

- Respon a cada pregunta (1 a 6) en fulls diferents.
- Entrega almenys un full per cada pregunta (encara que el deixis en blanc).
- Numera correctament les 6 preguntes i els seus apartats.
- No t'oblidis de posar el teu nom i cognoms (en aquest ordre, en MAJÚSCULES i lletra clara) a l'angle superior dret de cada full. A l'esquerra posa també "«Matí» o «Tarda», segons correspongui.
- Recorda que cal justificar totes les respostes.

T1 Digues què és una demostració pel contrarecíproc i demostra pel contarecíproc que per tot n natural, si n^2 és parell, aleshores n és parell. [17 p.]

T2 Digues en què consisteix el mètode d'inducció completa i demostra per inducció completa que per tot natural $n > 1$, n és primer o producte de primers. [17 p.]

T3 Defineix les tres operacions bàsiques de conjunts. [6 p.]

P1 Demostra que no existeix cap nombre natural n tal que $n^2 + 1$ és múltiple de 3. [20 p.]

P2 Demostra per inducció que tot polinomi a coeficients reals de grau $n \geq 1$ té com a màxim n arrels reals. [20 p.]

P3 Considera els següents conjunts:

$$A = \{x \in \mathbb{Q} : \exists n \in \mathbb{Z} (x = 3^n)\}$$

$$B = \{x \in \mathbb{R} : |x - 5| \leq \frac{19}{4}\}$$

$$C = \{0, \frac{1}{4}, 9, \{\frac{1}{4}, \frac{39}{4}\}, \frac{1}{3}, \{\frac{1}{4}\}, 1\}$$

(a) Expressa B com un interval.

(b) Dóna extensionalment els conjunts: $A \cap B$, $C \setminus A$ i $C \setminus (A \cup B)$.

(c) Digues raonadament si són certes o falses les següents afirmacions:

$$\frac{1}{27} \in A;$$

$$\frac{1}{27} \in B;$$

$$A \cap B \subseteq C;$$

$$\{\frac{1}{4}\} \subseteq C;$$

$$\{\{\frac{1}{4}\}\} \subseteq C;$$

$$\{\frac{1}{4}, \frac{39}{4}\} \subseteq C;$$

[20 p.]