Universidade Federal da Paraíba (UFPB) - PPGESP

Planejamento de Trajetória para Soldagem por Pontos com Braços Robóticos em Portas de Veículos

Regina Araújo

June 6, 2025

Descrição Geral

O problema modelado é baseado em um processo real de soldagem de portas em uma fábrica de carrocerias automotivas. O objetivo principal é **minimizar o tempo de ciclo** respeitando as restrições operacionais.

Contexto Operacional

- 2 plataformas de soldagem
- Cada plataforma possui 4 braços robóticos

Características do Processo

- 110 pontos de solda por porta
- 4 tipos distintos de soldagem

Observação Importante

- Devido à confidencialidade, não foram utilizados dados reais

Motivação para a Simplificação

Devido à complexidade envolvida na modelagem e na obtenção de soluções aplicáveis ao problema real, optou-se por trabalhar com uma **versão simplificada** do processo.

Abordagem Adotada

- Considera-se uma célula de soldagem com **número reduzido de pontos de solda**;
- Essa simplificação visa **facilitar a análise** e o **desenvolvimento de métodos de solução**.

Objetivo

- Criar um modelo representativo que mantenha a essência do problema original, mas com menor complexidade computacional.

Modelo Matemático de Roteamento de Soldagens

Conjuntos

- M: Conjunto de máquinas

Modelo Matemático de Roteamento de Soldagens

Conjuntos

- M: Conjunto de máquinas
- P: Conjunto de pontos de solda

Modelo Matemático de Roteamento de Soldagens

Conjuntos

- M: Conjunto de máquinas
- P: Conjunto de pontos de solda
- $V = M \cup P$: Conjunto de todos os vértices

Modelo Matemático de Roteamento de Soldagens

Conjuntos

- M: Conjunto de máquinas
- P: Conjunto de pontos de solda
- $V = M \cup P$: Conjunto de todos os vértices

Parâmetros

- dist_{ij}: Distância euclidiana entre i e j, para $i, j \in P$.

Modelo Matemático de Roteamento de Soldagens

Conjuntos

- M: Conjunto de máquinas
- P: Conjunto de pontos de solda
- $V = M \cup P$: Conjunto de todos os vértices

Parâmetros

- dist_{ij}: Distância euclidiana entre i e j, para $i, j \in P$.
- v: Velocidade do robô.

Modelo Matemático de Roteamento de Soldagens

Conjuntos

- M: Conjunto de máquinas
- P: Conjunto de pontos de solda
- $V = M \cup P$: Conjunto de todos os vértices

Parâmetros

- dist_{ij}: Distância euclidiana entre i e j, para $i, j \in P$.
- v: Velocidade do robô.
- t_r: Tempo de resfriamento da solda.

Modelo Matemático de Roteamento de Soldagens

Conjuntos

- M: Conjunto de máquinas
- P: Conjunto de pontos de solda
- $V = M \cup P$: Conjunto de todos os vértices

Parâmetros

- dist_{ij}: Distância euclidiana entre i e j, para $i, j \in P$.
- v: Velocidade do robô.
- t_r: Tempo de resfriamento da solda.
- t_s: Tempo de setup (troca de tipo).

Modelo Matemático de Roteamento de Soldagens

Conjuntos

- M: Conjunto de máquinas
- P: Conjunto de pontos de solda
- $V = M \cup P$: Conjunto de todos os vértices

Parâmetros

- dist_{ij}: Distância euclidiana entre i e j, para $i, j \in P$.
- v: Velocidade do robô.
- t_r: Tempo de resfriamento da solda.
- t_s: Tempo de setup (troca de tipo).
- t_{ij}: Tempo total de i a j:

$$t_{ij} = \frac{\text{dist}_{ij}}{v} + t_r + \begin{cases} t_s & \text{se } i, j \in P \text{ e tipos diferentes,} \\ 0 & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

Modelo Matemático de Roteamento de Soldagens

Variáveis de Decisão

- $x_{kij} \in \{0, 1\}$:

$$\begin{cases} 1, & \text{se a máquina } k \text{ vai de } i \text{ a } j, \ \forall i, j \in P, k \in M, \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

Modelo Matemático de Roteamento de Soldagens

Variáveis de Decisão

- $x_{kij} \in \{0, 1\}$:

$$\begin{cases} 1, & \text{se a máquina } k \text{ vai de } i \text{ a } j, \ \forall i, j \in P, k \in M, \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

- $u_{ki} \geq 0$: Variável auxiliar para eliminar sub-rotas (MTZ), $\forall i \in P, k \in M$.

Modelo Matemático de Roteamento de Soldagens

Variáveis de Decisão

- $x_{kij} \in \{0, 1\}$:

$$\begin{cases} 1, & \text{se a máquina } k \text{ vai de } i \text{ a } j, \ \forall i, j \in P, k \in M, \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

- $u_{ki} \geq 0$: Variável auxiliar para eliminar sub-rotas (MTZ), $\forall i \in P, k \in M$.
- $Z \geq 0$: Tempo de ciclo total (*makespan*).

Modelo Matemático de Roteamento de Soldagens

$$\min Z$$

Sujeito a:

$$\sum_{k \in M} \sum_{i \in V} x_{kij} = 1 \quad \forall j \in P \tag{1}$$

(3)

- (1): Cada ponto $j \in P$ é visitado uma única vez.

Modelo Matemático de Roteamento de Soldagens

$$\min Z$$

Sujeito a:

$$\sum_{k \in M} \sum_{i \in V} x_{kij} = 1 \quad \forall j \in P \tag{1}$$

$$\sum_{j \in P} x_{kkj} = 1 \quad \forall k \in M \tag{2}$$

$$\tag{3}$$

- (1): Cada ponto $j \in P$ é visitado uma única vez.
- (2): Cada máquina k inicia no seu vértice.

Modelo Matemático de Roteamento de Soldagens

$$\min Z$$

Sujeito a:

$$\sum_{k \in M} \sum_{i \in V} x_{kij} = 1 \quad \forall j \in P \tag{1}$$

$$\sum_{j \in P} x_{kkj} = 1 \quad \forall k \in M \tag{2}$$

$$\sum_{i \in P} x_{kik} = 1 \quad \forall k \in M \tag{3}$$

- (1): Cada ponto $j \in P$ é visitado uma única vez.
- (2): Cada máquina k inicia no seu vértice.
- (3): Cada máquina k termina no seu vértice.

Modelo Matemático de Roteamento de Soldagens

$$x_{kij} = 0 \quad \forall k \in M, i \in M, j \in V \tag{4}$$

(7)

- (4): Máquinas não visitam outras máquinas.

Modelo Matemático de Roteamento de Soldagens

$$x_{kij} = 0 \quad \forall k \in M, i \in M, j \in V \tag{4}$$

$$\sum_{i \in V} x_{kij} = \sum_{i \in V} x_{kji} \quad \forall k \in M, j \in V \tag{5}$$

(7)

- (4): Máquinas não visitam outras máquinas.
- (5): Conservação de fluxo em cada ponto j.

Modelo Matemático de Roteamento de Soldagens

$$x_{kij} = 0 \quad \forall k \in M, i \in M, j \in V \tag{4}$$

$$\sum_{i \in V} x_{kij} = \sum_{i \in V} x_{kji} \quad \forall k \in M, j \in V \tag{5}$$

$$u_{ki} - u_{kj} + |V| \cdot x_{kij} \leq |V| - 1 \quad \forall k \in M, i, j \in P, i \neq j \tag{6}$$

$$\tag{7}$$

- (4): Máquinas não visitam outras máquinas.
- (5): Conservação de fluxo em cada ponto j.
- (6): Restrição MTZ para evitar sub-rotas.

Modelo Matemático de Roteamento de Soldagens

$$x_{kij} = 0 \quad \forall k \in M, i \in M, j \in V \tag{4}$$

$$\sum_{i \in V} x_{kij} = \sum_{i \in V} x_{kji} \quad \forall k \in M, j \in V \tag{5}$$

$$u_{ki} - u_{kj} + |V| \cdot x_{kij} \leq |V| - 1 \quad \forall k \in M, i, j \in P, i \neq j \tag{6}$$

$$Z \geq \sum_{i \in V} \sum_{j \in V} t_{ij} \cdot x_{kij} \quad \forall k \in M \tag{7}$$

- (4): Máquinas não visitam outras máquinas.
- (5): Conservação de fluxo em cada ponto j.
- (6): Restrição MTZ para evitar sub-rotas.
- (7): Limitação do tempo de ciclo por máquina.

Ambiente Computacional

O modelo foi implementado utilizando:

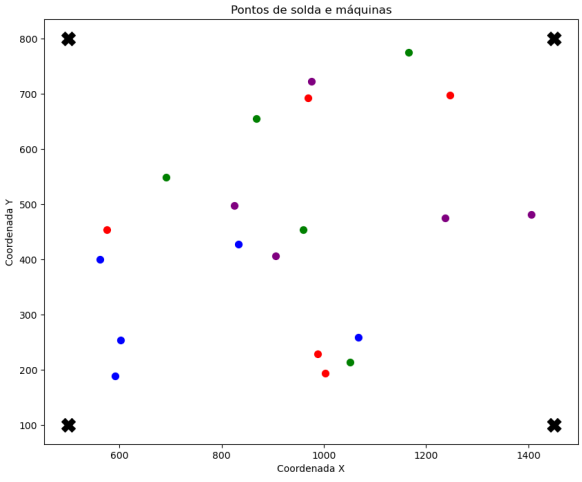
- **Jupyter Notebook**: Ambiente interativo para desenvolvimento e testes
- **Python**: Linguagem de programação principal
- **Bibliotecas**:
  - `gurobipy`: Interface Python para o solver Gurobi
  - `numpy`: Manipulação numérica eficiente
  - `matplotlib`: Visualização dos resultados
- **Solver**: Gurobi Optimizer versão 12.0.2 (solver comercial usando licença academica)

Fluxo de Implementação

1. Configuração inicial do ambiente
2. Geração dos dados sintéticos com NumPy (usando como base os dados reais)
3. Cálculo das matrizes de distância e tempo
4. Construção passo a passo do modelo:
   - 4.1 Definição das variáveis
   - 4.2 Adição das restrições
   - 4.3 Especificação da função objetivo
5. Otimização com Gurobi
6. Visualização com Matplotlib

Geração de Dados - Cenário

- **20 pontos aleatórios** distribuídos em **4 tipos**
- **Velocidade do robô:** 40 cm/s
- **Tempo de resfriamento:** 2 s
- **Setup inicial:** 10 s

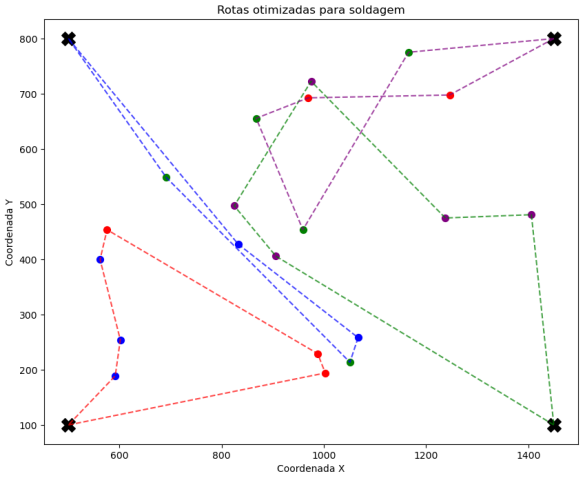


Resultado da Otimização

- **Tempo de resolução com Gurobi:** 610 segundos
- **Makespan (tempo máximo):** 61.08 unidades de tempo

Rotas das máquinas e seus tempos:

- **M1 (59.47):** M1 → 1 (A) → 2 (A) → 5 (A) → 6 (B) → 9 (B) → 7 (B) → M1
- **M2 (61.08):** M2 → 10 (B) → 8 (B) → 14 (C) → 11 (C) → M2
- **M3 (60.08):** M3 → 18 (D) → 17 (D) → 16 (D) → 19 (D) → 20 (D) → M3
- **M4 (59.56):** M4 → 15 (C) → 12 (C) → 13 (C) → 4 (A) → 3 (A) → M4



Comparação entre Cenários

Cenário	Pontos	Velocidade (cm/s)	Setup (s)	Makespan	Tempo Solver (s)
1	20	40	10	61.08	610
2	20	30	10	74.51	1675
3	15	40	10	50.50	5
4	15	30	10	60.66	2
5	15	40	5	45.50	1
*6**	20	40	5	*timeout*	*timeout*

- O tempo de resolução aumenta com o número de pontos e com menor velocidade.
- A redução no tempo de setup e o aumento da velocidade tendem a melhorar o makespan e o desempenho do solver.
- Em alguns casos, cenários podem apresentar falhas de resolução por limitações do solver (ex: tempo limite).

Conclusões e Próximos Passos

- O modelo de otimização proposto mostrou-se eficiente para pequenos conjuntos de pontos.
- Variações de velocidade, tempo de setup e distribuição influenciam significativamente o makespan.
- O tempo de resolução cresce com o número de pontos e a complexidade do problema.
- A inclusão de colisões diretamente no modelo aumentaria muito sua complexidade.
- **Solução:** possíveis colisões serão tratadas por meio de abordagens heurísticas.

Próximos passos:

- Implementar heurísticas para evitar colisões.
- Testar instâncias maiores e mais realistas.

Obrigada!

Perguntas?

Apresentado por: Regina Araújo
UFPB