4) Una base de $F \cap G_a$ en función de a.

(5) La dimensión $F + G_a$ y los valores de a para los que la suma es directa

2.- En un espacio vectorial se tienen vectores e_1, e_2, e_3, e_4 y se definen v_1, v_2, v_3, v_4

por las relaciones

$$\begin{aligned} v_1 &= e_1 \\ v_2 &= e_2 + v_1 \\ v_3 &= e_3 + v_2 \\ v_4 &= e_4 + v_3 \end{aligned}$$

Se pide:

a) Demostrar que e_1, e_2, e_3, e_4 y v_1, v_2, v_3, v_4 generan el mismo subespacio.

b)Demostrar que e_1, e_2, e_3, e_4 son linealmente independientes si y sólo si lo son v_1, v_2, v_3, v_4.