Solució al problema 24 I

Hem de fer l'eliminació gaussiana de

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 \\ 1 & 4 & 1 & 1 \\ 2 & 8 & c & 4 \\ 3 & 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

Pas 1: multiplicadors: $m_{21} = \frac{1}{1} = 1$, $m_{31} = \frac{2}{1} = 2$ i $m_{41} = \frac{3}{1} = 3$.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 \\ 0 & 2 & 2 & -2 \\ 0 & 4 & c+2 & -2 \\ 0 & -4 & 6 & -8 \end{pmatrix}.$$

Mètodes Numèrics I. UB

Solució al problema 24 (cont.)

Pas 2: multiplicadors: $m_{32} = \frac{4}{2} = 2$, $m_{42} = \frac{-4}{2} = -2$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 \\ 0 & 2 & 2 & -2 \\ 0 & 0 & c-2 & 2 \\ 0 & 0 & 10 & -12 \end{pmatrix}.$$

Pas 3: Si $c = 2$ no podem continuar. Per tant, per $c = 2$ no podem trobar la descomposició $A = LU$.
Ho fem per $c = 0$ i, llavors tenim la matriu

$$A^{(3)} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 \\ 0 & 2 & 2 & -2 \\ 0 & 0 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 10 & -12 \end{pmatrix}.$$

Mètodes Numèrics I. UB

Solució al problema 24 (cont.)

Fent el pas, tenim $m_{43} = \frac{10}{-2} = -5$ i

$$A^{(4)} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 \\ 0 & 2 & 2 & -2 \\ 0 & 0 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}.$$

Per tant, per a $c = 0$ la descomposició que ens queda és

$$LU = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 1 & 0 \\ 3 & -2 & -5 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 \\ 0 & 2 & 2 & -2 \\ 0 & 0 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}.$$

Mètodes Numèrics I. UB