

**Solució al problema 2**

Tenim que els valors aproximats de  $a$  i  $b$  són  $\bar{a} = 32\text{mm}$ ,  $\bar{b} = 46\text{mm}$ , i que la fita dels seus errors absoluts és la mateixa  $\epsilon_a(a) = \epsilon_a(b) = \epsilon_a = 1\text{mm}$ . Aïllant  $f$ , tenim

$$f = \frac{ab}{a+b} = h(a, b),$$

Així  $\bar{f} = h(\bar{a}, \bar{b}) \approx 18.87$ . Usarem la fórmula de propagació de l'error

$$\Delta f \approx \frac{\partial h}{\partial a}(\bar{a}, \bar{b})\Delta a + \frac{\partial h}{\partial b}(\bar{a}, \bar{b})\Delta b,$$

i, per tant, cal calcular  $\frac{\partial h}{\partial a}$  i  $\frac{\partial h}{\partial b}$ :

$$\frac{\partial h}{\partial a} = \frac{b^2}{(a+b)^2}, \quad \frac{\partial h}{\partial b} = \frac{a^2}{(a+b)^2}.$$

Fitem l'error màxim

$$\epsilon_a(f) \lesssim \left| \frac{\partial h}{\partial a}(\bar{a}, \bar{b}) \right| \epsilon_a(a) + \left| \frac{\partial h}{\partial b}(\bar{a}, \bar{b}) \right| \epsilon_a(b) = \frac{\bar{a}^2 + \bar{b}^2}{(\bar{a} + \bar{b})^2} \epsilon_a = \frac{32^2 + 46^2}{(32 + 46)^2} = \frac{3140}{6084} \approx 0.5161.$$

Així, podem escriure  $f = 18.87 \pm 0.52\text{mm}$ .