

# КИНЕМАТИКА

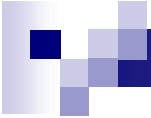
## Основные понятия кинематики.

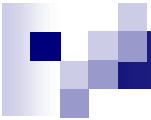
Лекция № 9.

*Иметь представление о пространстве, времени, траектории, пути, скорости и ускорении.*

*Знать способы задания движения точки (естественный и координатный).*

*Знать обозначения, единицы измерения, взаимосвязь кинематических параметров движения, формулы для определения скоростей и ускорений (без вывода).*

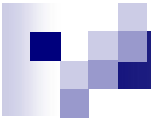
- 
- **Основная задача кинематики** – изучение общих законов движения материальных точек и твердых тел **без учета причин**, вызывающих эти движения.
  - Кинематика рассматривает движение как перемещение в пространстве. Причины, вызывающие движение, не рассматриваются. Кинематика устанавливает способы задания движения и определяет методы определения кинематических параметров движения.



# Основные кинематические параметры

## ■ 1. Траектория

- Линию, которую очерчивает материальная точка при движении в пространстве, называют **траекторией**.
- Траектория может быть прямой и кривой, плоской и пространственной линией.
- Уравнение траектории при плоском движении:  $y = f(x)$ .

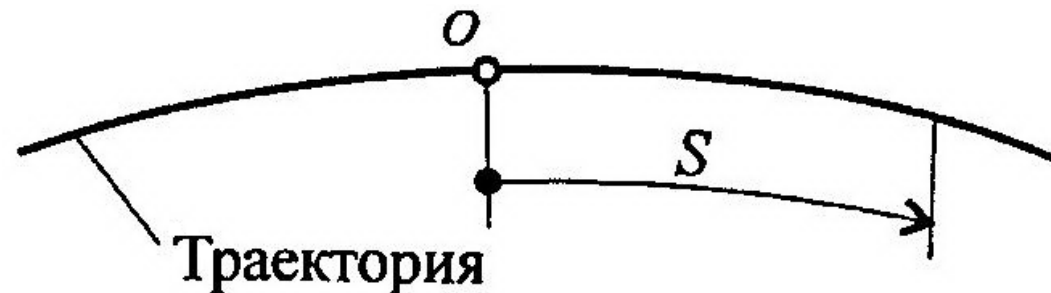


# Основные кинематические параметры

- **2. Пройденный путь**
- Путь измеряется вдоль траектории в направлении движения.
- Обозначение –  **$S$** , единицы измерения – метры.
- **3. Уравнение движения точки**
- Уравнение, определяющее положение движущейся точки в зависимости от времени, называется **уравнением движения**.

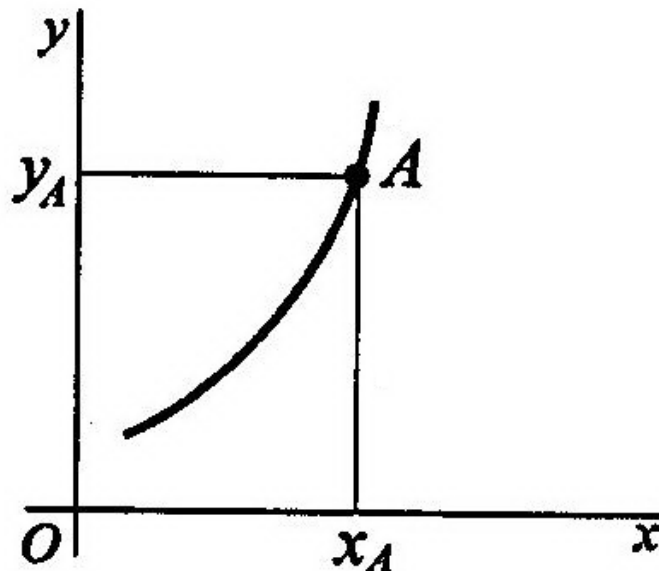
# Естественный способ задания движения

- Положение точки в каждый момент времени можно определить по расстоянию, пройденному вдоль траектории от некоторой неподвижной точки, рассматриваемой как начало отсчета.
- Такой **способ задания движения** называется **естественным**.
- Таким образом, уравнение движения можно представить в виде  $S = f(t)$ .



# Координатный способ задания движения

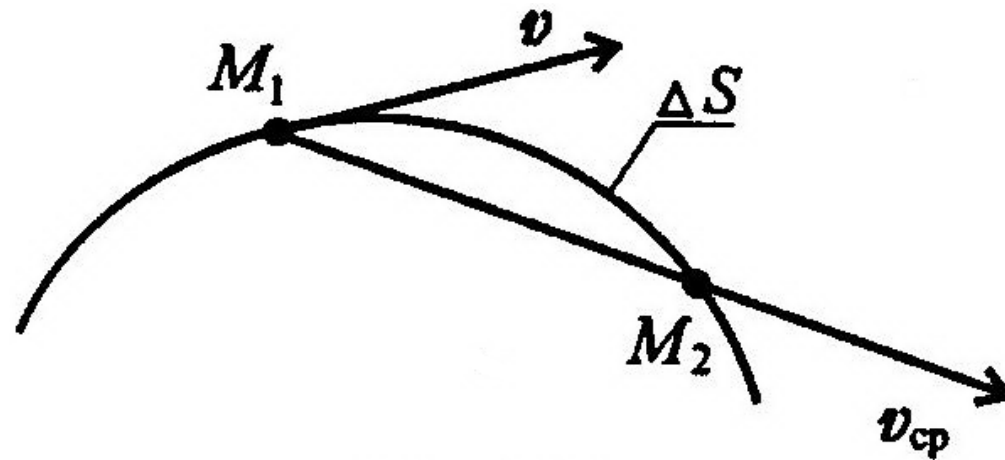
- Положение точки можно также определить, если известны ее координаты в зависимости от времени. Тогда в случае движения на плоскости должны быть заданы два уравнения:



$$\begin{cases} x = f_1(t); \\ y = f_2(t). \end{cases}$$

# Скорость движения точки

- 4. Скорость – вектор, в любой момент направленный по касательной к траектории в сторону направления движения.





# Равномерное движение точки

- Если точка за равные промежутки времени проходит равные расстояния, то движение называют **равномерным**.

- Средняя скорость на пути  $\Delta S$  определяется как 
$$v_{\text{ср}} = \frac{\Delta S}{\Delta t},$$

где  $\Delta S$  — пройденный путь за время  $\Delta t$ ;  
 $\Delta t$  — промежуток времени.





# Неравномерное движение ТОЧКИ

- Если точка за равные промежутки времени проходит неравные пути, то движение называют **неравномерным**.
- В этом случае скорость – величина переменная и зависит от времени  $v = f(t)$ .
- Поэтому скорость в данный момент определяют как **производную** пути по времени:
$$v = \frac{dS}{dt}.$$
- За единицу скорости принимают 1 м/с

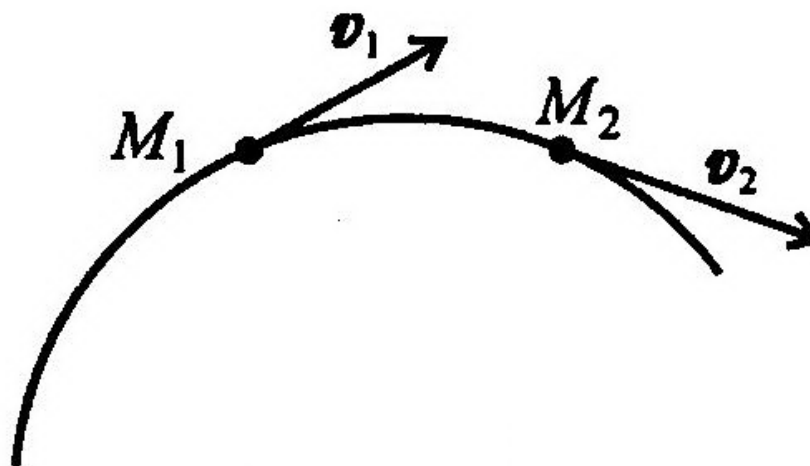


# Вспомним математику

- **Производной** функции называется предел, к которому стремится отношение бесконечно малого приращения функции к соответствующему бесконечно малому приращению аргумента.
- Математические обозначения:
- ] – пусть;  $\exists$  – существует;  $\exists !$  – существует единственный;  $\forall$  – любой.

# Ускорение точки

- **5. Ускорение точки** - это векторная величина, характеризующая быстроту изменения скорости по величине и направлению.
- Скорость точки при перемещении из точки  $M_1$
- в точку  $M_2$  меняется по величине и направлению



# Ускорение точки

- Среднее значение ускорения за этот промежуток времени:

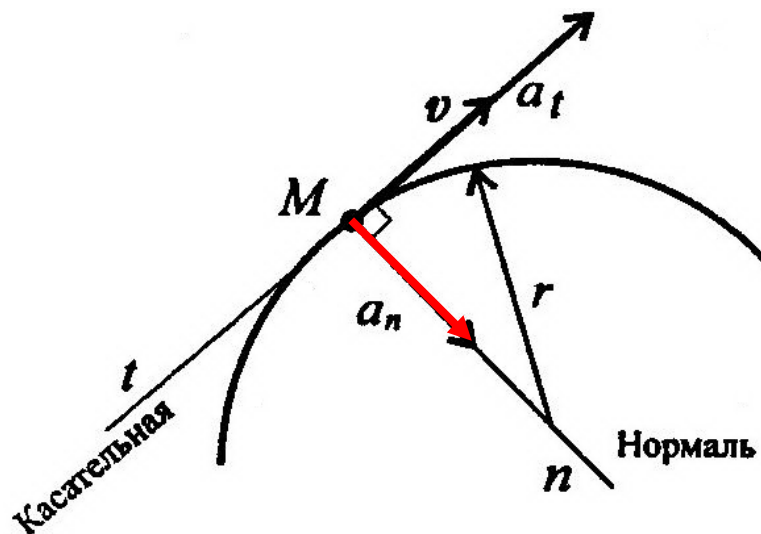
$$a_{\text{ср}} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

- При рассмотрении бесконечно малого промежутка времени среднее ускорение превратится в ускорение в данный момент (т.е., **производную** скорости по времени):

$$a = \frac{dv}{dt}.$$

# Ускорение точки

- Обычно рассматривают две взаимно перпендикулярные составляющие ускорения: **нормальное и касательное**.
- **Нормальное ускорение** всегда направлено перпендикулярно скорости к центру дуги.





# Ускорение точки

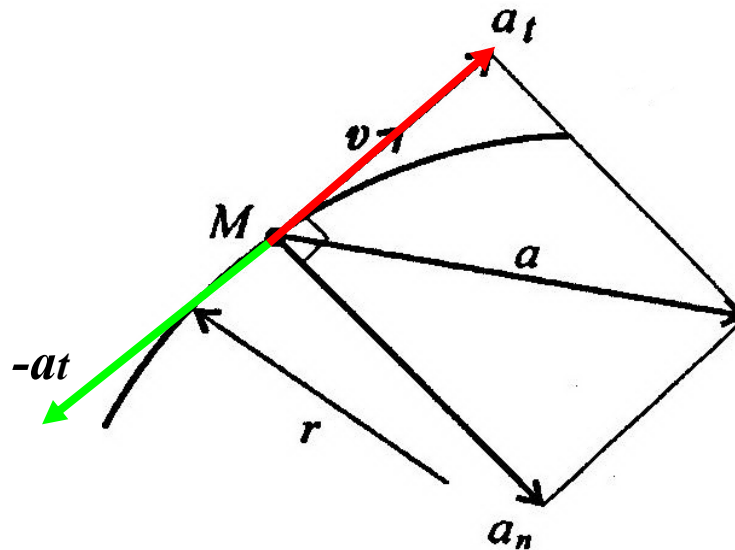
- Нормальное ускорение  $a_n$  характеризует изменение скорости по направлению и определяется как

$$a_n = \frac{v^2}{r},$$

- где  $r$  – радиус кривизны траектории в данный момент времени.

# Ускорение точки

- **Касательное ускорение** характеризует изменение скорости по величине и всегда направлено по касательной к траектории;
- при ускорении его направление **совпадает** с направлением скорости, а при замедлении оно направлено **противоположно** направлению вектора скорости.





# Ускорение точки

- Формула для определения **касательного ускорения** имеет вид:

$$a_t = \frac{dv}{dt} = v' = S''.$$

- Значение **полного** ускорения определяется как  $a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2}$





# Примеры решения задач

- Пример 1.
- Дано уравнение движения точки:
- $$S = 0,36t^2 + 0,18t.$$
- Определить скорость точки в конце третьей секунды движения и среднюю скорость за первые 3 секунды.



# Решение

- 1. Уравнение скорости

$$v = \frac{dS}{dt}; S' = 2 \cdot 0,36t + 0,18; v = 0,72t + 0,18.$$

- 2. Скорость в конце третьей секунды

$$(t = 3 \text{ с}) v_3 = 0,72 \cdot 3 + 0,18 = 2,34 \text{ м/с.}$$

- 3. Средняя скорость

$$v_{\text{ср}} = \frac{\Delta S}{\Delta t}; v_{\text{ср}} = (0,36 \cdot 3^2 + 0,18 \cdot 3)/3 = 1,26 \text{ м/с.}$$



# Контрольные вопросы и задания

- 1. Запишите в общем виде закон движения в естественной и координатной форме.
- 2. Что называют траекторией движения?
- 3. Как определяется скорость движения точки при естественном способе задания движения?
- 4. Запишите формулы для определения касательного, нормального и полного ускорений.
- 5. Что характеризует касательное ускорение и как оно направлено по отношению к вектору скорости?
- 6. Что характеризует и как направлено нормальное ускорение?