

1. Siguin  $\{a_n\}_n$  i  $\{b_n\}_n$  successions convergents, i  $a$  i  $b$  els seus límits respectivament.
  - (a) Demostra que si existeix un  $n_0 \in \mathbb{N}$  tal que  $a_n \leq b_n$  per a tot  $n \geq n_0$  aleshores  $a \leq b$ .
  - (b) Dóna un contraexemple que demostrï que l'afirmació anterior no és certa amb desigualtats estrictes.
2. Sigui  $\{a_n\}_n$  una successió de nombres reals definida per:  $a_{n+1} = \sqrt{3 + \frac{a_n^2}{2}}$   $n \in \mathbb{N}$ 
  - (a) Per quins valors d' $a_1 \in \mathbb{R}$  la successió  $\{a_n\}_n$  és monòtonament creixent? Per quins és monòtonament decreixent?
  - (b) Per quins valors d' $a_1$  la successió és convergent? Quin és el límit en aquests casos?
3.
  - (a) Sigui  $f$  una funció injectiva i contínua a l'interval  $[a, b]$  i derivable al punt  $x_0 \in (a, b)$  amb  $f'(x_0) \neq 0$ . Demostreu que la derivada de la funció inversa és  $(f^{-1})'(f(x_0)) = \frac{1}{f'(x_0)}$ .
  - (b) Utilitza el resultat anterior per a trobar la derivada de la funció inversa del cosinus, sabent que el cosinus és bijectiu i derivable a l'interval  $(0, \pi)$ .
4. Calculeu els límits següents (si existeixen):

$$\lim_{x \rightarrow 3} \ln \left( \frac{\sqrt{x} - \sqrt{3}}{x - 3} \right) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x - 5^x}{e^x + 5^x} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 7x + 6}{\sqrt{2x + 3} - \sqrt{x + 4}}$$
$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \frac{2x + 3}{2x - 1} \right)^{\sqrt{3x^3 + 2x - 1}} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(2\cos x - 2 + x^2)^8}{x^{32}}$$

5. Demostreu que el polinomi  $P(x) = 2x^4 + 4x^2 + 3x - 1$  té exactament dues solucions. Doneu també dos interval d'amplada com a molt de 0.5 que continguin una arrel cada un.
6. Sigui la funció  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definida per

$$f(x) = \begin{cases} ax + b & \text{si } x \leq 0, \\ x^x & \text{si } x > 0. \end{cases}$$

- (a) Determina per a quins valors d' $a, b \in \mathbb{R}$   $f(x)$  és contínua a tot els  $\mathbb{R}$ .
  - (b) Busca els màxims i mínims d' $f$ , si en té.
  - (c) Determina per a quins valors d' $a, b \in \mathbb{R}$   $f'(x)$  és contínua a tot els  $\mathbb{R}$ .
  - (d) Representa la gràfica de la funció  $f$  per  $a = b = 1$ .
7.
  - (a) Utilitza la serie de Taylor de  $P(x) = 2x^4 - 3x^3 + x^2 - 1$  per a trobar el seu desenvolupament en potències de  $(x + 2)$
  - (b) Calcula una aproximació del  $\ln(0,9)$  amb un error inferior a  $10^{-4}$

TOTS ELS EXERCICIS VALEN EL MATEIX

ESCRIVIU LA RESPOSTA A CADA PREGUNTA EN UN FULL DIFERENT

POSEU EL VOSTRE NOM I COGNOM EN CADA FULL