СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ

ЛЕКЦИЯ 18

Тема 2.1. Основные положения. Гипотезы и допущения

Иметь представление о видах расчетов в сопротивлении материалов, о классификации нагрузок, о внутренних силовых факторах и возникающих деформациях, о механических напряжениях.

Знать основные понятия, гипотезы и допущения в сопротивлении материалов.

«Сопротивление материалов?» – это раздел «Технической механики», в котором излагаются теоретико-экспериментальные основы и **методы расчета наиболее распространенных элементов конструкций на прочность, жесткость и устойчивость.**

В сопротивлении материалов пользуются данными смежных дисциплин: физики, теоретической механики, материаловедения, математики и др. В свою очередь сопротивление материалов как наука является опорной базой для целого ряда технических дисциплин.

Любые создаваемые конструкции должны быть не только прочными и надежными, но и недорогими, простыми в изготовлении и обслуживании, с минимальным расходом материалов, труда и энергии.

Расчеты сопротивления материалов являются базовыми для обеспечения основных требований к деталям и конструкциям.

Основные требования к деталям и конструкциям и виды расчетов в сопротивлении материалов

Механические свойства материалов

1. Прочность – способность не разрушаться под нагрузкой.

2. Жесткость – способность незначительно деформироваться под нагрузкой.

3. Выносливость – способность длительное время выдерживать переменные нагрузки.

4. Устойчивость – способность сохранять первоначальную форму упругого равновесия.

5. Вязкость – способность воспринимать ударные нагрузки.

Виды расчетов

1. Расчет на прочность обеспечивает неразрушение конструкции.

2. Расчет на жесткость обеспечивает деформации конструкции под нагрузкой в пределах допустимых норм.

3. Расчет на выносливость обеспечивает необходимую долговечность элементов конструкции.

4. Расчет на устойчивость обеспечивает сохранение необходимой формы равновесия и предотвращает внезапное искривление длинных стержней.

5. Для обеспечения прочности конструкций, работающих при ударных нагрузках (при ковке, штамповке и подобных случаях), проводятся *расчеты на удар.*

Основные гипотезы и допущения

Приступая к расчетам конструкции, следует решить, что в данном случае существенно, а что можно отбросить, т. к. решение технической задачи с полным учетом всех свойств реального объекта невозможно.

Гипотеза об отсутствии первоначальных внутренних усилий – не принимаются во внимание силы взаимодействия между частицами нагруженного тела.

Допущения о свойствах материалов

1. Материалы ***однородные*** – в любой точке материалы имеют одинаковые физико-механические свойства.

2. Материалы представляют ***сплошную среду*** – кристаллическое строение и микроскопические дефекты не учитываются.

3. Материалы ***изотропны*** – механические свойства не зависят от направления нагружения.

4. Материалы обладают ***идеальной упругостью*** – полностью восстанавливают форму и размеры после снятия нагрузки.

В реальных материалах эти допущения выполняются лишь отчасти, но принятие таких допущений упрощает расчет. Все упрощения принято компенсировать, введя запас прочности.

Гипотезы и допущения, связанные **с деформациями элементов конструкций.**

Изменение линейных и угловых размеров тела называется соответственно **линейной и угловой деформацией**.

Изменение положения (координат) точек тела, вызванное деформацией, называется **перемещением**.

1. *Допущение о малости перемещений, или принцип начальных размеров*. **Деформации тела и связанные с ними перемещения точек и сечений малы по сравнению с размерами тела**.

2. *Допущение о линейной деформируемости тел*. **Перемещения точек и сечений упругого тела в известных пределах нагружения *прямо пропорциональны* силам, вызывающим эти перемещения.**

3. *Гипотеза плоских сечений, или гипотеза Бернулли*. **Плоские поперечные сечения, проведенные в теле до деформации, остаются при деформации *плоскими* и *нормальными к оси*** (рис. 18.2). Эта гипотеза была впервые высказана швейцарским ученым Якобом Бернулли (1654—1705) и положена в основу при изучении большинства основных деформаций бруса.

4. *Принцип независимости действия сил*. **Результат действия группы сил не зависит от последовательности нагружения ими конструкций и равен сумме результатов действий каждой из сил в отдельности**.

5. *Принцип смягченных граничных условий (принцип Сен-Венана*). **На некотором расстоянии от места приложения внешних нагрузок распределение напряжений практически не зависит от способа приложения этих нагрузок.**

Виды нагрузок и основных деформаций

В процессе работы машин и сооружений их узлы и детали воспринимают и передают друг другу различные нагрузки, т.е. силовые воздействия, вызывающие изменение внутренних сил и деформации узлов и деталей.

Силы, воспринимаемые элементами конструкций, являются либо массовыми, или объемными (силы тяжести, силы инерции), либо поверхностными силами контактного взаимодействия рассматриваемого элемента с соседними элементами или прилегающей к нему средой (например, пар, воздух, жидкость).

Из теоретической механики известно, что поверхностные нагрузки бывают сосредоточенными или распределенными.

В зависимости от характера действия нагрузки подразделяют на:

1. Статические нагрузки (рис. 18.2 *а)* не меняются со временем или меняются очень медленно. При действии статических нагрузок проводится расчет на прочность.

Пример статической нагрузки – сила тяжести сооружений.

2. Динамические нагрузки (рис. 18.2 *в)* меняют свое значение в короткий промежуток времени, они вызывают большие ускорения и силы инерции и могут привести к внезапному разрушению конструкции.

К динамическим относятся **ударные, внезапно приложенные и повторно-переменные нагрузки**.

Повторно-переменные нагрузки (рис. 18.2 б) многократно меняют значение или значение и знак. Действие таких нагрузок вызывает усталость металла.

Ударные нагрузки возникают, например, при ковке металла или забивке свай; примером *внезапно прилагаемой нагрузки* является давление колеса, катящегося по рельсу;

повторно-переменные нагрузки испытывают, например, детали кривошипно-ползунного механизма паровой машины. К **динамическим** относятся также **инерционные нагрузки**, например силы инерции в ободе вращающегося маховика.

Следует помнить, что в число внешних сил, принимаемых во внимание при расчете конструкций, входят *не только* активные силы, *но также* реакции связей и силы инерции (при движении с достаточно большим ускорением).

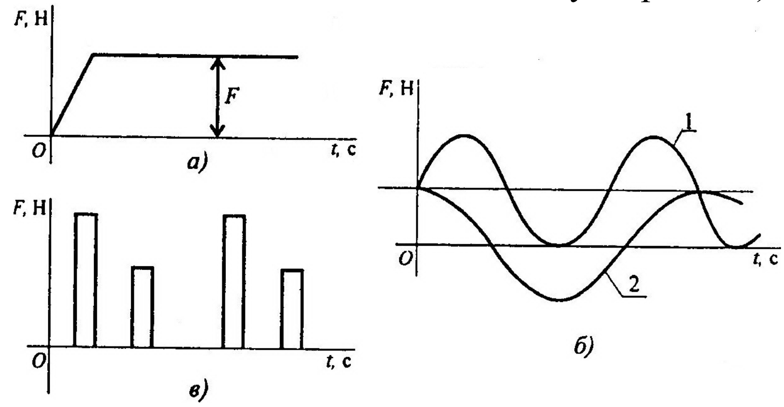


Рис. 18.2

Из теоретической механики известно, что по способу приложения нагрузки могут быть *сосредоточенными* или *распределенными* по поверхности.

Реально передача нагрузки между деталями происходит не в точке, а на некоторой площадке, т.е. нагрузка является распределенной.

Однако если площадка контакта пренебрежительно мала по сравнению с размерами детали, силу считают сосредоточенной.

При расчетах реальных деформируемых тел в сопротивлении материалов заменять распределенную нагрузку сосредоточенной не следует.

Аксиомы теоретической механики в сопротивлении материалов используются ограниченно.

Нельзя переносить пару сил в другую точку детали, перемещать сосредоточенную силу вдоль линии действия, нельзя систему сил Заменять равнодействующей при определении перемещений. Все вышеперечисленное меняет распределение внутренних сил в конструкции.

Основные виды деформаций.

Известно, что в процессе эксплуатации элементы конструкций испытывают следующие основные деформации:

1 – растяжение – эту деформацию испытывают, например, канаты, тросы, цепи, шток протяжного станка;

2 - сжатие — на сжатие работают, например, колонны, кирпичная кладка, пуансоны штампов;

3 - сдвиг — деформацию сдвига испытывают заклепки, болты, шпонки, швы сварных соединений. **Деформацию сдвига, доведенную до разрушения материала, называют срезом**. Срез возникает, например, при резке ножницами или штамповке деталей из листового материала;

4 – кручение – на кручение работают валы, передающие мощность при вращательном движении. Обычно деформации кручения сопровождаются другими деформациями, например изгибом.

5 – изгиб – на изгиб работают балки, оси, зубья зубчатых колес и другие элементы конструкций.

Очень часто элементы конструкций подвергаются действию нагрузок, вызывающих одновременно несколько основных деформаций.

Формы элементов конструкции

Все многообразие форм сводится к трем видам по одному признаку.

1. *Брус* – любое тело, у которого длина значительно больше других размеров.

В зависимости от форм продольной оси и поперечных сечений различают несколько видов брусьев:

– прямой брус постоянного поперечного сечения (рис. 18.3а);

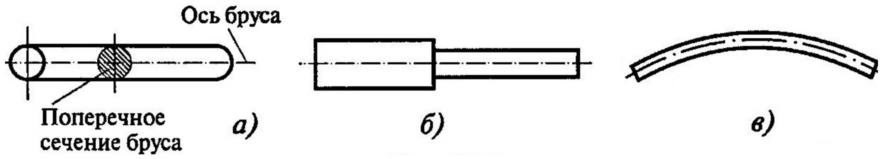


Рис. 18.3

– прямой ступенчатый брус (рис. 18.3б);

– криволинейный брус (рис. 18.3в).

2. *Пластина* – любое тело, у которого толщина значительно меньше других размеров (рис. 18.4).

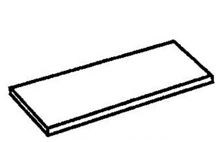


Рис. 18.4

3. *Массив* – тело, у которого три размера одного порядка.

Допущения о характере деформации

Все материалы под нагрузкой деформируются, т. е. меняют форму и размеры.

Характер деформации легко проследить при испытании материалов на растяжение.

Перед испытаниями цилиндрический образец закрепляется в захватах разрывной машины, растягивается и доводится до разрушения. При этом записывается зависимость между приложенным усилием и деформацией. Получают график, называемый диаграммой растяжения. Для примера на рис. 18.1 представлена диаграмма растяжения малоуглеродистой стали.

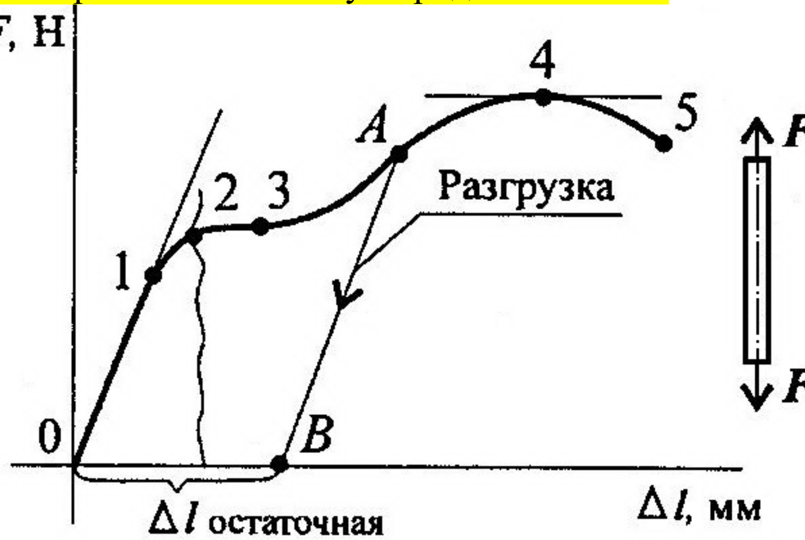


Рис. 18.1

На диаграмме отмечают особые точки:

– от точки 0 до точки 1 – *прямая* линия (деформация прямо пропорциональна нагрузке);

– от точки 2 до точки 5 деформации быстро нарастают и образец разрушается, разрушению предшествует появление *утончения* (шейки) в точке 4.

Если прервать испытания до точки 2, образец вернется к исходным размерам; эта область называется *областью упругих деформаций.* Упругие деформации полностью исчезают после снятия нагрузки.

При продолжении испытаний после точки 2 образец уже не возвращается к исходным размерам, деформации начинают накапливаться.

При выключении машины в точке ***A*** образец несколько сжимается по линии ***AB***, параллельной линии 01. Деформации после точки 2 называются *пластическими, они полностью не исчезают;* сохранившиеся деформации называются *остаточными.*

На участке 01 выполняется **закон Гука**:

В пределах упругости деформации прямо пропорциональны нагрузке.

Считают, что *все материалы подчиняются закону Гука.*

Поскольку упругие деформации *малы* по сравнению с геометрическими размерами детали, при расчетах считают, что *размеры под нагрузкой не изменяются.*

Расчеты ведут используя *принцип начальных размеров. При работе конструкции деформации должны оставаться упругими.*

К нарушению прочности следует относить и возникновение пластических деформаций. Хотя в практике бывают случаи, когда местные пластические деформации считаются допустимыми.

Контрольные вопросы и задания

1. Что называется прочностью, жесткостью, устойчивостью?
2. По какому принципу классифицируют нагрузки в сопротивлении материалов? К какому виду разрушений приводят повторно-переменные нагрузки?
3. Какие нагрузки принято считать сосредоточенными?
4. Какое тело называют брусом? Нарисуйте любой брус и укажите ось бруса и его поперечное сечение. Какие тела называют пластинами?
5. Что называется деформацией? Какие деформации называют упругими?
6. При каких деформациях выполняется закон Гука? Сформулируйте закон Гука.
7. Что такое принцип начальных размеров?
8. В чем заключается допущение о сплошном строении материалов? Поясните допущение об однородности и изотропности материалов.

ЛЕКЦИЯ 19

Тема 2.1. Основные положения. Нагрузки внешние и внутренние, метод сечений

Знать метод сечений, внутренние силовые факторы, составляющие напряжений. Уметь определять виды нагружений и внутренние силовые факторы в поперечных сечениях.

Элементы конструкции при работе испытывают внешнее воздействие, которое оценивается величиной внешней силы. К внешним силам относят **активные силы** и **реакции опор**.

Под действием **внешних сил** в детали возникают **внутренние силы упругости**, стремящиеся вернуть телу **первоначальную форму и размеры**.

Внешние силы должны быть определены **методами теоретической механики**, а **внутренние** определяются основным методом сопротивления материалов – **методом сечений**.

В сопротивлении материалов тела рассматриваются в равновесии. Для решения задач используют уравнения равновесия, полученные в теоретической механике для тела в пространстве.

Используется система координат, связанная с телом. Чаще продольную ось детали обозначают **z**, начало координат совмещают с левым краем и размещают в центре тяжести сечения.

Метод сечений

Для проведения расчетов деталей машин и сооружений на прочность необходимо знать внутренние силы, возникающие в результате действия приложенных к деталям внешних сил.

Для этого используют метод сечений.

Метод сечений сводится к четырем действиям:

1 – тело мысленно рассекают плоскостью в том месте, где нужно определить внутренние силы;

2 – отбрасывают любую (желательно наиболее сложную) часть тела;

3 – действие отброшенной части заменяют внутренними силами, т.о. чтобы оставшаяся исследуемая часть находилась в равновесии;

4 – составляют условия равновесия для рассматриваемой части.

Метод сечений заключается в мысленном рассечении тела плоскостью и рассмотрении равновесия любой из отсеченных частей.

Если все тело находится в равновесии, то и каждая его часть находится в равновесии под действием внешних и внутренних сил. *Внутренние силы определяются из уравнений равновесия, составленных для рассматриваемой части тела.*

Рассекаем тело поперек плоскостью (рис. 19.1).

Рассматриваем правую часть. На нее действуют внешние силы ***F4, F5, F6*** и внутренние силы упругости q_k, распределенные по сечению.

Систему распределенных сил можно заменить **главным вектором** R_0, помещенным в центр тяжести сечения, и главным моментом сил M_0:

$$R_0 = \sum_0^n q_k; \; M_0 = \sum_0^n m_k.$$

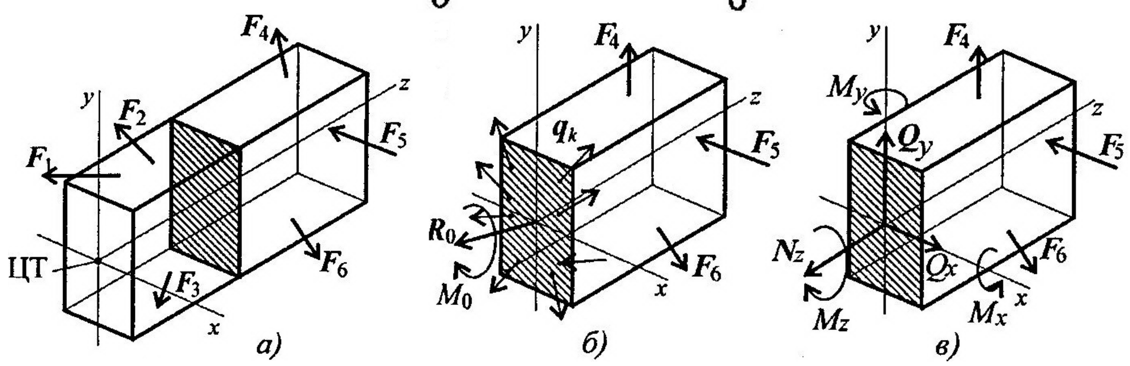


Рис. 19.1

Разложив главный вектор R_0 по осям, получим **три составляющие**:

$$R_0 = N_z + Q_y + Q_x;$$

Главный момент тоже разложим на три составляющие: принято представлять в виде моментов пар сил в трех плоскостях проекции:

$$M_0 = M_x + M_y + M_z,$$

Таким образом мы получим шесть внутренних силовых факторов (три силы и три момента), возникающих в поперечном сечении бруса,

где N_z – продольная сила;

Q_x ,Q_y – поперечные силы;

M_x , M_y – изгибаюшие моменты;

M_z – крутящий момент.

При различных деформациях в поперечном сечении бруса возникают различные внутренние силовые факторы. Рассмотрим частные случаи:

1. В сечении возникает ***только продольная сила*** N_z. Это деформация **растяжения** (если сила N направлено от сечения) или деформация **сжатия** (если сила N направлена к сечению).

2. В сечении возникает ***только поперечная сила*** $\boldsymbol{Q}$. Это деформация **сдвига**.

3. В сечении возникает ***только крутящий момент*** M_z . Это деформация **кручения**.

4. В сечении возникает ***только изгибающий момент*** $M_и$**..** Это деформация **чистого изгиба.** Если в сечении одновременно возникают изгибающий $M_и$ момент и поперечная сила $\boldsymbol{Q}$, то изгиб называют поперечным. (M_x и M_y вызывают **изгиб бруса** в соответствующей плоскости).

5. Если в сечении ***одновременно*** возникают ***несколько внутренних силовых факторов***, (например, изгибающий и крутящий моменты или изгибающий момент и продольная сила), то имеет место сочетание основных деформаций (**сложное сопротивление**).

Наряду с понятием *деформации* одним из основных понятий сопротивления материалов является *напряжение*.

Напряжения

Напряжение характеризует интенсивность внутренних сил, действующих в сечении.

Рассмотрим брус, к которому приложена внешняя нагрузка (рис. 19.2). С помощью *метода сечений* рассечем брус поперечной плоскостью, отбросим левую часть и рассмотрим равновесие оставшейся правой части. Выделим на секущей плоскости малую площадку dA На этой площадке действует равнодействующая внутренних сил упругости dF.

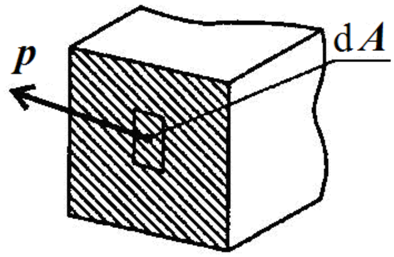


Рис. 19.2

Разделив dF на площадь элементарной площадки dA, определим интенсивность внутренних сил, т.е. напряжение $\boldsymbol{p}$ в точках элементарной площадки:

$$p = \frac{dF}{dA}.$$

Таким образом, **напряжение есть внутренняя сила, отнесенная к единице площади сечения**. Напряжение – величина ***векторная***.

Единица напряжения:

$$\text{Н/м}^2 = \text{паскаль (Па)}.$$

Поскольку эта единица измерения очень мала, будем применять более крупную кратную единицу – мегапаскаль (МПа):

$$1\ \text{МПа} = 10^6\ \text{Па} = 1\ \text{Н/мм}^2.$$

Разложим вектор напряжения на две составляющие: σ – перпендикулярную плоскости сечения и τ – лежащую в плоскости сечения (рис. 19.3.

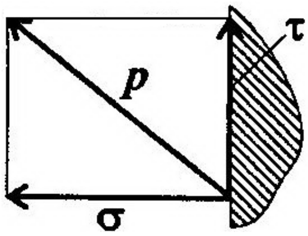


Рис. 19.3

Так как угол между нормальным и касательным напряжениями всегда равен 90°, то модуль полного напряжения определим по формуле:

$$p = \sqrt{\sigma^2 + \tau^2}.$$

В поперечном сечении бруса **при растяжении, сжатии и чистом изгибе** действуют только **нормальные напряжения**, а **при сдвиге и кручении** – только **касательные напряжения**.

Примеры решения задач

Пример 1. Определить величину продольной силы в сечении 1-1 (рис. 19.4).

Решение

Используем уравнение равновесия $\sum\limits_{0}^{n} F_{kz} = 0$.

Рассматривая левую часть бруса, определяем N_z1 = -12+8-5 = 9 кН.
Рассматривая правую часть бруса, определяем N_z1 = 23 - 14 = 9 кН.

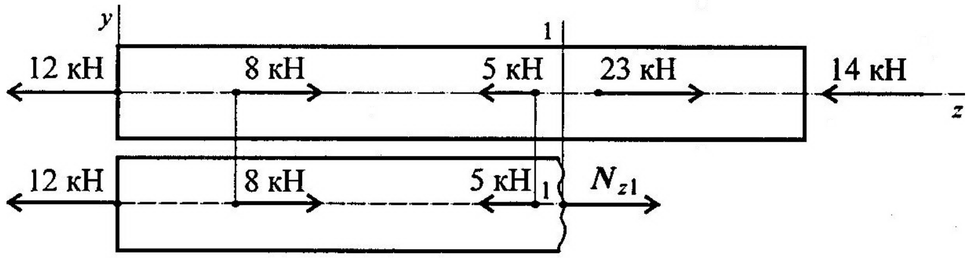


Рис. 19.4

Величина продольной силы в сечении не зависит от того, какая часть бруса рассматривается.

Пример 2. Определить внутренний силовой фактор в сечении 1-1 (рис. 19.5а).

Решение

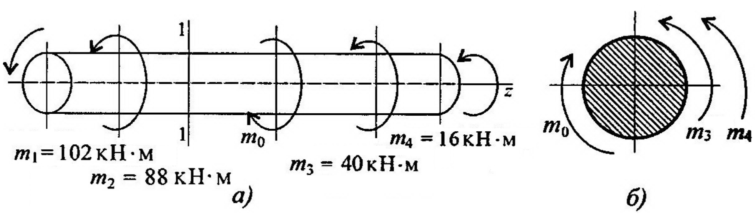


Рис. 19.5

Используем уравнение равновесия $\sum m_z = 0$.

$m_0 = m_1 + m_2 + m_3 + m_4$; $m_0 = 246$ кН·м.

Рассматриваем правую часть бруса. На отсеченную часть бруса принято смотреть со стороны отброшенной части (рис. 19.5, б). Получаем $M_z = 246 - 40 - 16 = 190$ кН·м.

Контрольные вопросы и задания

1.Какие силы в сопротивлении материалов считают внешними? Какие силы являются внутренними?

2.Какими методами определяют внешние силы? Как называют метод для определения внутренних сил?

3.Сформулируйте метод сечений.

4.Как в сопротивлении материалов располагают систему координат?

5.Что в сопротивлении материалов называют внутренними силовыми факторами? Сколько в общем случае может возникнуть внутренних силовых факторов?

6.Запишите систему уравнений, используемую при определении внутренних силовых факторов в сечении?

7.Как обозначается и как определяется продольная сила в сечении?

8.Как обозначаются и как определяются поперечные силы?

9.Как обозначаются и определяются изгибающие и крутящий моменты?

10.Какие деформации вызываются каждым из внутренних силовых факторов?

11.Что называют механическим напряжением?

12.Как по отношению к площадке направлены нормальное и касательные напряжения? Как они обозначаются?

13.Какие напряжения возникают в поперечном сечении при действии продольных сил?

14.Какие напряжения возникают при действии поперечных сил?

15.С помощью метода сечений определите величину внутреннего силового фактора в сечении 1-1 и вид нагружения (рис. 19.6).

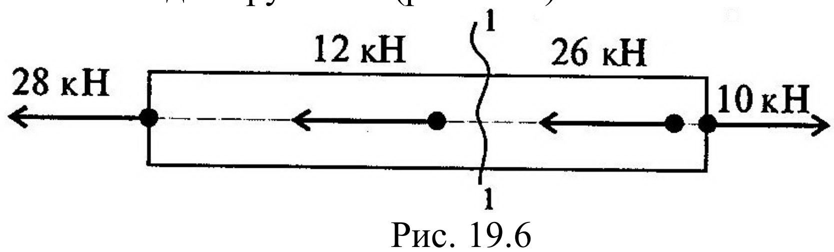


Рис. 19.6

16. С помощью метода сечений определите величину момента М4, величину внутреннего силового фактора в сечении 2-2 и вид нагружения (рис. 19.7).

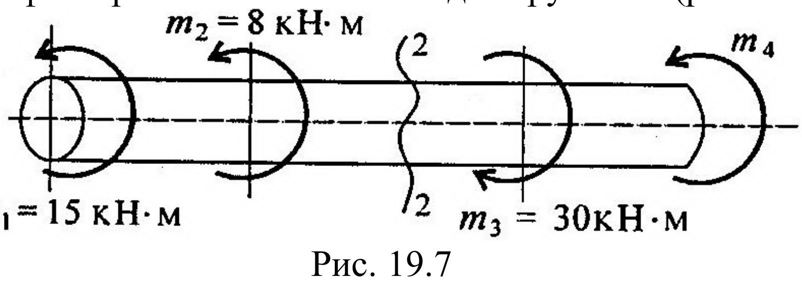
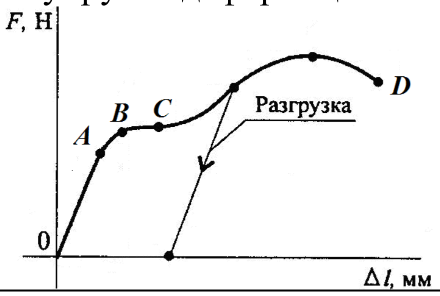
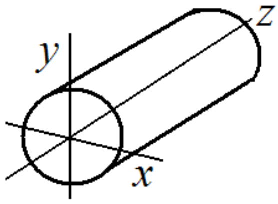


Рис. 19.7

17. Ответьте на вопросы тестового задания.

Тема 2.1. Основные положения, метод сечений, напряжения

Вопросы	Ответы	Код
1. Как называется способность элемента конструкции сопротивляться упругим деформациям?	Прочность	1
	Жесткость	2
	Устойчивость	3
	Износостойкость	4
2. Представлена диаграмма растяжения материала. Назвать участок упругих деформаций. 	*OA*	1
	AB	2
	BC	3
	OF	4
3. Какой внутренний силовой фактор возникает в поперечном сечении бруса при кручении? 	N	1
	Q_y	2
	M_z	3
	M_y	4

Продолжение		
Вопросы	Ответы	Код
4. Пользуясь методом сечений, определить величину поперечной силы в сечении 1-1. Величина поперечной силы равна алгебраической сумме проекций на ось ***y*** внешних сил, действующих на отсеченную часть.	5кН	1
	15 кН	2
	13 кН	3
	22 кН	4
5. Какие механические напряжения в поперечном сечении бруса при нагружении называют нормальными?	Возникающие при нормальной работе	1
	Направленные перпендикулярно площадке	2
	Направленные параллельно площадке	3
	Лежащие в площадке сечения	4

ЛЕКЦИЯ 20

Тема 2.2. Растяжение и сжатие. Внутренние силовые факторы, напряжения. Построение эпюр

Иметь представление о продольных силах, о нормальных напряжениях в поперечных сечениях.
Знать правила построения эпюр продольных сил и нормальных напряжений, закон распределения нормальных напряжений в поперечном сечении бруса.
Уметь строить эпюры продольных сил и нормальных напряжений.

Растяжение и сжатие

Растяжением или сжатием называют вид нагружения, при котором в поперечном сечении бруса возникает только один внутренний силовой фактор – продольная сила.

Продольные силы меняются по длине бруса. При расчетах после определения величин продольных сил по сечениям строится **график – эпюра продольных сил**.

Условно назначают знак продольной силы.

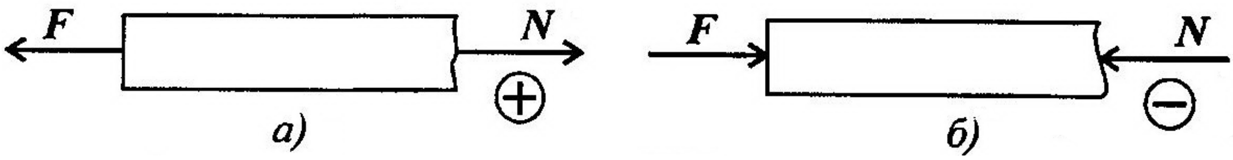


Рис. 20.1

Если продольная сила направлена от сечения, то брус растянут. Растяжение считают положительной деформацией (рис. 20.1а).

Если продольная сила направлена к сечению, то брус сжат. Сжатие считают отрицательной деформацией (рис. 20.1б).

Примеры построения эпюры продольных сил

Рассмотрим брус, растягиваемый вдоль оси двумя равными по величине и противоположно направленными силами ***P***. Брус находится в состоянии равновесия.

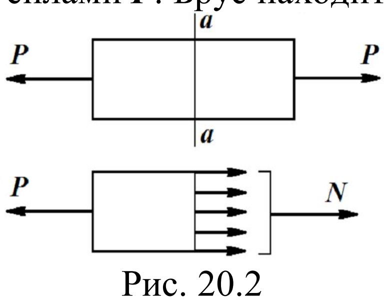


Рис. 20.2

Необходимо определить внутренние силы, возникающие в поперечном сечении ***а-а***. Мысленно рассекаем брус плоскостью, перпендикулярной к оси и отбросим одну из двух полученных частей, например правую.

Прилагаем по данному сечению к левой части силы упругости, заменяющие действие отброшенной правой части.

Заменим силы упругости – их равнодействующей ***N***. Для целого бруса эти силы были внутренними, а для оставленной части – они играют роль **внешних** сил.

Равнодействующая внутренних нормальных сил упругости, направленная вдоль оси стержня, называется продольной силой, в поперечном сечении стержня.

Из условия равновесия оставленной части бруса имеем:

$$\sum X_i = 0; \quad N - P = 0, \quad N = P.$$

При растяжении продольную силу N будем считать положительной, а при сжатии – отрицательной.

При растяжении продольная сила направлена **от сечения**, а в случае **сжатия – к сечению**.

В общем случае, когда стержень подвергается действию системы внешних сил, приложенных не только к его торцам, но и в промежуточных сечениях, значение продольной силы может быть разным и по величине и по знаку для различных поперечных сечений.

В этом случае продольная сила в произвольном сечении бруса, численно равна алгебраической сумме проекций на его продольную ось всех внешних сил, приложенных по одну сторону от сечения.

Наглядное представление об изменении величины продольной силы в сечениях по длине стержня может быть дано в виде графика.

График, дающий величину продольной силы в каждом поперечном сечении стержня, называется **эпюрой** продольных сил.

Рассмотрим брус, нагруженный внешними силами вдоль оси. Брус закреплен в стене (закрепление «заделка») (рис. 20.2, а).

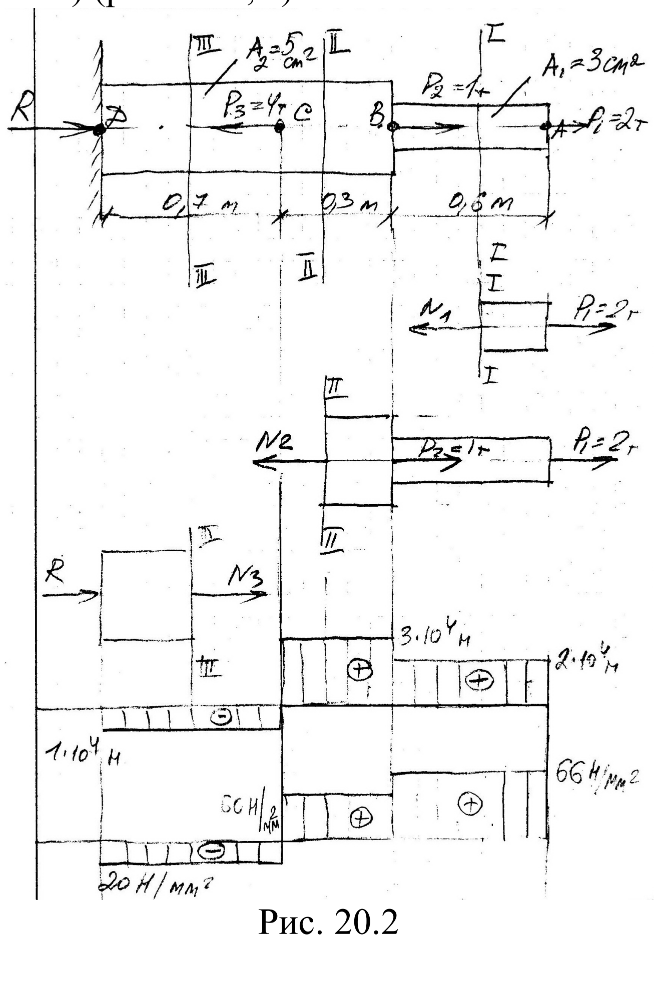


Рис. 20.2

Разбиваем брус на три участка: ***AB, BC, CD***, начиная от свободного конца.

Границами участков являются **сечения, в которых приложены внешние силы**. Так как эти силы ***P1, P2, P3*** действуют вдоль оси бруса, то в его поперечных сечениях возникают только продольные силы. Конец бруса закреплен. Опорная реакция будет направлена по оси **z**.

$$\sum X_i = 0; \quad R - P_3 + P_2 + P_1 = 0;$$

$$R = P_3 - P_2 - P_1 = 4 \cdot 10^4 - 1 \cdot 10^4 - 2 \cdot 10^4 = 1 \cdot 10^4 \ H;$$

$$R = 1 \cdot 10^4 \, H.$$

1. Определяем продольные силы на участках стержня. **Продольную силу** всегда **предполагаем растягивающей**.

Участок ***AB*** по сечению ***1-1***:

$$\sum X_i = 0; \quad -N_1 + P_1 = 0; \quad N_1 = P_1 = 2\ m = 1 \cdot 10^4 \ H.$$

Участок ***AB*** стержня работает **на растяжение**.

Участок ***BC*** по сечению ***2-2***:

$$\sum X_i = 0; \quad -N_2 + P_2 + P_1 = 0; \quad N_2 = P_2 + P_1 = 2 \cdot 10^4 + 1 \cdot 10^4 = 3 \cdot 10^4 \ H.$$

Участок ***BC*** стержня работает **на растяжение**.

Участок ***CD*** по сечению ***3-3***:

$$\sum X_i = 0; \quad R + N_3 = 0; \quad N_3 = -R = -1 \cdot 10^4 \ H.$$

Участок ***CD*** стержня работает **на сжатие**.

Под схемой бруса строим эпюру продольной силы (рис. 20.2, б).

Для построения эпюры (графика) проводим прямую линию параллельно оси бруса – эта линия является осью эпюры.

Перпендикулярно к этой прямой в выбранном масштабе откладываем ординаты.

Из эпюры продольных сил видно, что в точке ***B*** и в точке ***C*** значение продольной силы изменяется скачкообразно. **Величина скачка** равна приложенной в соответствующем месте стержня **внешней сосредоточенной силе**.

Эпюрой продольной силы называется график распределения продольной силы вдоль оси бруса. Ось эпюры параллельна продольной оси.

Нулевая линия проводится тонкой линией. Значения сил откладывают от оси, положительные – вверх, отрицательные – вниз.

В пределах одного участка значение силы не меняется, поэтому эпюра очерчивается отрезками прямых линий, параллельными оси **Oz**.

Правило контроля*:* в месте приложения внешней силы на эпюре должен быть скачок на величину приложенной силы.

На эпюре проставляются значения *N*. Величины продольных сил откладывают в заранее выбранном масштабе.

Эпюра по контуру обводится толстой линией и заштриховывается ***поперек*** оси.

Изучая деформации при растяжении и сжатии, обнаруживаем, что выполняются *гипотеза плоских сечений* и *принцип смягчения граничных условий.*

Гипотеза плоских сечений заключается в том, что поперечное сечение бруса, плоское и перпендикулярное продольной оси, после деформации остается плоским и перпендикулярным продольной оси.

Следовательно, *продольные внутренние волокна удлиняются одинаково, а внутренние силы упругости распределены по сечению равномерно.*

Принцип смягчения граничных условий гласит: в точках тела, удаленных от мест приложения нагрузки, *модуль внутренних сил мало зависит от способа закрепления.* Поэтому при решении задач *не уточняют способ закрепления.*

Напряжения при растяжении и сжатии

При растяжении и сжатии в сечении действует только нормальное напряжение.

Напряжения в поперечных сечениях могут рассматриваться как силы, приходящиеся на единицу площади.

Таким образом, *направление и знак напряжения* в сечении *совпадают с направлением и знаком силы в сечении* (рис. 20.3).

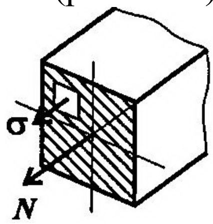


Рис. 20.3

Исходя из гипотезы плоских сечений, можно предположить, что напряжения при растяжении и сжатии в пределах каждого сечения не меняются. **Поэтому напряжение можно рассчитать по формуле**

$$\sigma = \frac{N}{A},$$

где $\boldsymbol{N}$ – продольная сила в сечении; $\boldsymbol{A}$ – площадь поперечного сечения.

Величина напряжения прямо пропорциональна продольной силе и обратно пропорциональна площади поперечного сечения.

Размерность (единица измерения) напряжений – Н/м^2 (Па), однако это слишком малая единица, и практически напряжения рассчитывают в Н/мм^2 (МПа): 1 МПа = 10^6 Па = 1 *Н/мм^2*.

Рассчитывают напряжения по сечениям, и расчет оформляют в виде эпюры нормальных напряжений.

Строится и оформляется такая эпюра так же, как и эпюра продольных сил.

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{A_1} = \frac{2 \cdot 10^4}{300} = 0,0066 \cdot 10^4 \frac{Н}{мм^2} = 66 \frac{Н}{мм^2};$$

$$\sigma_2 = \frac{N_2}{A_2} = \frac{3 \cdot 10^4}{500} = 0,006 \cdot 10^4 \frac{Н}{мм^2} = 60 \frac{Н}{мм^2};$$

$$\sigma_3 = \frac{N_3}{A_3} = \frac{1 \cdot 10^4}{500} = 0,002 \cdot 10^4 \frac{Н}{мм^2} = 20 \frac{Н}{мм^2}.$$

Закон изменения нормальных напряжений по длине бруса представляют в виде графика – **эпюры нормальных напряжений**.

Границами участков являются места приложения внешних сил и изменения размеров поперечного сечения.

При определении напряжений брус разбивают на участки нагружений, в пределах которых продольные силы не изменяются, и *учитывают места изменений площади поперечных сечений.* Рассчитывают напряжения по сечениям, и расчет оформляют в виде эпюры нормальных напряжений.
Строится и оформляется такая эпюра так же, как и эпюра продольных сил.

Рассмотрим брус, нагруженный внешними силами вдоль оси (рис. 20.5).

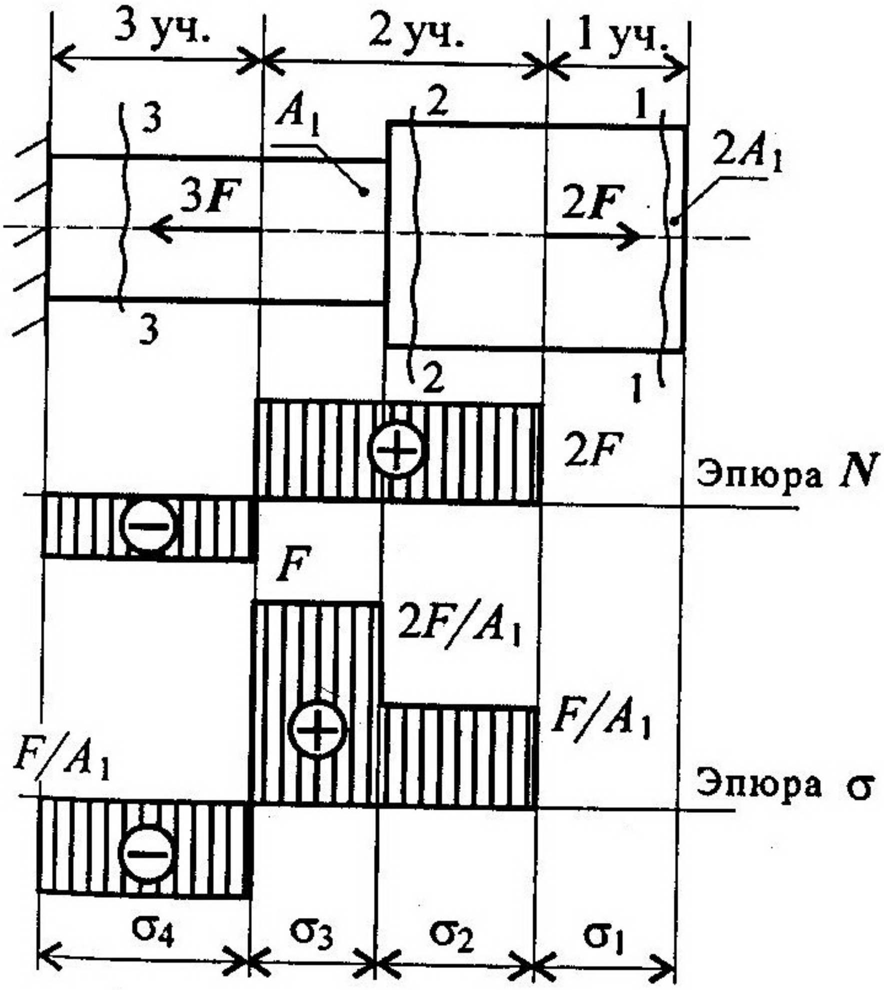


Рис. 20.5

Обнаруживаем три участка нагружения и определяем величины продольных сил.

Участок 1: $N_1 = 0$. Внутренние продольные силы равны нулю.

Участок 2: $N_2 = 2F$. Продольная сила на участке положительна.

Участок 3: $N_3 = 2F - 3F = -F$. Продольная сила на участке отрицательна.

Брус – ступенчатый.

С учетом изменений величин площади поперечного сечения участков напряжений

больше.

Строим эпюры продольных сил и нормальных напряжений. Масштабы эпюр могут быть *разными* и выбираются исходя из удобства построения.

Примеры решения задач

Ступенчатый брус нагружен вдоль оси двумя силами. Брус защемлен с левой стороны (рис. 20.6). Пренебрегая весом бруса, построить эпюры продольных сил и нормальных напряжений.

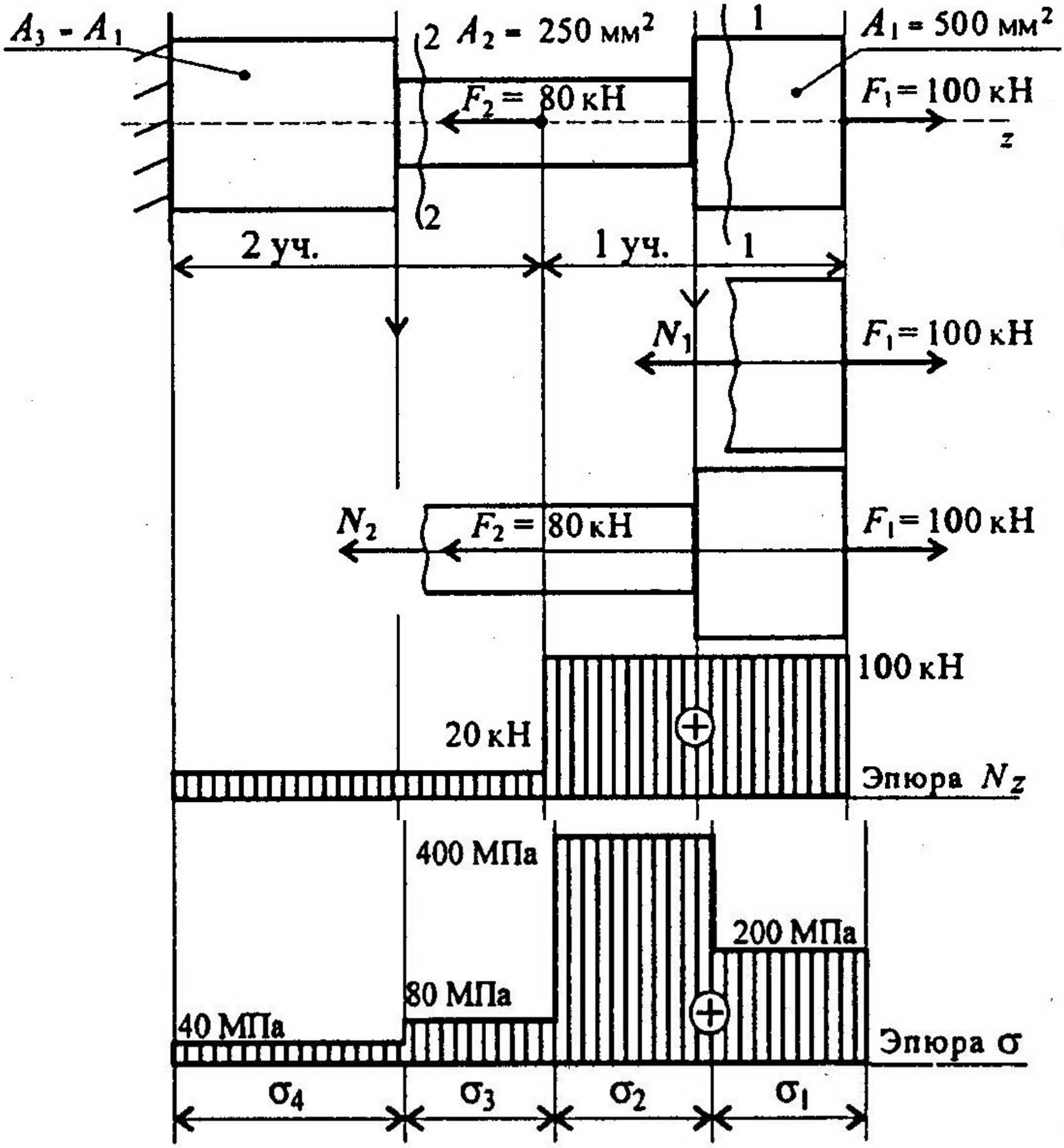


Рис. 20.6

Решение

1. Определяем участки нагружения, их два.
2. Определяем продольную силу в сечениях 1 и 2.

3. Строим эпюру.

4. Рассчитываем величины нормальных напряжений и строим эпюру нормальных напряжений в собственном произвольном масштабе.

1. Определяем продольные силы.

$$\sum F_z = 0.$$

Сечение 1. **– *N1* + F1 = 0; *N1* = F1** = 100 кН.

Сечение 2. **-80 - N_2 + 100 = 0; N2** = 100 - 80 = 20 кН.

В обоих сечениях продольные силы положительны.

2. Определяем нормальные напряжения $\sigma = \dfrac{N}{A}$.

Сопоставляя участки нагружения с границами изменения площади, видим, что образуется 4 участка напряжений.

Нормальные напряжения в сечениях по участкам:

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{A_1} = \frac{100 \cdot 10^3}{500} = 200\,\text{Н/мм}^2; \quad \sigma_2 = \frac{N_1}{A_2} = \frac{100 \cdot 10^3}{250} = 400\,\text{Н/мм}^2;$$

$$\sigma_3 = \frac{N_2}{A_2} = \frac{20 \cdot 10^3}{250} = 80\,\text{Н/мм}^2; \quad \sigma_4 = \frac{N_2}{A_3} = \frac{20 \cdot 10^3}{500} = 40\,\text{Н/мм}^2.$$

Откладываем значения напряжений вверх от оси, т. к. значения их положительные (растяжение). Масштаб эпюр продольной силы и нормальных напряжений выбирается отдельно в зависимости от порядка цифр и имеющегося на листе места.

Контрольные вопросы и задания

1. Какие внутренние силовые факторы возникают в сечении бруса при растяжении и сжатии?
2. Как распределяются по сечению силы упругости при растяжении и сжатии? (Использовать гипотезу плоских сечений.)
3. Какого характера напряжения возникают в поперечном сечении при растяжении и сжатии: нормальные или касательные?
4. Как распределены напряжения по сечению при растяжении и сжатии?
5. Запишите формулу для расчета нормальных напряжений при растяжении и сжатии.
6. Как назначаются знаки продольной силы и нормального напряжения?
7. Что показывает эпюра продольной силы?
8. Как изменится величина напряжения, если площадь поперечного сечения возрастет в 4 раза?
9. В каких единицах измеряется напряжение?

ЛЕКЦИЯ 21

Тема 2.2. Растяжение и сжатие. Продольные и поперечные деформации. Закон Гука

Иметь представление о продольных и поперечных деформациях и их связи.

Знать закон Гука, зависимости и формулы для расчета напряжений и перемещений.

Уметь проводить расчеты на прочность и жесткость статически определимых брусьев при растяжении и сжатии.

Деформации при растяжении и сжатии

Рассмотрим деформацию бруса под действием продольной силы F (рис. 21.1).

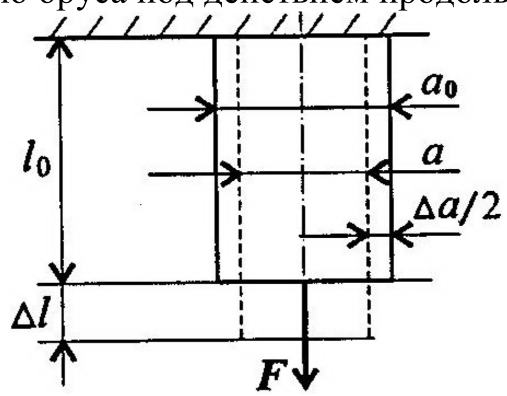


Рис. 21.1

Начальные размеры бруса: l_0 – начальная длина, a_0 – начальная ширина.

Брус удлиняется на величину Δl; Δl – абсолютное удлинение. При растяжении поперечные размеры уменьшаются, Δa – абсолютное сужение; $\Delta l > 0$; $\Delta a < 0$.

При сжатии выполняется соотношение $\Delta l < 0$; $\Delta a > 0$.

В сопротивлении материалов принято рассчитывать деформации в относительных единицах:

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0};\ \varepsilon \text{ – относительное удлинение;}$$

$$\varepsilon' = \frac{\Delta a}{a_0};\ \varepsilon' \text{ – относительное сужение.}$$

Между продольной и поперечной деформациями существует зависимость

$$\varepsilon' = \mu \cdot \varepsilon,$$

где μ – коэффициент поперечной деформации, или коэффициент Пуассона, – характеристика пластичности материала.

Закон Гука

В пределах упругих деформаций деформации прямо пропорциональны нагрузке:

$$F = k \cdot \Delta l,$$

где F – действующая нагрузка; k – коэффициент.

В современной форме:

$$\sigma = \frac{N}{A}; \quad \varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0}.$$

Получим зависимость $\sigma = E \cdot \varepsilon$, где E – модуль упругости, характеризует жесткость материала.

В пределах упругости нормальные напряжения пропорциональны относительному удлинению.

Значение E – для сталей в пределах $E = (2 - 2{,}1) \cdot 10^5$ МПа.

При прочих равных условиях, чем жестче материал, тем меньше он деформируется:

$$\downarrow \varepsilon = \frac{\sigma}{E \uparrow}.$$

Формулы для расчета перемещений поперечных сечений бруса при растяжении и сжатии

Используем известные формулы.

Закон Гука $\sigma = E \cdot \varepsilon$.

Откуда $\varepsilon = \dfrac{\sigma}{E}$.

Относительное удлинение $\varepsilon = \dfrac{\Delta l}{l}$.

В результате получим зависимость между нагрузкой, размерами бруса и возникающей деформацией:

$$\frac{\Delta l}{l_0} = \frac{\sigma}{E}; \quad \sigma = \frac{N}{A}; \qquad \Delta l = \frac{\sigma l}{E} \text{ или } \Delta l = \frac{Nl}{AE},$$

где Δl – абсолютное удлинение, мм;

σ – нормальное напряжение, МПа;

l – начальная длина, мм;

E – модуль упругости материала, МПа;

N – продольная сила, Н;

A – площадь поперечного сечения, мм^2;

Произведение $A \cdot E$ называют ***жесткостью сечения***.

Выводы

1. Абсолютное удлинение бруса прямо пропорционально величине продольной силы в сечении, длине бруса и обратно пропорционально площади поперечного сечения и модулю упругости.
2. Связь между продольной и поперечной деформациями зависит от свойств материала, связь определяется ***коэффициентом Пуассона***, называемом ***коэффициентом поперечной деформации***.

Коэффициент Пуассона: у стали μ от 0,25 до 0,3; у пробки $\mu = 0$; у резины $\mu = 0{,}5$.

3. Поперечные деформации меньше продольных и редко влияют на работоспособность детали; при необходимости поперечная деформация рассчитывается через продольную.

$$\varepsilon' = \mu \cdot \varepsilon; \quad \varepsilon = \frac{\Delta a}{a_0}; \text{ откуда } \Delta a = \varepsilon' \cdot a_0,$$

где Δa – поперечное сужение, мм; a_0 – начальный поперечный размер, мм.

4. Закон Гука выполняется в зоне упругих деформаций, которая определяется при испытаниях на растяжение по диаграмме растяжения (рис. 21.2).

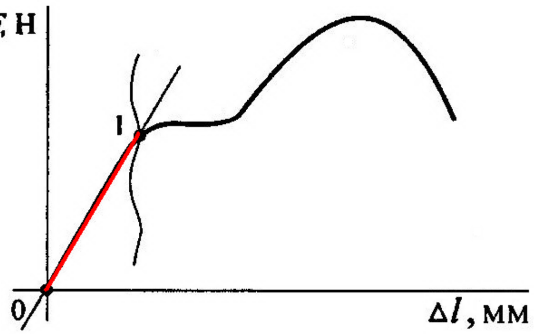


Рис. 21.2

При работе пластические деформации не должны возникать, упругие деформации малы по сравнению с геометрическими размерами тела. Основные расчеты в сопротивлении материалов проводятся в зоне упругих деформаций, где действует закон Гука.

На диаграмме (рис. 21.2) ***закон Гука действует от точки 0 до точки 1***.

5. Определение деформации бруса под нагрузкой и сравнение ее с допускаемой (не нарушающей работоспособности бруса) называют ***расчетом на жесткость***.

Примеры решения задач

Дана схема нагружения и размеры бруса до деформации (рис. 21.3). Брус защемлен, определить перемещение свободного конца.

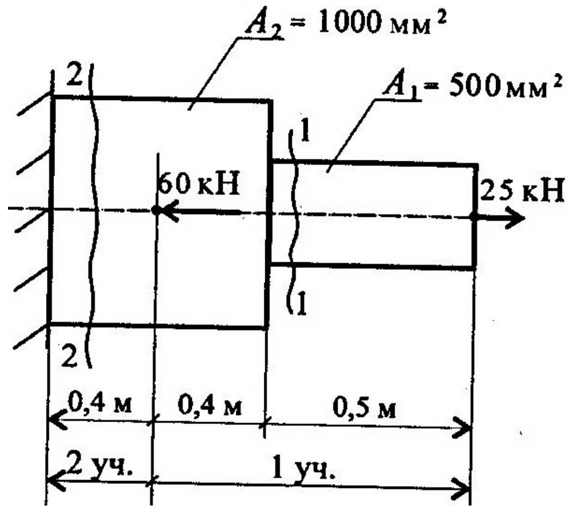


Рис.21.3

Решение

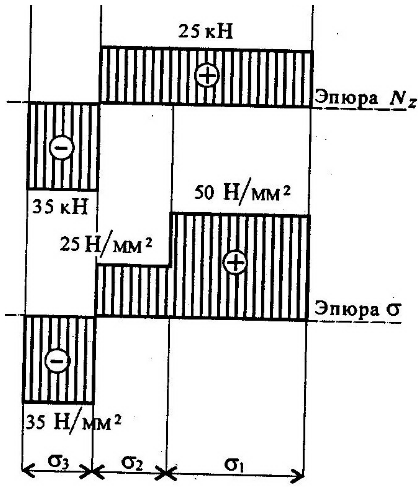
1. Брус ступенчатый, поэтому следует построить эпюры продольных сил и нормальных напряжений.

Делим брус на участки нагружения, определяем продольные силы, строим эпюру продольных сил.

2. Определяем величины нормальных напряжений по сечениям с учетом изменений площади поперечного сечения.

Строим эпюру нормальных напряжений.

3. На каждом участке определяем абсолютное удлинение. Результаты алгебраически суммируем.



Примечание. Балка защемлена, в заделке возникает неизвестная реакция в опоре, поэтому расчет начинаем со свободного конца (справа).

1. Два участка нагружения:

участок 1: N1 = +25 кН; растянут;

участок 2: 25 - 60 + N_2 = 0; N_2 = -35 кН; сжат.

2. Три участка по напряжениям:

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{A_1}; \quad \sigma_1 = \frac{25 \cdot 10^3}{500} = 50\,\text{Н/мм}^2;$$

$$\sigma_2 = \frac{N_1}{A_2}; \quad \sigma_2 = \frac{25 \cdot 10^3}{1000} = 25\,\text{Н/мм}^2;$$

$$\sigma_3 = \frac{N_2}{A_2}; \quad \sigma_3 = \frac{-35 \cdot 10^3}{1000} = -35\,\text{Н/мм}^2.$$

3. Удлинения участков (материал – сталь E = $2 \cdot 10^5$ МПа):

$$\Delta l_1 = \frac{\sigma_1 l_1}{E}; \quad \Delta l_1 = \frac{50 \cdot 0{,}5 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^5} = 0{,}125\,\text{мм};$$

$$\Delta l_2 = \frac{\sigma_2 l_2}{E}; \quad \Delta l_2 = \frac{25 \cdot 0{,}4 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^5} = 0{,}05\,\text{мм};$$

$$\Delta l_3 = \frac{\sigma_3 l_3}{E}; \quad \Delta l_3 = \frac{-35 \cdot 0{,}4 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^5} = -0{,}07\,\text{мм}.$$

4. Суммарное удлинение бруса (перемещение свободного конца).

$$\Delta l = \Delta l_1 + \Delta l_2 + \Delta l_3; \quad \Delta l = 0{,}125 + 0{,}05 - 0{,}07 = 0{,}105\,\text{мм}.$$

Контрольные вопросы и задания

1.Стальной стержень длиной 1,5 м вытянулся под нагрузкой на 3 мм. Чему равно относительное удлинение? Чему равно относительное сужение? (μ = 0,25.)

2.Что характеризует коэффициент поперечной деформации?

3.Сформулируйте закон Гука в современной форме при растяжении и сжатии.

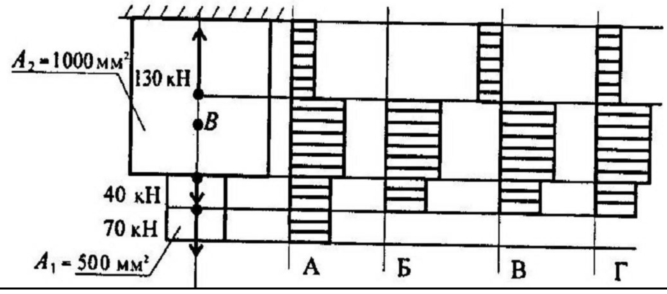
4.Что характеризует модуль упругости материала? Какова единица измерения модуля упругости?

5. Запишите формулы для определения удлинения бруса. Что характеризует произведение АЕ и как оно называется?

6. Как определяют абсолютное удлинение ступенчатого бруса, нагруженного несколькими силами?

7. Ответьте на вопросы тестового задания.

Тема 2.2. Растяжение и сжатие

Вопросы	Ответы	Код
1. Выбрать соответствующую эпюру продольных сил в поперечных сечениях бруса. 	А	1
	Б	2
	В	3
	Г	4
2. Для бруса, изображенного на схеме к вопросу 1, рассчитать наибольшую продольную силу, возникшую в поперечном сечении.	70 кН	1
	130 кН	2
	110 кН	3
	200 кН	4
3. Определить нормальное напряжение в точке *В* (схема к вопросу 1).	110 МПа	1
	220 МПа	2
	80 МПа	3
	140 МПа	4
4. Проверить прочность изображенного в вопросе 1 бруса, если допускаемое напряжение [σ] = 160 МПа?	$\sigma=[\sigma]$	1
	$\sigma>[\sigma]$	2
	$\sigma<[\sigma]$	3
	Верный ответ не приведен	4
5. Определить перемещение свободного конца бруса, если известны длины участков бруса: l_1 = 0,4 м; l_2 = 0,6 м; l_3 = 0,4 м; l_4 = 0,2 м (схема к вопросу 1).	0,42 мм	1
	0,22 мм	2
	0,62 мм	3
	0,66 мм	4

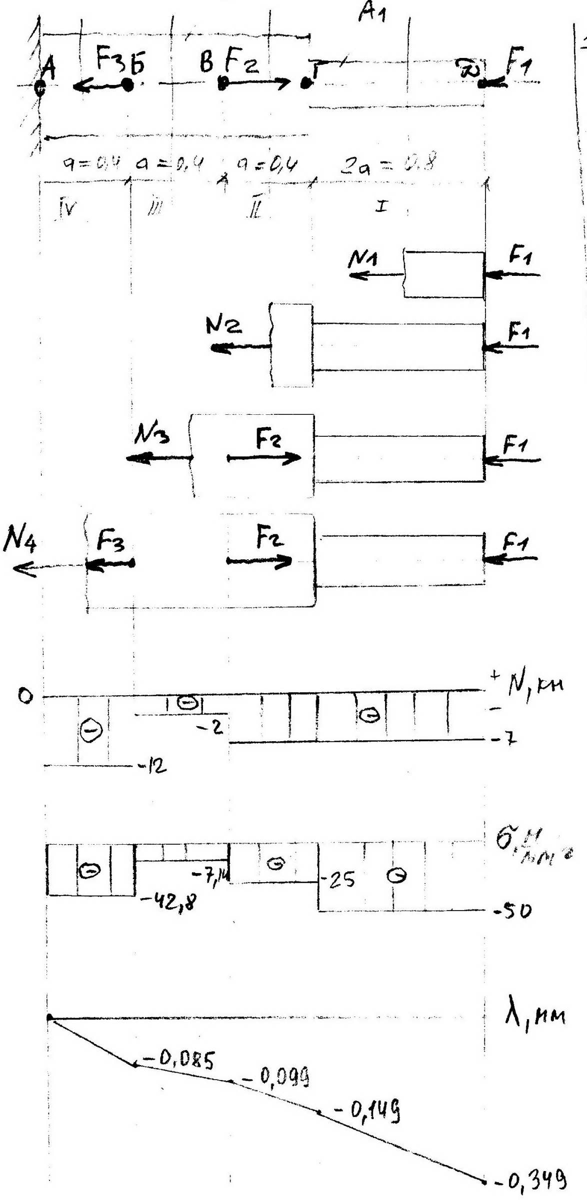
Алгоритм выполнения расчетно-графической работы №3

Схема в)

Дано:

$F_1 = 7$ $F_2 = 5$ $F_3 = 10$ $A_1 = 1{,}4$ см² $A_2 = 2{,}8$ см² $a = 0{,}4$ м

$E = 2\cdot 10^5$ МПа



1 Опр границы уч-ков.
Границами уч-ков яв-ся поперечные сечения, в которых приложена внешняя сила или происходит изменение поперечного сечения балки.
Считать начин с незакрепленного конца. (I, II, III, IV).

2. Методом сечений опр-ем продольную силу N в пределах каждого уч-ка.
В любом месте по длине уч-ка проводим секущую плоскость. Левую часть отбрасываем, рассм-ем оставшуюся. Сколько внешних сил действует на ост-ся часть?
Чтобы эта часть бруса осталась в равновесии — необходимо, чтобы внутренние силы были равны внешней силе.
Сила, действующая от заделки — — растягивающая ⊕.
Соотв-но — к заделке — сжим. ⊖

$N_1 = -F_1 = -7$ кН
$N_2 = -F_1 = -7$ кН
$N_3 = F_2 - F_1 = 5-7 = -2$ кН
$N_4 = -F_3 + F_2 - F_1 = -10+5-7 = -12$ кН

3. Строим эпюру продольных сил — график распределения прод. сил вдоль оси балки. (N, кН)

4. Определяем напряжение.
При деформации растяжение-сжатие возникают только нормальные напряжение σ, кот выч-ся по ф-ле
$\sigma = \frac{N}{A}$; $\frac{кН\cdot 10^3}{\cdot 10^2}$) N - продольн. сила A - площадь попереч.сеч

Считаем σ для каждого участка.
Обратить внимание на вел-ну площади попереч сеч-я A (на нескольких участках м.б. одно значение площ. A)

[МПа = $\frac{Н}{мм^2}$] $\sigma_1 = \frac{N_1}{A_1} = \frac{-7\cdot 10^3}{1{,}4\cdot 10^2} = \frac{-70}{1{,}4} = -50\ \frac{Н}{мм^2}$

$\sigma_2 = \frac{N_2}{A_2} = \frac{-70}{2{,}8} = 25$ $\sigma_3 = \frac{N_3}{A_2} = \frac{-20}{2{,}8} = -7{,}14$

$\sigma_4 = \frac{N_4}{A_2} = \frac{-120}{2{,}8} = -42{,}86\ \frac{Н}{мм^2}$

5. Строим эпюру норм. напряжений — график распределение напр-й по длине балки

6. Считаем перемещение попереч. сеч-й балки. На ск-ко уч-ков разделим балку?
На каждом уч-ке действует своя внут-я сила и под действием эт. силы каждый уч-к балки изменяет свою длину. Определим изменения длины каждого уч-ка балки Δl:

$\Delta l_1 = \frac{\sigma_1 \cdot l_1}{E} = \frac{-50\cdot 0{,}8\cdot 10^3}{2\cdot 10^5} = \frac{-50\cdot 0{,}8}{200} = -0{,}2$ (мм)

$\Delta l_2 = \frac{\sigma_2 \cdot l_2}{E} = \frac{-25\cdot 0{,}4}{200} = -0{,}05$ мм

$\Delta l_3 = \frac{\sigma_3 \cdot l_3}{E} = \frac{-7{,}14\cdot 04}{200} = -0{,}014$ мм

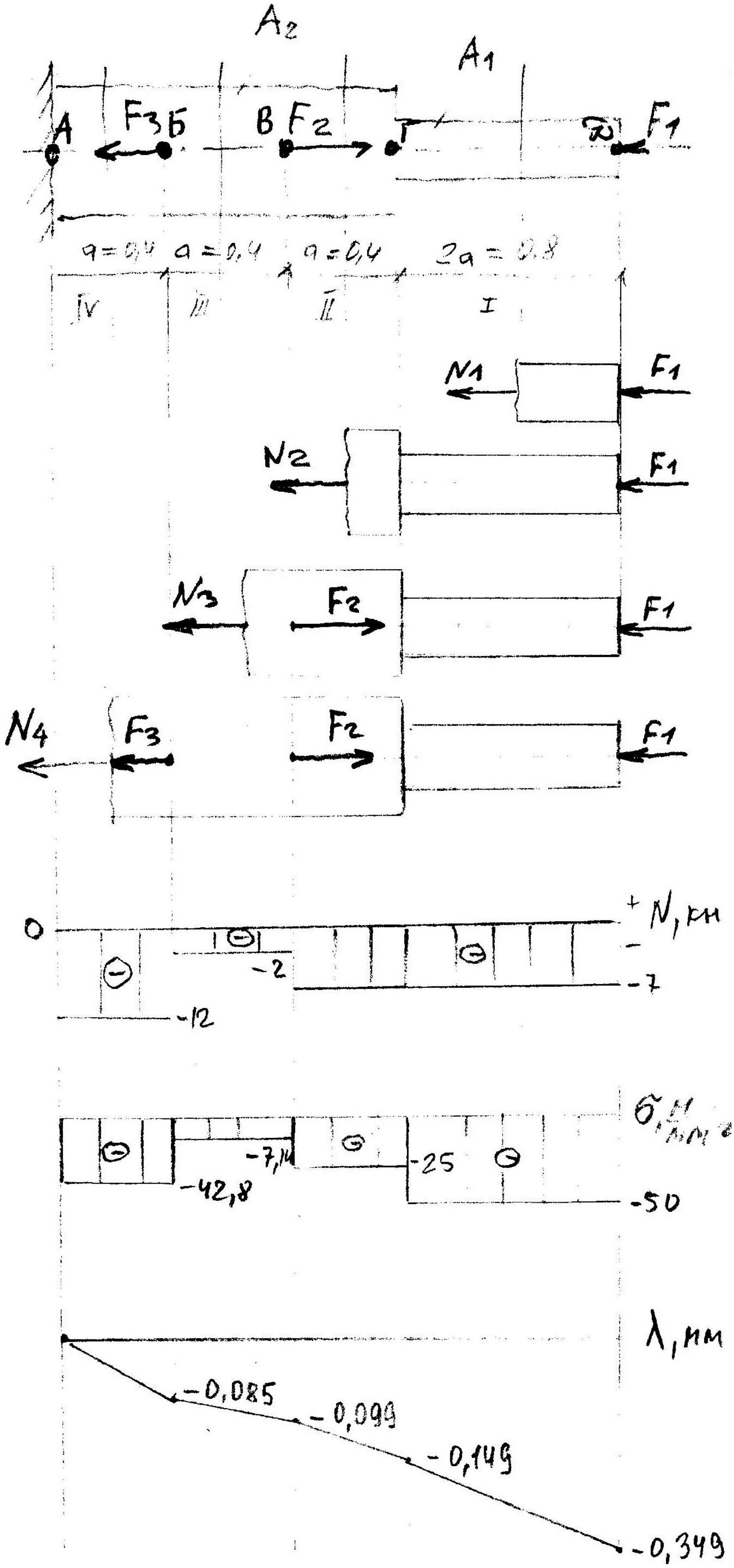
$\Delta l_4 = \frac{\sigma_4 \cdot l_4}{E} = \frac{-42{,}86\cdot 0{,}4}{200} = -0{,}085$ мм

7. Считаем перемещения пограничных поперечных сечений балки.
На границе каждого уч-ка ставим (·), обозначаем русск буквами, начиная от заделки: А, Б, В, Г, Д.

(·) А - жестко заделана, поэтому погран перемещение $\lambda_А = 0$;
(·) Б - переместится, т.к изменится длина уч 4.
$\lambda_Б = \Delta l_4 = -0{,}085$
(·) В - автоматич переместится, т.к. изм дл. уч 4 (·)Б и произошло изм-е длины уч 3;
$\lambda_В = \lambda_Б + \Delta l_3 = -0{,}085 - 0{,}014 = -0{,}099$ мм
$\lambda_Г = \lambda_В + \Delta l_2 = -0{,}149$
$\lambda_Д = \lambda_Г + \Delta l_1 = -0{,}349$ мм

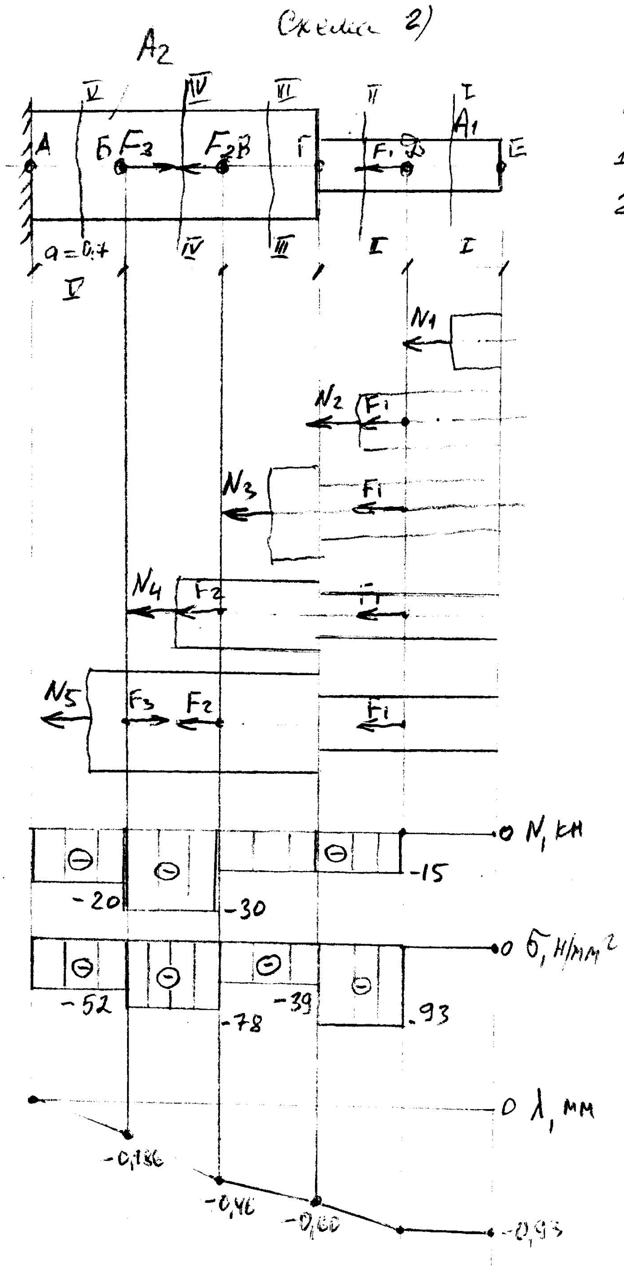
8. Строим эп. перемещ. погр. попереч сеч

Схема в)



A₂
A₁
A
F3
Б
В
F2
Г
Д
F1
a=0,4 a=0,4 a=0,4 2a=0,8
IV
III
II
I
N1
F1
N2
F1
N3
F2
F1
N4
F3
F2
F1
0
N, кН
-2
-7
-12
σ, Н/мм²
-7,14
-25
-42,8
-50
λ, мм
-0,085
-0,099
-0,149
-0,349

Схема г)



$F_1 = 15$ кН $A_1 = 1{,}6$ см²
$F_2 = 15$ $A_2 = 3{,}8$
$F_3 = 14$ $a = 0{,}7$ м

1. Опр. границы уч-ков. (I - V)

2. $N_1 = 0$

$N_2 = -F_1 = -15$ кН

$N_3 = -15$ кН

$N_4 = -F_2 - F_1 = -30$ кН

$N_5 = F_3 - F_2 - F_1 = 10 - 30 = -20$ кН

3. Эпюра N, кН.

4. Опр напр-я $\sigma = \frac{N}{A}$; $\frac{\cdot 10^3}{\cdot 10^2}$ $\left[\frac{Н}{мм^2}\right]$

$\sigma_1 = \frac{N_1}{A_1} = 0$

$\sigma_2 = \frac{N_2}{A_1} = \frac{-15\cdot 10^3}{1{,}6\cdot 10^2} = -93{,}75$

$\sigma_3 = \frac{N_3}{A_2} = \frac{-15\cdot 10}{3{,}8} = -39{,}47$

$\sigma_4 = \frac{N_4}{A_2} = \frac{-30\cdot 10}{3{,}8} = -78{,}94$

$\sigma_5 = \frac{N_5}{A_2} = \frac{-20\cdot 10}{3{,}8} = -52{,}63$

5. Строим эп. σ, Н/мм²

6. Перемещение поперечн сечений Δl, мм

$\Delta l_1 = \frac{\sigma_1 \cdot l_1}{E} = \frac{0 \cdot 0{,}7\cdot 10^3}{2\cdot 10^5} = \frac{0 \cdot 0{,}7}{200} = 0$

$\Delta l_2 = \frac{\sigma_2 \cdot l_2}{E} = \frac{-93{,}75\cdot 0{,}7\cdot 10^3}{2\cdot 105} = -0{,}328$

$\Delta l_3 = \frac{\sigma_3 \cdot l_3}{E} = \frac{-39{,}47\cdot 0{,}7}{200} = -0{,}138$

$\Delta l_4 = \frac{\sigma_4 \cdot l_4}{E} = \frac{-78{,}94\cdot 0{,}7}{200} = -0{,}276$

$\Delta l_5 = \frac{\sigma_5 \cdot l_5}{E} = \frac{-52{,}63\cdot 0{,}7}{200} = -0{,}184$

7.

$\lambda_А = 0$

$\lambda_Б = \Delta l_5 = -0{,}184$

$\lambda_В = \lambda_Б + \Delta l_4 = -0{,}46$

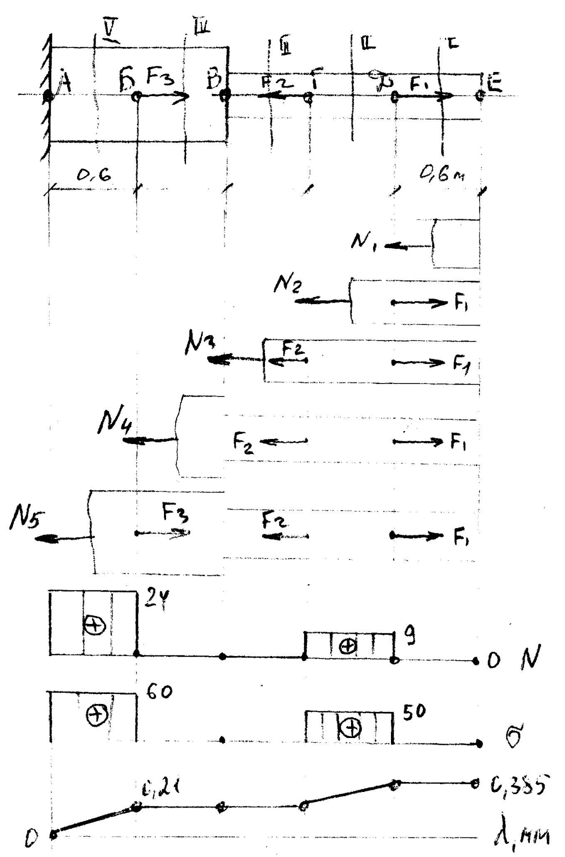
$\lambda_Г = \lambda_В + \Delta l_3 = -0{,}60$

$\lambda_Д = \lambda_Г + \Delta l_2 = -0{,}93$

$\lambda_Е = \lambda_Д + \Delta l_1 = -0{,}93$

Схемы д) и е)

Схема д)



$F_1 = 9 \qquad A_1 = 1{,}8$

$F_2 = 9 \qquad A_2 = 4{,}0$

$F_3 = 24 \qquad a = 0{,}6$ м

$N_1 = 0$

$N_2 = F_1 = 9$

$N_3 = F_1 - F_2 = 0$

$N_4 = F_1 - F_2 = 0$

$N_5 = F_3 - F_2 + F_1 = 24$

$\sigma_1 = \dfrac{N_1}{A_1} = 0 \qquad \Delta l_1 = 0$

$\sigma_2 = \dfrac{9 \cdot 10^3}{1{,}8 \cdot 10^2} = 50 \qquad \Delta l_2 = \dfrac{\sigma_2 \cdot l_2}{E} = \dfrac{50 \cdot 0{,}7 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^5} = 0{,}175$

$\sigma_3 = \dfrac{N_3}{A_1} = 0 \qquad \Delta l_3 = 0$

$\sigma_4 = \dfrac{N_4}{A_2} = 0 \qquad \Delta l_4 = 0$

$\sigma_5 = \dfrac{N_5}{A_2} = \dfrac{24 \cdot 10^3}{4{,}0 \cdot 10^2} = 60 \qquad \Delta l_5 = \dfrac{\sigma_5 \cdot l_5}{E} = \dfrac{60 \cdot 0{,}7}{200} = 0{,}21$ мм

$\lambda_А = 0 \qquad \lambda_Б = \Delta l_5 = 0{,}21 \qquad \lambda_В = \lambda_Б + \Delta l_4 = 0{,}21$

$\lambda_Г = \lambda_В + \Delta l_3 = 0{,}21 \qquad \lambda_Д = \lambda_Г + \Delta l_2 = 0{,}385$

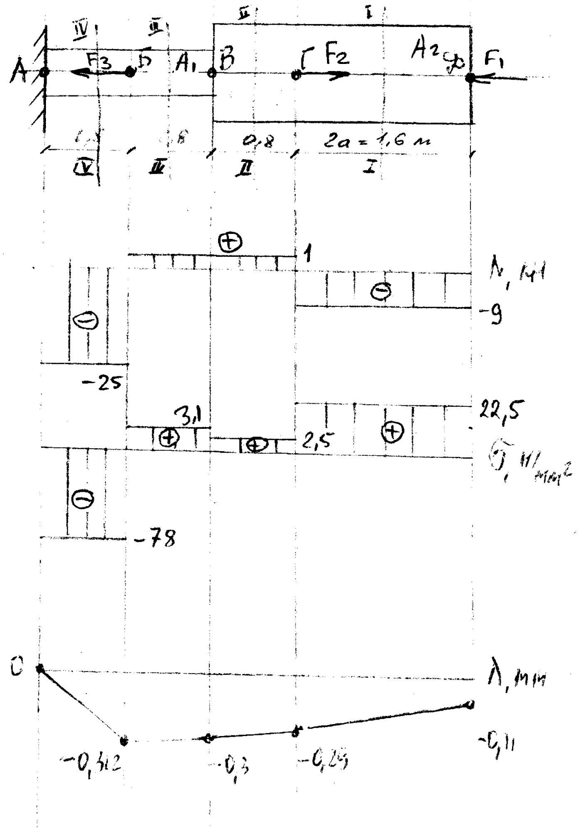
$\lambda_Е = \lambda_Д + \Delta l_1 = 0{,}385$

Схема е)

$A_1 = 3{,}2 \quad A_2 = 4{,}0$

$a = 0{,}8$

$F_1 = 9 \qquad F_2 = 10 \qquad F_3 = 25$



$N_1 = -F_1 = -9$ кН $\qquad N_2 = F_2 - F_1 = 10 - 9 = 1$ кН

$N_3 = F_2 - F_1 = 1$ кН $\qquad N_4 = -F_3 + F_2 - F_1 = -25$ кН

$\sigma_1 = \dfrac{N_1}{A_2} = \dfrac{9 \cdot 10^3}{4{,}0 \cdot 10^2} = 22{,}5 \qquad \sigma_2 = \dfrac{N_2}{A_2} = \dfrac{1 \cdot 10}{4{,}0} = 2{,}5$

$\sigma_3 = \dfrac{N_3}{A_1} = \dfrac{1 \cdot 10}{3{,}2} = 3{,}125 \qquad \sigma_4 = \dfrac{N_4}{A_1} = \dfrac{-250}{3{,}2} = -78{,}125$

$\Delta l_1 = \dfrac{\sigma_1 \cdot l_1}{E} = \dfrac{22{,}5 \cdot 1{,}6 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^5} = \dfrac{22{,}5 \cdot 1{,}6}{200} = 0{,}18$

$\Delta l_2 = \dfrac{\sigma_2 \cdot l_2}{E} = \dfrac{2{,}5 \cdot 0{,}8}{200} = 0{,}01$

$\Delta l_3 = \dfrac{\sigma_3 \cdot l_3}{E} = \dfrac{3{,}125 \cdot 0{,}8}{200} = 0{,}0125$

$\Delta l_4 = \dfrac{\sigma_4 \cdot l_4}{E} = \dfrac{-78{,}125 \cdot 0{,}8}{200} = -0{,}312$

$\lambda_А = 0$

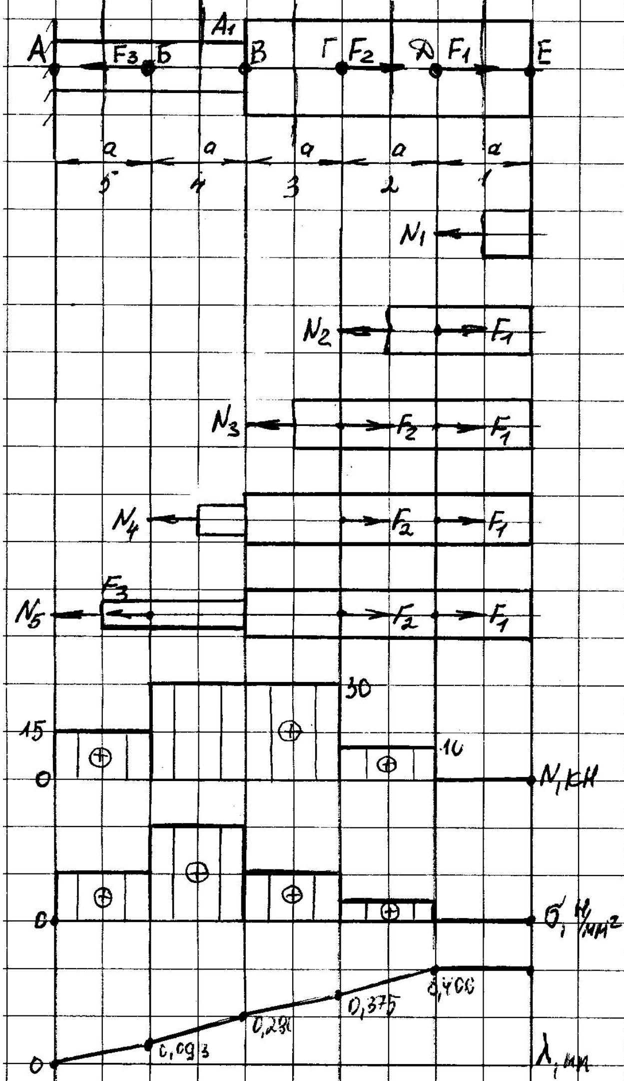
$\lambda_Б = \lambda_А + \Delta l_4 = -0{,}312$

$\lambda_В = \lambda_Б + \Delta l_3 = -0{,}312 + 0{,}0125 \cong -0{,}30$

$\lambda_Г = \lambda_В + \Delta l_2 = -0{,}30 + 0{,}01 = -0{,}29$

$\lambda_Д = \lambda_Г + \Delta l_1 = -0{,}29 + 0{,}18 = -0{,}11$

Схема б)



$F_1 = 10$ кН $A_1 = 1,6$ см²

$F_2 = 20$ кН $A_2 = 3,2$ см² $E = 2\cdot10^5$ Н/мм²

$F_3 = 15$ кН $a = 0,2$ м

1. Определяем границы участков.
2. Методом сечений опр-ем продольн. силу.

$N_1 = 0$

$N_2 = F_1 = 10$ кН

$N_3 = F_2 + F_1 = 30$ кН

$N_4 = F_2 + F_1 = 30$ кН

$N_5 = -F_3 + F_2 + F_1 = 15$ кН

3. Строим эпюру продольных сил.
4. Определяем нормальные напряжения

$\sigma_1 = \frac{N_1}{A_2} = 0$

$\sigma_2 = \frac{N_2}{A_2} = \frac{10\cdot10^3}{3,2\cdot10^2} = 31,25$ Н/мм²

$\sigma_3 = \frac{N_3}{A_2} = \frac{30\cdot10^3}{3,2\cdot10^2} = 93,75$ Н/мм²

$\sigma_4 = \frac{N_4}{A_1} = \frac{30\cdot10^3}{1,6\cdot10^2} = 187,5$ Н/мм²

$\sigma_5 = \frac{N_5}{A_1} = \frac{15\cdot10^3}{1,6\cdot10^2} = 93,75$ Н/мм²

5. Строим эпюру нормальных напряже.
6. Считаем перемещения поперечный сечен. Определяем изменение длины каждого участка балки

$\Delta\ell_1 = \frac{\sigma_1\cdot\ell_1}{E} = 0$

$\Delta\ell_2 = \frac{\sigma_2\cdot\ell_2}{E} = \frac{31,25\cdot0,2\cdot10^3}{E} = 0,031$ мм

$\Delta\ell_3 = \frac{\sigma_3\cdot\ell_3}{E} = \frac{93,75\cdot0,2\cdot10^3}{E} = 0,093$ мм

$\Delta\ell_4 = \frac{\sigma_4\cdot\ell_4}{E} = \frac{187,5\cdot0,2\cdot10^3}{E} = 0,187$ мм

$\Delta\ell_5 = \frac{\sigma_5\cdot\ell_5}{E} = \frac{93,75\cdot0,2\cdot10^3}{E} = 0,093$ мм

7. На границе каждого участка ставим (•), обозначая русскими буквами, начиная от заделки: А, Б, В, Г, Д, Е.

(·)А – жестко заделана, поэтому пограничное перемещение $\lambda_A = 0$

(·)Б – переместится, т.к. измен. длина участка 5.

7. Считаем перемещ. пограничных поп. сеч-й.

$\lambda_A = 0$

$\lambda_Б = \lambda_A + \Delta\ell_5 = 0,093$ мм

$\lambda_В = \lambda_Б + \Delta\ell_4 = 0,281$ мм

$\lambda_Г = \lambda_В + \Delta\ell_3 = 0,375$ мм

$\lambda_Д = \lambda_Г + \Delta\ell_2 = 0,406$ мм

$\lambda_Е = \lambda_Д + \Delta\ell_1 = 0,406$ мм

Алгоритм выполнения расчетно-графической работы №3

1. **Определяем границы участков.**

Границами являются поперечные сечения, в которых приложена внешняя сила и происходит изменение поперечного сечения балки (1, 2, 3, 4, 5).

2. **Методом сечений** определяем **продольную силу *N*** в пределах каждого участка.

В **любом** месте по длине участка проводим секущую плоскость. Левую часть отбрасываем. Рассматриваем оставшуюся.

Сколько внешних сил действует на оставшуюся часть?

Чтобы эта часть бруса оставалась в равновесии – необходимо, чтобы внутренние силы были равны внешней силе.

Сила, действующая от заделки – растягивающая, знак (+).

К заделке – сжимающая, знак (-).

3. **Строим эпюру продольных сил** – график распределения продольной силы вдоль оси балки (***N***, кН).

4. **Определяем напряжения**.

При деформации растяжения – сжатия возникают только нормальные напряжения, которые вычисляются по формуле:

$$\sigma = \frac{N \cdot 10^3}{A \cdot 10^2},$$

где ***N*** – продольная сила, Н,

A – площадь поперечного сечения, мм^2.

Обратить внимание на величину площади поперечного сечения ***A*** (на нескольких участках может быть одно значение площади).

5. **Строим эпюру нормальных напряжений**.

6. Считаем перемещения поперечных сечений балки.

На сколько участков разделили балку?

На каждом участке действует своя внутренняя сила под действием этой силы, каждый участок балки изменяет свою длину. Определим изменение длины каждого участка балки ***Δl*, мм** по формуле: $\Delta l = \dfrac{\sigma \cdot l}{E}$.

7. Считаем перемещения пограничных поперечных сечений λ, мм. На границе каждого участка ставим (•), обозначаем русскими буквами, начиная от заделки: ***А, Б, В, Г, Д, Е***. Точка ***А*** – жестко заделана, поэтому перемещение $\lambda_А = 0$. Точка ***Б*** переместится, т.к. изменится длина участка 5.

$$\lambda_Б = \Delta l_5$$

$$\lambda_В = \lambda_Б + \Delta l_4$$

$$\lambda_Г = \lambda_В + \Delta l_3$$

$$\lambda_Д = \lambda_Г + \Delta l_2$$

$$\lambda_Е = \lambda_Д + \Delta l_1.$$

8. Строим график перемещения пограничных поперечных сечений.

ЛЕКЦИЯ 22

Тема 2.2. Механические испытания, механические характеристики. Предельные и допускаемые напряжения

Иметь представление о предельных и допускаемых напряжениях и коэффициенте запаса прочности.

Знать диаграммы растяжения и сжатия пластичных и хрупких материалов, порядок расчетов на прочность.

При выборе материалов для элементов конструкции и расчетов на прочность необходимо знать механические характеристики. Необходимые сведения получают экспериментально при испытаниях на растяжение, сжатие, срез, кручение и изгиб.

Механические испытания. Статические испытания на растяжение и сжатие

Это стандартные испытания: оборудование – стандартная разрывная машина, стандартный образец (круглый или плоский), стандартная методика расчета.

На рис. 22.1 представлена схема испытаний (***do*** – начальный диаметр поперечного сечения; ***lo*** – начальная длина).

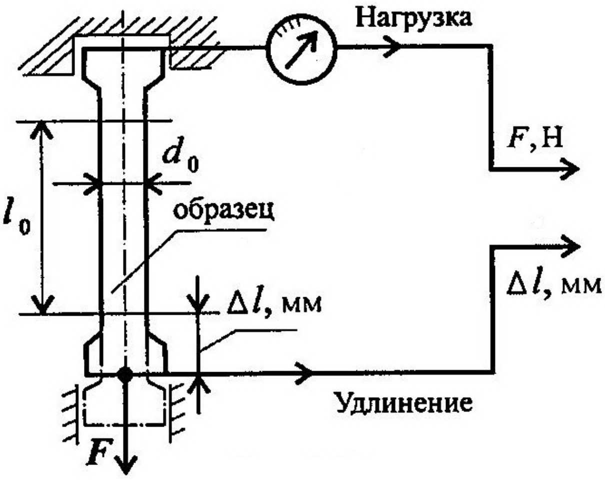


Рис. 22.1

На рис. 22.2 изображена схема образца до (рис. 22.2а) и после (рис. 22.2б) испытаний ($d_ш$ – диаметр шейки, сужения перед разрывом).

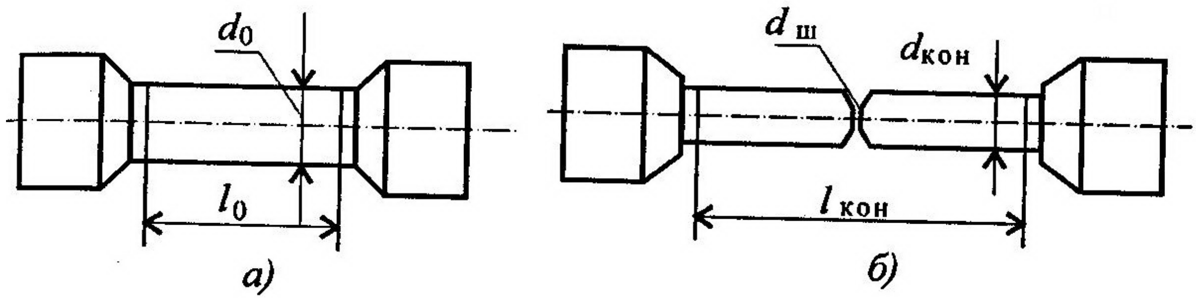


Рис. 22.2

Образец закрепляется в зажимах разрывной машины и растягивается до разрыва. Машина снабжена прибором для автоматической записи диаграммы растяжения – зависимости между нагрузкой и абсолютным удлинением (рис. 22.3 – диаграмма растяжения для малоуглеродистой стали).

Полученная диаграмма пересчитывается и перестраивается (рис. 22.4 – приведенная диаграмма растяжения первого типа).

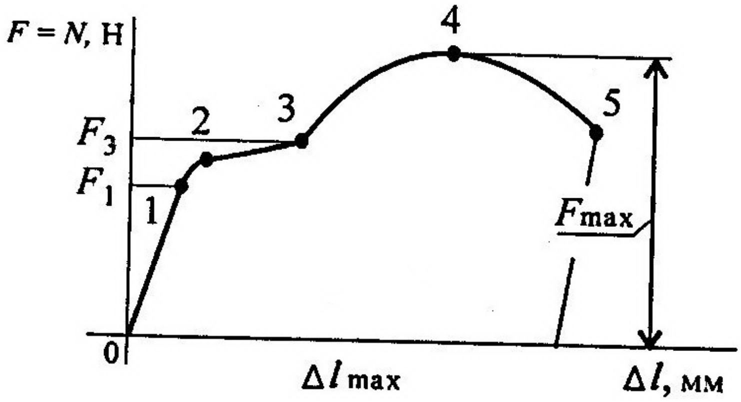


Рис. 22.3

Особые точки диаграммы растяжения обозначены точками 1, 2, 3, 4, 5:

1) точка 1 соответствует *пределу пропорциональности:* после нее прямая линия (прямая пропорциональность) заканчивается и переходит в кривую;

участок 01 – удлинение Δl растет пропорционально нагрузке; подтверждается закон Гука;

2) точка 2 соответствует *пределу упругости* материала: материал теряет упругие свойства – *способность вернуться к исходным размерам;*

3) точка 3 является концом участка, на котором образец сильно *деформируется без увеличения нагрузки.* Это явление называют *текучестью; текучесть – удлинение при постоянной нагрузке;*

4) точка 4 соответствует *максимальной нагрузке,* в этот момент на образце образуется *«шейка»* – резкое уменьшение площади поперечного сечения. Напряжение в этой точке называют *временным сопротивлением разрыву,* или *условным пределом прочности.* Зона 3 – 4 называется зоной упрочнения.

Механические характеристики

При построении приведенной диаграммы рассчитываются величины, имеющие условный характер, усилия в каждой из точек делят на величину *начальной площади поперечного сечения,* хотя в каждый момент идет деформация и площадь образца уменьшается. Приведенная диаграмма растяжения не зависит от абсолютных размеров образца (рис. 22.4).

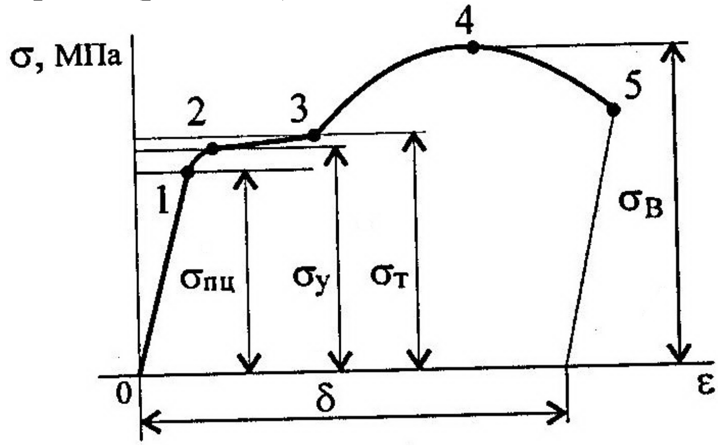


Рис. 22.4

Основные характеристики прочности:

– предел пропорциональности $\sigma_{пц} = \dfrac{F_1}{A_0}$;

– предел упругости $\sigma_у = \dfrac{F_2}{A_0}$;

– предел текучести $\sigma_т = \dfrac{F_3}{A_0}$;

– предел прочности, или временное сопротивление разрыву, $\sigma_B = \dfrac{F_{max}}{A_0}$,

где $A_0 = \dfrac{\pi d_0^2}{4}$ – начальная площадь сечения.

Характеристики пластичности материала

δ – максимальное удлинение в момент разрыва

$$\delta = \frac{\Delta l_{max}}{l_0} \cdot 100\%,$$

где Δl_{max} – максимальное остаточное удлинение (рис. 22.3); ψ – максимальное сужение при разрыве

$$\psi = \frac{A_0 - A_ш}{A_0} \cdot 100\%,$$

где $\boldsymbol{A_ш}$ – площадь образца в месте разрыва.

Характеристики пластичности определяют способность материала к деформированию, чем выше значения δ и ψ, тем материал пластичнее.

Виды диаграмм растяжения

Различные материалы по разному ведут себя под нагрузкой, характер деформаций и разрушения зависит от типа материалов.

Принято делить материалы по типу их диаграмм растяжения на три группы.

К первой группе относят ***пластичные материалы,*** эти материалы имеют на диаграмме растяжения *площадку текучести* (диаграммы первого типа) (рис. 22.5а). Ко второй группе относятся ***хрупкие материалы,*** эти материалы *мало деформируются,* разрушаются по хрупкому типу. На диаграмме нет площадки текучести (рис. 22.56).

К третьей группе относят *материалы, не имеющие площадку текучести,* но значительно деформирующиеся под нагрузкой, их называют ***пластично-хрупкими*** (рис. 22.5в).

Таким образом, *хрупкий и пластично-хрупкий материалы не имеют площадки текучести,* а в справочниках отсутствует характеристика «предел текучести». По этой особенности их можно узнать.

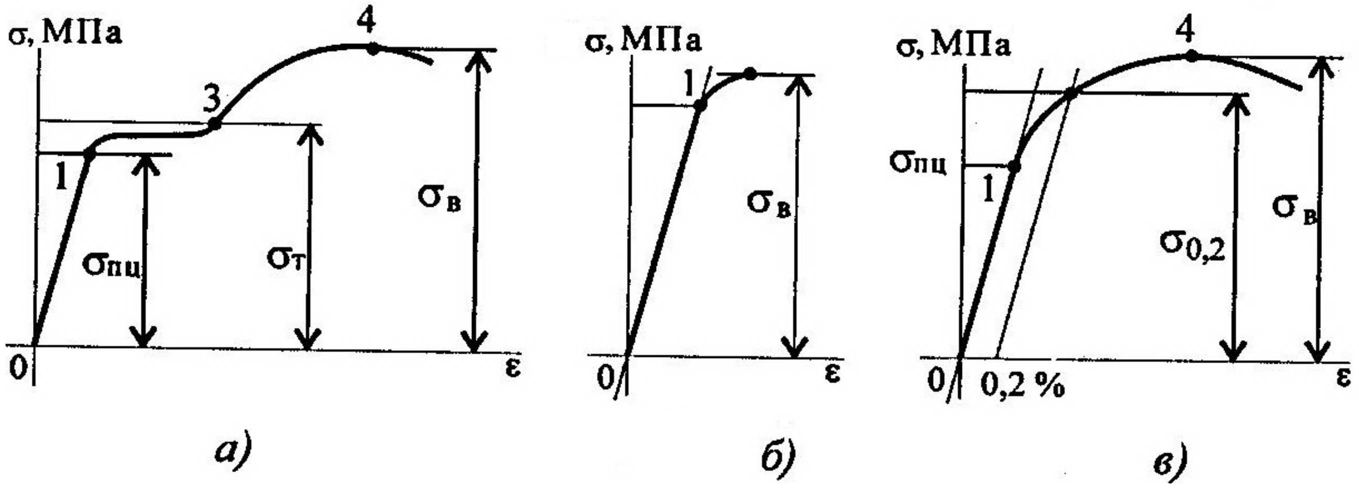


Рис. 22.5

Пластично-хрупкие материалы значительно деформируются, этого нельзя допустить в работающей конструкции. Поэтому их *деформацию обычно ограничивают.* Максимально возможная относительная деформация *ε = 0,2%.* По величине максимально возможной Деформации определяется соответствующее нормальное напряжение σ_{02}, которое принимают за предельное.

Предельные и допустимые напряжения

Предельным напряжением считают напряжение, при котором в материале возникает опасное состояние (разрушение или опасная деформация).

Для *пластичных* материалов предельным напряжением считают *предел текучести*, т. к. возникающие пластические деформации не исчезают после снятия нагрузки:

$$\sigma_{\text{пред}} = \sigma_{\text{т}}.$$

Для *хрупких* материалов, где пластические деформации отсутствуют, а разрушение возникает по хрупкому типу (шейки не образуется), за предельное напряжение принимают *предел прочности*:

$$\sigma_{\text{пред}} = \sigma_{\text{в}}.$$

Для пластично-хрупких материалов предельным напряжением считают напряжение, соответствующее максимальной деформации 0,2% (σ_{02}):

$$\sigma_{\text{пред}} = \sigma_{02}.$$

Допускаемое напряжение – максимальное напряжение, при котором материал должен нормально работать.

Допускаемые напряжения получают по предельным с учетом запаса прочности:

$$[\sigma] = \frac{\sigma_{\text{пред}}}{[s]}$$

где [***σ***] – допускаемое напряжение; ***s*** – коэффициент запаса прочности; [***s***] – допускаемый коэффициент запаса прочности.

Примечание. В квадратных скобках принято обозначать допускаемое значение величины.

Допускаемый коэффициент запаса прочности зависит от качества материала, условий работы детали, назначения детали, точности обработки и расчета и т. д.

Он может колебаться от 1,25 для простых деталей до 12,5 для сложных деталей, работающих при переменных нагрузках в условиях ударов и вибраций.

Особенности поведения материалов при испытания на сжатие

1. Пластичные материалы практически одинаково работают при растяжении и сжатии. Механические характеристики при растяжении и сжатии одинаковы.

2. Хрупкие материалы обычно обладают большей прочностью при сжатии, чем при растяжении: $\boldsymbol{\sigma}_{\mathbf{вр}} < \boldsymbol{\sigma}_{\mathbf{вс}}$.

Если допускаемое напряжение при растяжении и сжатии различно, их обозначают $[\boldsymbol{\sigma}_{\mathbf{р}}]$ (растяжение), $[\boldsymbol{\sigma}_{\mathbf{с}}]$ (сжатие).

Расчеты на прочность при растяжении и сжатии

Расчеты на прочность ведутся по условиям прочности – неравенствам, выполнение которых гарантирует прочность детали при данных условиях.

Для обеспечения прочности расчетное напряжение не должно превышать допускаемого напряжения:

$$\sigma \le [\sigma], \text{ где } \sigma = \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{A}}; \quad [\sigma] = \frac{\sigma_{\text{пред}}}{[\mathrm{s}]}.$$

Расчетное напряжение σ зависит от нагрузки и размеров поперечного сечения, допускаемое только от материала детали и условий работы.

Существуют **три вида расчета на прочность**.

1. Проектировочный расчет – задана расчетная схема и нагрузки; материал или размеры детали подбираются:

– определение размеров поперечного сечения:

$$A \ge \frac{N}{[\sigma]};$$

– подбор материала

$$\sigma_{\text{пред}} \ge \frac{\mathrm{N}[\mathrm{s}]}{\mathrm{A}};$$

по величине $\sigma_{\text{пред}}$ можно подобрать марку материала.

2. **Проверочный расчет** – известны нагрузки, материал, размеры детали; необходимо проверить, обеспечена ли прочность.

Проверяется неравенство

$$\sigma = \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{A}} \le [\sigma],$$

3. **Определение нагрузочной способности** (максимальной нагрузки): $[\mathrm{N}] = [\boldsymbol{\sigma}]\mathrm{A}$.

Примеры решения задач

Прямой брус растянут силой 150 кН (рис. 22.6), материал – сталь $\boldsymbol{\sigma}_т$ = 570 МПа, $\boldsymbol{\sigma}_в$ = 720 МПа, запас прочности **[s]** = 1,5. Определить размеры поперечного сечения бруса.

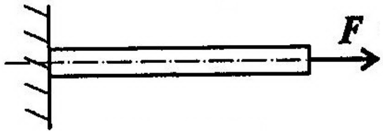


Рис. 22.6

Решение

1. Условие прочности: $\sigma = \dfrac{N}{A} \le [\sigma]$.

2. Потребная площадь поперечного сечения определяется соотношением

$$A \ge \frac{N}{[\sigma]}.$$

3. Допускаемое напряжение для материала рассчитывается из заданных механических характеристик. Наличие предела текучести означает, что материал – пластичный.

$$[\sigma] = \frac{\sigma_т}{[s]}; \quad [\sigma] = \frac{570}{1{,}5} = 380 \text{ МПа}.$$

4. Определяем величину потребной площади поперечного сечения бруса и подбираем размеры для двух случаев.

$$A \geqslant \frac{150 \cdot 10^3}{380} = 394{,}7 \text{ мм}^2.$$

Сечение – круг, определяем диаметр.

$$A = \pi R^2; \quad R = \sqrt{\frac{A}{\pi}}; \quad R = \sqrt{\frac{394{,}7}{3{,}14}} = 11{,}2 \text{ мм}.$$

Полученную величину округляем в большую сторону d = 25 мм, A = 4,91 см^2.

Сечение – равнополочный уголок № 5 по ГОСТ 8509-86.

Ближайшая площадь поперечного сечения уголка – A = 4,29 см^2 (d = 5 мм). 4,91 > 4,29 (Приложение 1).

Контрольные вопросы и задания

1.Какое явление называют текучестью?

Что такое «шейка», в какой точке диаграммы растяжения она образуется?

3.Почему полученные при испытаниях механические характеристики носят условный характер?

4.Перечислите характеристики прочности.

5.Перечислите характеристики пластичности.

6.В чем разница между диаграммой растяжения, вычерченной автоматически, и приведенной диаграммой растяжения?

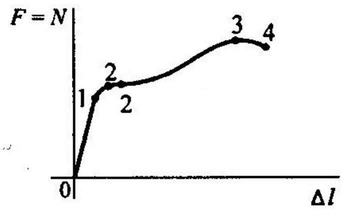
7.Какая из механических характеристик выбирается в качестве предельного напряжения для пластичных и хрупких материалов?

8. В чем различие между предельным и допускаемым напряжениями?

9. Запишите условие прочности при растяжении и сжатии. Отличаются ли условия прочности при расчете на растяжение и расчете на сжатие?

10. Ответьте на вопросы тестового задания.

Темы 2.2. Растяжение и сжатие

Вопросы	Ответы	Код
1. Выбрать на диаграмме растяжения участок упругих деформаций. 	01	1
	12	2
	23	3
	22	4
2. По какой характеристике определяется допускаемое напряжение для пластичных материалов?	$\sigma_т$	1
	$\sigma_{пц}$	2
	$\sigma_у$	3
	$\sigma_в$	4

Вопросы	Ответы
3. Выбрать наиболее точную запись условия прочности при растяжении и сжатии.	$\sigma = \frac{N}{A} = [\sigma]$
	$\sigma = \frac{N}{A} \geqslant [\sigma]$
	$\sigma = \frac{N}{A} \leqslant [\sigma]$
	$\sigma = \frac{N}{A} > [\sigma]$
4. Определить предел текучести материала, если: $F_{пц} = 12$ кН; $F_т = 14$ кН; $F_{max} = 20$ кН; $A = 50$ мм^2, A — площадь поперечного сечения.	280 МПа
	470 МПа
	560 МПа
	620 МПа
5. Проверить прочность материала, если: $\sigma = 320$ МПа; $\sigma_{пц} = 720$ МПа; $\sigma_т = 800$ МПа; $\sigma_в = 1000$ МПа; $[s] = 2,5$; s — запас прочности; σ — расчетное напряжение.	$\sigma > [\sigma]$
	$\sigma < [\sigma]$
	$\sigma = [\sigma]$
	Данных недостаточно

ЛЕКЦИЯ 23

Тема 2.3. Практические расчеты на срез и смятие. Основные предпосылки расчетов и расчетные формулы

Иметь представление об основных предпосылках и условностях расчетов о деталях, работающих на срез и смятие.

Знать внутренние силовые факторы, напряжения и деформации при сдвиге и смятии, условия прочности.

Уметь определять площади среза и смятия.

Детали соединений (болты, штифты, шпонки, заклепки) работают так, что можно учитывать только один внутренний силовой фактор – поперечную силу. Такие детали рассчитываются на сдвиг.

Сдвиг (срез)

Сдвигом называется нагружение, при котором в поперечном сечении бруса возникает только один внутренний силовой фактор – поперечная сила.

Рассмотрим брус, на который действуют равные по величине, противоположно направленные, перпендикулярные продольной оси силы (рис. 23.1).

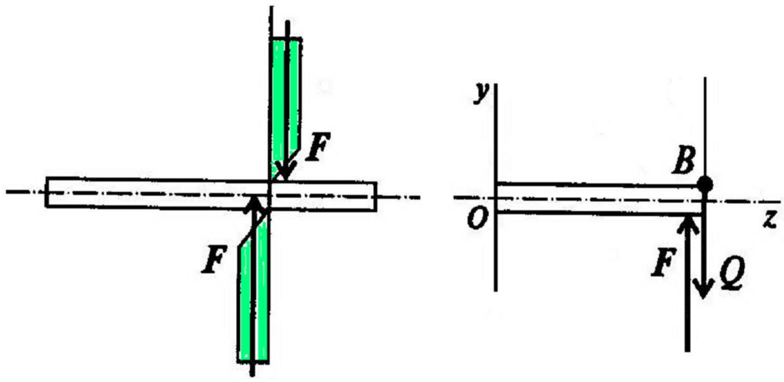


Рис. 23.1

Применим метод сечений и определим внутренние силы упругости из условия равновесия каждой из частей бруса:

$$\sum F_y = 0; \quad F - Q = 0; \quad F = Q,$$

где **Q** – поперечная сила. Естественно считать, что она вызовет появление только касательных напряжений τ.

Рассмотрим напряженное состояние в точке В поперечного сечения.

Выделим элемент в виде бесконечно малого параллелепипеда, к граням которого приложены напряжения (рис. 23.2).

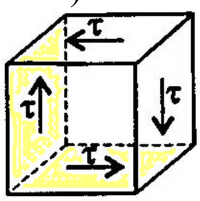


Рис. 23.2

Исходя из условия равновесия точки ***B***, внутри бруса при возникновении касательного напряжения τ на правой вертикальной площадке такое же напряжение должно возникнуть и на левой площадке. Они образуют пару сил. На горизонтальных площадках возникнут такие же напряжения, образующие такую же пару обратного направления (рис. 23.3). Такое напряженное состояние называется чистым сдвигом. Здесь действует ***закон парности касательных напряжений***:

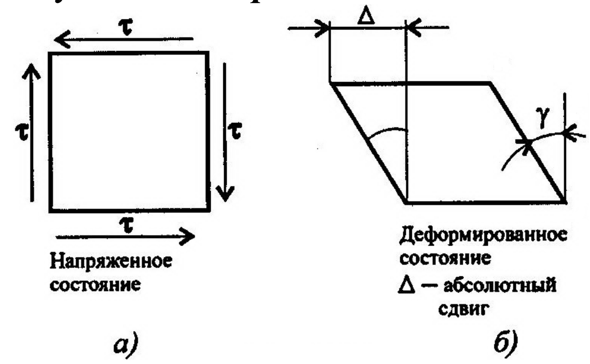


Рис. 23.3

При сдвиге в окрестностях точки на взаимно перпендикулярных площадках возникают равные по величине касательные напряжения, направленные на соседних площадках либо от ребра, либо к ребру (рис. 23. 3а).

В результате площадки сдвигаются на угол γ, называемый ***углом сдвига***.

При сдвиге выполняется закон Гука, который в данном случае записывается следующим образом: $\tau = G \cdot \gamma$.

Здесь τ – напряжение; ***G*** – модуль упругости сдвига; γ – угол сдвига.

При отсутствии специальных испытаний ***G*** можно рассчитать по формуле

$$G \cong 0{,}4E,$$

где ***E*** – модуль упругости при растяжении.

$$[G] = \text{МПа}.$$

Расчет деталей на сдвиг носит условный характер. Для упрощения расчетов принимается ряд допущений:

– при расчете на сдвиг изгиб деталей не учитывается, хотя силы, действующие на деталь, образуют пару;

– при расчете считаем, что силы упругости распределены по сечению равномерно;

– если для передачи нагрузки используют несколько деталей, считаем, что внешняя сила распределяется между ними равномерно.

Откуда формула для расчета напряжений имеет вид:

$$\tau_c = \frac{Q}{A_c}; \quad Q = \frac{F}{z},$$

где τ_c – касательное напряжение; ***Q*** – поперечная сила; A_c – площадь сдвига; ***F*** – внешняя сдвигающая сила; **z** – количество деталей.

Условие прочности при сдвиге (срезе)

$$\tau_c = \frac{Q}{A_c} \leqslant [\tau_c],$$

$[\tau_c]$ – допускаемое напряжение сдвига, обычно его определяют по формуле

$$[\tau_c] = (0{,}25 \div 0{,}35)\sigma_т.$$

При разрушении деталь перерезается поперек. Разрушение детали под действием поперечной силы называют срезом.

Смятие

Довольно часто одновременно со сдвигом происходит смятие боковой поверхности в месте контакта в результате передачи нагрузки от одной поверхности к другой. При этом на поверхности возникают сжимающие напряжения, называемые **напряжениями смятия**, $\boldsymbol{\sigma}_{см}$.

Расчет также носит условный характер. Допущения подобны принятым при расчете на сдвиг (см. выше), однако при расчете боковой цилиндрической поверхности напряжения по поверхности распределены **не равномерно**, поэтому расчет проводят для наиболее нагруженной точки (на рис. 23.46). Для этого вместо боковой поверхности цилиндра в расчете используют плоскую поверхность, проходящую через диаметр. На рис. 23.4 показана примерная схема передачи давления на стержень заклепки.

Таким образом, условие прочности при смятии можно выразить соотношением

$$\sigma_{см} = \frac{F}{A_{см}} \leqslant [\sigma_{см}];$$

$A_{см} = d\delta$, где $\boldsymbol{d}$ – диаметр окружности сечения; $\boldsymbol{\delta}$ – наименьшая высота соединяемых пластин; $\mathbf{A}_{см}$ – расчетная площадь смятия;

допускаемое напряжение смятия: $[\sigma_{см}] = (0{,}35 \div 0{,}4)\sigma_т;$

$\boldsymbol{F}$ – сила взаимодействия между деталями.

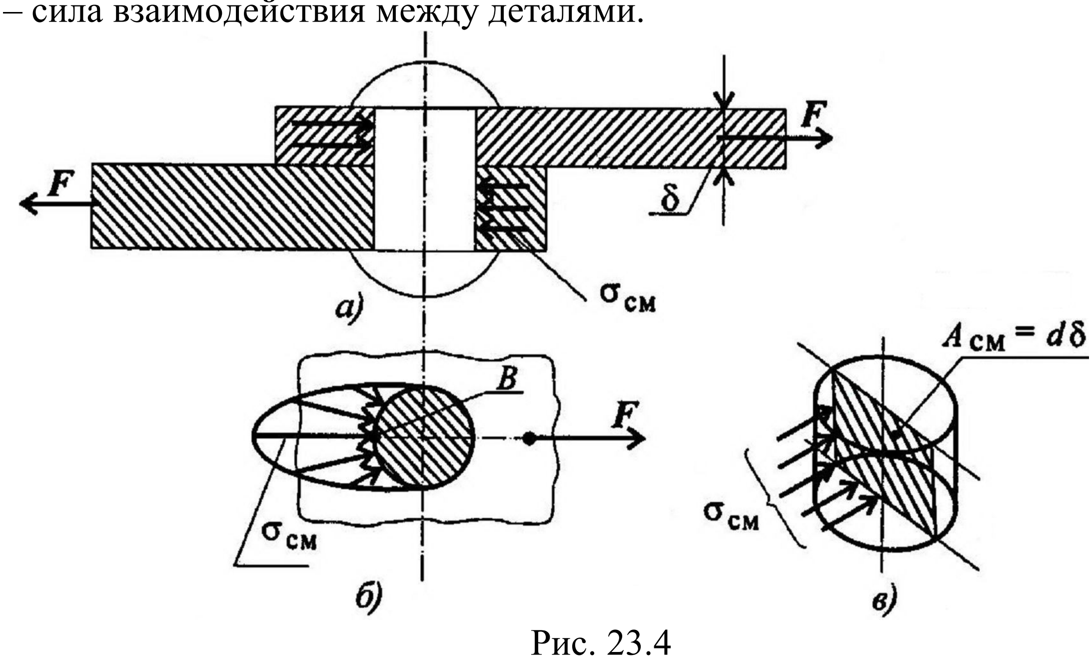


Рис. 23.4

Примеры деталей, работающих на сдвиг (срез) и смятие

1. Ось (рис. 23.5).

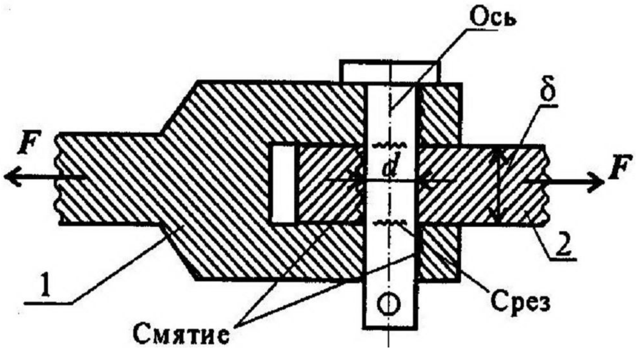
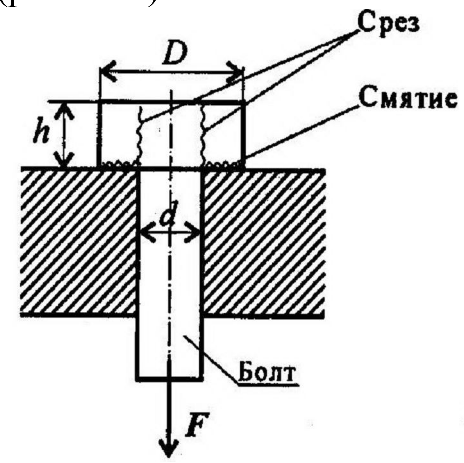


Рис. 23.5

В случае, если толщина детали 2 меньше, $A_{см} = d\delta$;

$$A_с = \frac{\pi d^2}{4} i;\ i = 2$$ где i = 2 – количество площадей среза.

2. Болт (рис. 23.6).



$$A_с = \pi d h; \quad A_{см} = \frac{\pi}{4}(D^2 - d^2).$$

Рис. 23.6

3. Шпонки (рис. 23.7) работают на срез и смятие, но рассчитываются только на смятие.

$$A_с = bl;\ A_{см} = lt;$$

где l – длина шпонки; t – высота выступающей части; b – ширина шпонки.

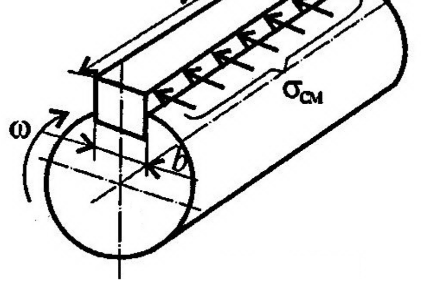


Рис. 23.7

4. Заклепка односрезная (рис. 23.8), двухсрезная (рис. 23.9).

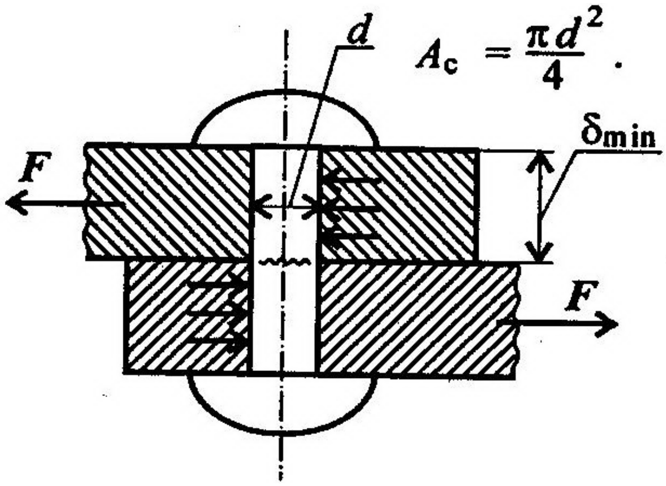


Рис. 23.8

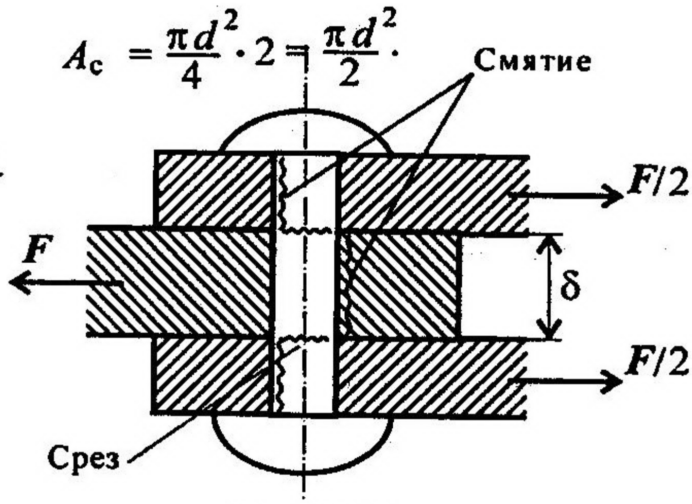


Рис. 23.9

5. Сварное соединение (рис. 23.10).

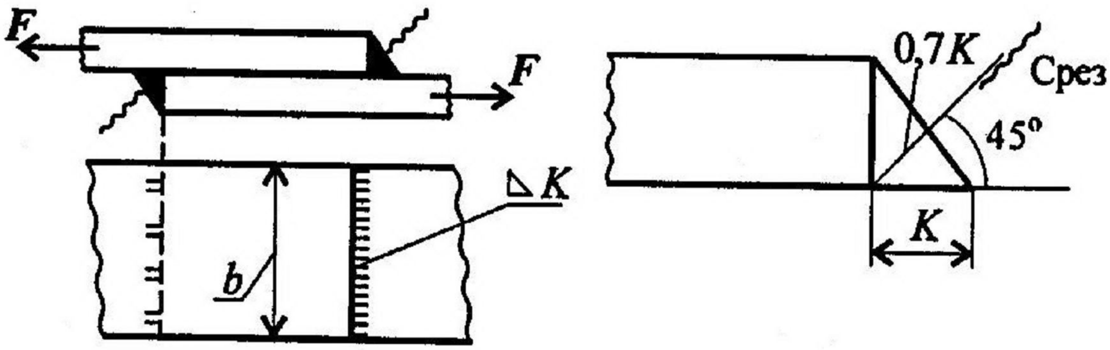


Рис. 23.10

Угловой шов разрушается под углом 45° к плоскости разъема в результате среза. K – катет углового шва, подбирается по толщине свариваемого листа.

Двухсторонний шов:

$$A_c = 2 \cdot 0{,}7Kb.$$

ЛЕКЦИЯ 24

Тема 2.3. Практические расчеты на срез и смятие

Знать условия прочности при срезе и смятии. Уметь проводить расчеты на срез и смятие.

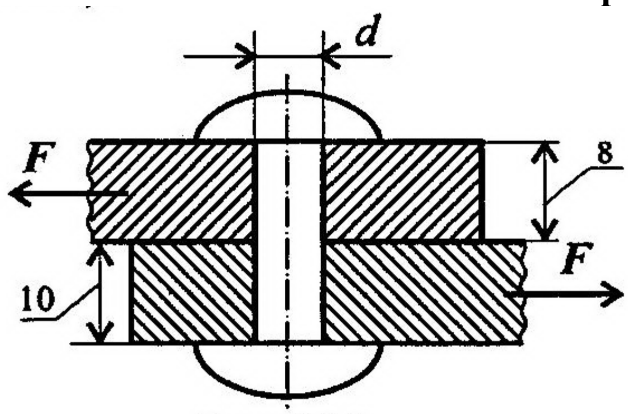
Примеры решения задач

Пример 1. Определить потребное количество заклепок для передачи внешней нагрузки 120 кН. Заклепки расположить в один ряд. Проверить прочность соединяемых листов. Известно: [**σ**] = 160 МПа; [**σсм**] = 300 МПа; [**τс**] = 100 МПа; диаметр заклепок 16мм.

Решение

1. Определить количество заклепок из расчета на сдвиг (рис. 24.1).

Условие прочности на сдвиг:



$$\tau_c = \frac{Q}{A_c} \leqslant [\tau_c]; \quad Q = \frac{F}{z};$$

$$\tau_c = \frac{F}{zA_c} \leqslant [\tau_c],$$

где $A_c = \pi r^2$;

z — количество заклепок.

Рис. 24.1

$$\text{Откуда } z \geqslant \frac{F}{A_c[\tau_c]}; \; z = \frac{120 \cdot 10^3}{3{,}14 \cdot 8^2 \cdot 100} = 5{,}97 \approx 6.$$

Таким образом, **необходимо 6 заклепок**.

2. Определить количество заклепок из расчета на смятие.

Условие прочности на смятие:

$$\sigma_{см} = \frac{F'}{A_{см}} \leqslant [\sigma_{см}]; \quad F' = \frac{F}{z}; \quad z \geqslant \frac{F}{A_{см}[\sigma_{см}]},$$

$A_{см} = d\delta_{\min}$; F' — нагрузка на одну заклепку.

$$\text{Откуда} \quad z \geqslant \frac{120 \cdot 10^3}{8 \cdot 16 \cdot 300} = 3{,}12.$$

Таким образом, **необходимо 4 заклепки**.

Для обеспечения прочности на сдвиг (срез) и смятие необходимо 6 заклепок.

Для удобства установки заклепок расстояние между ними и от края листа регламентируется. Шаг в ряду (расстояние между центрами) заклепок ***3d***; расстояние до края ***l,5d***. Следовательно, для расположения шести заклепок диаметром 16 мм необходима ширина листа 288 мм. Округляем величину до 300мм (b = 300мм).

3. Проверим прочность листов на растяжение. Проверяем тонкий лист. Отверстия под заклепки ослабляют сечение, рассчитываем площадь листа в месте, ослабленном отверстиями (рис. 24.2):

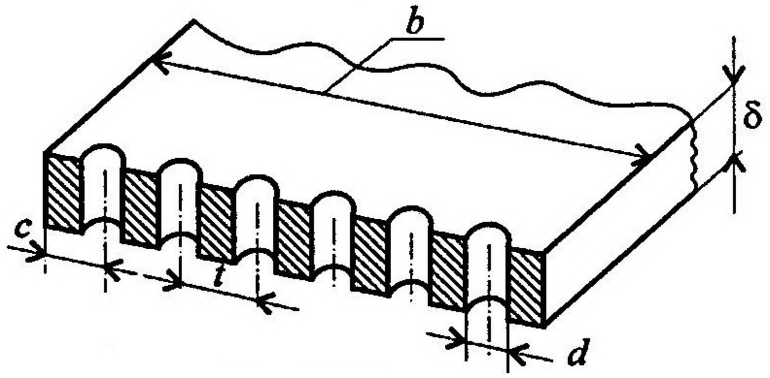


Рис. 24.2

$$A = (b - zd)\delta = (300 - 6 \cdot 16) \cdot 8 = 1632\,\text{мм}^2.$$

Условие прочности на растяжение:

$$\sigma_\text{р} = N/A \leqslant [\sigma_\text{р}]; \quad \sigma_\text{р} = \frac{120 \cdot 10^3}{1632} = 73{,}53\,\text{МПа}.$$

73,53 МПа < 160 МПа. Следовательно, прочность листа обеспечена.

Пример 2. Проверить прочность заклепочного соединения на срез и смятие. Нагрузка на соединение 60 кН, $[\boldsymbol{\tau}_\text{c}]$ = 100 МПа; $[\boldsymbol{\sigma}_\text{см}]$ = 240 МПа.

Решение

1. Соединение двухсрезными заклепками последовательно воспринимается тремя заклепками в левом ряду, а затем тремя заклепками в правом ряду (рис. 24.3).

Площадь сдвига каждой заклепки $\mathbf{A_c = 2\pi r^2}$.

Площадь смятия боковой поверхности $\mathbf{A_{см} = d\delta}_{min}$.

2. Проверим прочность соединения на сдвиг (срез).

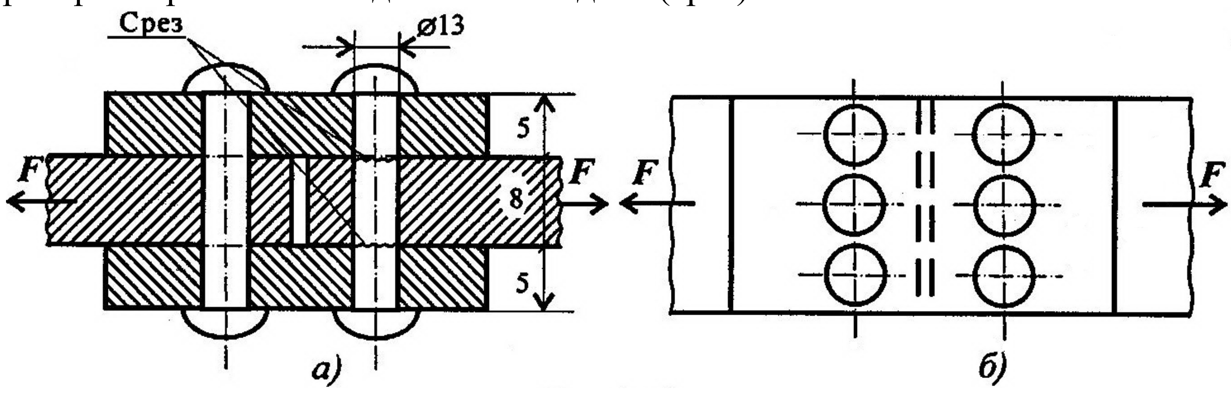


Рис. 24.3

Q = F/z – поперечная сила в поперечном сечении заклепки:

Прочность на сдвиг обеспечена.

3. Проверим прочность соединения на смятие:

$$\sigma_\text{см} = \frac{F}{zA_\text{см}}; \quad \sigma_\text{см} = \frac{60 \cdot 10^3}{3 \cdot 13 \cdot 8} = 192{,}3\,\text{МПа} < 240\,\text{МПа}.$$

Прочность заклепочного соединения обеспечена.

Пример 3. Проверить прочность сварного соединения угловыми швами с накладкой. Действующая нагрузка 60 кН, допускаемое напряжение металла шва на сдвиг 80 МПа.

Решение

1. Нагрузка передается последовательно через два шва слева, а далее – два шва справа (рис. 24.4). Разрушение угловых швов происходит по площадкам, расположенным под углом 45° к поверхности соединяемых листов.
2. Проверим прочность сварного соединения на срез. Двухсторонний угловой шов можно рассчитать по формуле

$$\tau_c = \frac{Q}{A_c} \leqslant [\tau_c],$$

где Q = F; $A_c = 2 \cdot 0{,}7\ Kb$, A_c – расчетная площадь среза шва; *K* – катет шва, равен толщине накладки; b – длина шва.

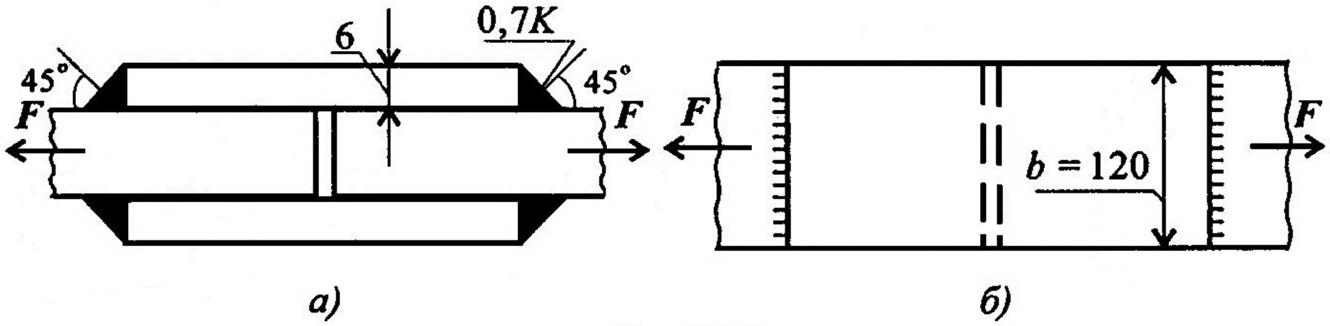


Рис. 24.4

Следовательно,

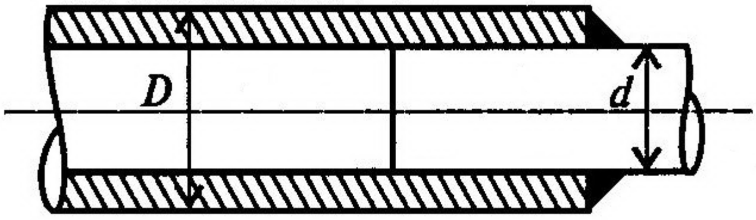
$$\tau_c = \frac{60 \cdot 10^3}{2 \cdot 0{,}7 \cdot 6 \cdot 120} = 59{,}5\ \text{МПа},$$

59,5 МПа < 80 МПа. Расчетное напряжение меньше допускаемого, прочность обеспечена.

Контрольные вопросы и задания

1.Какие внутренние силовые факторы возникают при сдвиге и смятии?
2.Сформулируйте закон парности касательных напряжений.
3.Как обозначается деформация при сдвиге?
4.Запишите закон Гука при сдвиге.
5.Какой физический смысл у модуля упругости?
6.Укажите единицы измерения напряжений сдвига и смятия и модуля упругости.
7.Как учесть количество деталей, использованных для передачи нагрузки при расчетах на сдвиг и смятие?
8.Запишите условия прочности на сдвиг и смятие.
9.Почему при расчете на смятие цилиндрических деталей вместо боковой цилиндрической поверхности подставляют плоскость, проходящую через диаметр?
10. Чем отличается расчет на прочность при сдвиге односрезной заклепки от двухсрезной?.

11. Запишите формулу для расчета сварного соединения. Стержни круглого поперечного сечения сварены угловым швом (рис. 24.5).

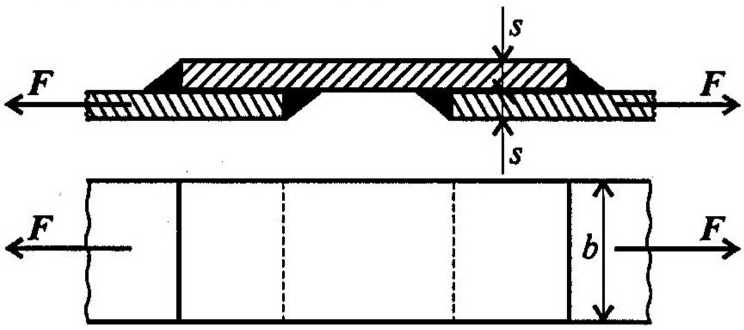


$$K = \frac{D - d}{2}.$$

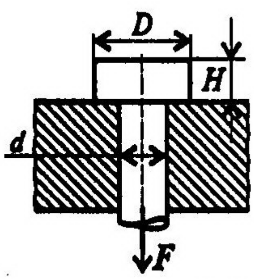
Рис. 24.5

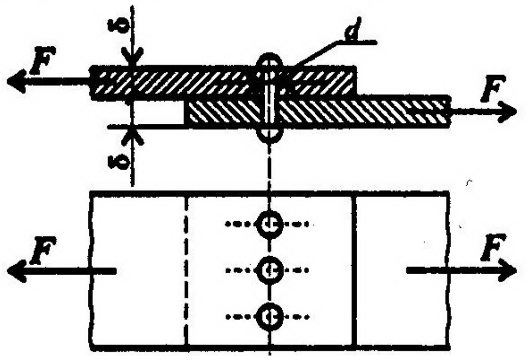
12. Ответьте на вопросы тестового задания.

Тема 2.3. Практические расчеты на срез и смятие

Вопросы	Ответы	Код
1. Сварное соединение выполнено угловыми швами с накладкой. $s = 10$ мм; $b = 120$ мм. Рассчитать суммарную площадь среза сварных швов при передаче силы F.	420 мм^2	1
	600 мм^2	2
	840 мм^2	3
	1680 мм^2	4
2. Выбрать формулу для расчета сварного соединения, изображенного на рисунке к вопросу 1, на прочность под действием внешней силы.	$\tau = \frac{Q}{A}$	1
	$\sigma = \frac{F}{A}$; $F = Q$	2
	$\tau = \frac{M}{W}$	3
	$\sigma = \frac{N}{A}$	4

Продолжение

Вопросы	Ответы	Код
3. Болт нагружен растягивающей силой, при этом возникает смятие головки болта. Рассчитать величину площади смятия болта при действии силы F, если $d = 20$ мм; $H = 14$ мм; $D = 36$ мм.	468 мм^2	1
	224 мм^2	2
	1331 мм^2	3
	703мм^2	4

4. Из условия прочности болта на смятие определить величину допускаемой нагрузки F, если [τ_c] = 100 МПа, [$\sigma_{см}$] = 240 МПа, использовать для расчета данные вопроса 3.	22,40 кН	1
	84,3 кН	2
	168,7 кН	3
	70,3 кН	4
5. Проверить прочность заклепочного соединения на срез, если $F = 80$ кН; $[\tau_c] = 100$ МПа; $[\sigma_{см}] = 240$ МПа; $d = 17$ мм; $\delta = 50$ мм; $z = 3$. $[\tau_c]$, $[\sigma_{см}]$ — допускаемые напряжения. 	$\tau < [\tau_c]$	1
	$\tau = [\tau_c]$	2
	$\tau > [\tau_c]$	3
	Данных недостаточно	4