

No sé si està bé

- 4.- [1 punt] Tabulem la funció $f(x) = \log_{10}(x)$ en abscisses equidistants a l'interval $[1, 10]$ amb pas h . Si $z \in [1, 10]$ aproximem $f(z)$ pel valor, en z , del polinomi lineal obtingut a partir dels 2 punts de la taula més propers a z .

Quin és el valor més gran del pas que podem usar a fi que l'error en aquesta aproximació no excedeixi de $\frac{1}{2}10^{-6}$?

$$h \leq 2 \cdot 10^{-3}$$

- 5.- [1 punt] Donada la taula

t	-0.3	-0.1	0	0.1	0.3
$r(t)$	0.7408	0.9048	1	1.1052	1.3499

volem aproximar el valor $r'(0)$. Useu la fórmula centrada

$$r'(t) \approx \frac{r(t+h) - r(t-h)}{2h}$$

$$0.9957916668$$

$$0.977166 \approx r'(0)$$

amb dos passos h diferents i després feu un pas d'extrapolació, per a trobar l'aproximació buscada.

- 6.- [1 punt] Considerem la fórmula d'integració numèrica:

$$\frac{3f_0(0.1) - f_0(0.3)}{2}$$

$$\frac{3f(0.1) - f_0(0.3)}{2}$$

$$\int_0^1 f(x) dx \approx Q(f) = \frac{2}{3}f(0) + \frac{1}{6}f'(0) + \frac{1}{3}f(1). \checkmark$$

Demostreu que és exacta per a polinomis de grau més petit o igual que 2, i dedueu una fórmula de l'error que sigui de la forma

$$\int_0^1 f(x) dx - Q(f) = M f^{(k)}(\xi),$$

on cal determinar $M \in \mathbb{R}$, i $k \in \mathbb{N}$.

- 7.- [2 punts] Considerem l'equació $f(x) = x - 3\sin(x) - \frac{1}{2} = 0$.

$$2.43887702 \times 9$$

$$2.1$$

(a) Demostreu que, a l'interval $[2, 3]$, té una única arrel. Trobeu-la, amb 6 decimals correctes, usant el mètode de Newton amb aproximació inicial $x_0 = 3$. Escriuiu tots els iterats.

(b) Sigui $M \neq 0$ un paràmetre. L'equació $f(x) = 0$ és equivalent a

$$x = \frac{(M+1)x - 3\sin(x) - 0.5}{M} \equiv g_M(x).$$

Per a buscar l'arrel α de l'apartat anterior, es considera el mètode iteratiu simple amb funció d'iteració g_M . Trobeu el valor de M tal que el mètode sigui el millor possible respecte la velocitat de convergència.

$$M = -1 + 3\cos(x)$$

$$g'(x) = \frac{M+1 - 3\cos x}{M}$$

$$M$$

$$0 = M+1 - 3\cos x$$

Feu cada exercici en fulls diferents

Qualificacions: Dilluns, 4 de febrer, al Campus Virtual.

Revisió: Dimarts, 5 de febrer, de 12h a 13h, al xalet.