

$$a \neq 0 \quad ab - 1 = 0 \Leftrightarrow ab = 1 \Leftrightarrow b = 1/a \quad \forall b \in \mathbb{R}$$

$$b = \frac{1}{2} \quad a = \frac{1}{2}$$

(a) Calcular  $\det A$ .

(b) Calcular el rango de  $A$  según valores de  $a, b$ .

3.- Se consideran subespacios  $F, G, H$  de un espacio vectorial  $E$  de dimensión finita que cumplen  $F \subset G \subset H$  y  $F \neq G \neq H$ . Se pide:

(a) Demostrar que se cumple  $\dim H \geq \dim F + 2$ .

(b) Demostrar que cualesquiera vectores  $v \in F, v \neq 0, w \in G - F$  y  $u \in H - G$  son linealmente independientes.

4.- Sea  $f : E \rightarrow E$  un endomorfismo de un espacio vectorial  $E$  de dimensión finita. Se pide:

(a) Demostrar que  $\ker(f) \subset \ker(f^2)$  y  $\operatorname{Im}(f) \supset \operatorname{Im}(f^2)$ .

(b) Demostrar la equivalencia de las siguientes condiciones:

(i)  $\ker(f) \neq \ker(f^2)$ .

(ii)  $\operatorname{rg}(f) \neq \operatorname{rg}(f^2)$ .

(iii)  $\ker(f) \cap \operatorname{Im}(f) \neq \{0\}$ .