

Работа и МОЩНОСТЬ

Тема 1.14. Работа и мощность

Иметь представление о работе силы при прямолинейном и криволинейном перемещениях, о мощности полезной и затраченной, о коэффициенте полезного действия.

Знать зависимости для определения силы трения, формулы для расчета работы и мощности при поступательном и вращательном движениях.

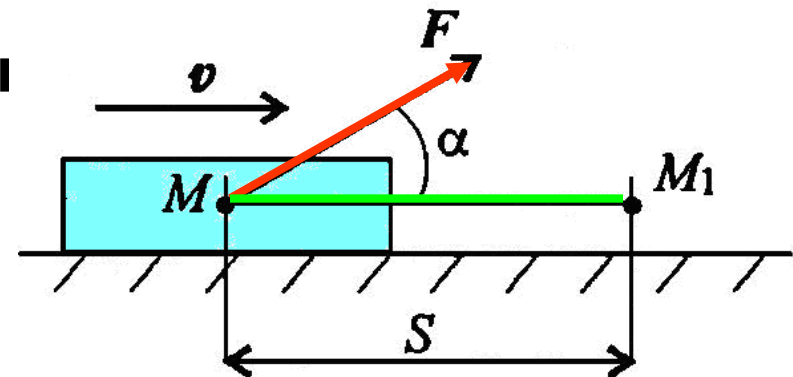
Уметь рассчитывать работу и мощность с учетом потерь на трение и сил инерции.

1. Работа постоянной силы на прямолинейном пути

- Работа силы в общем случае численно равна произведению модуля силы на длину пройденного пути и на косинус угла между направлением силы и направлением перемещения

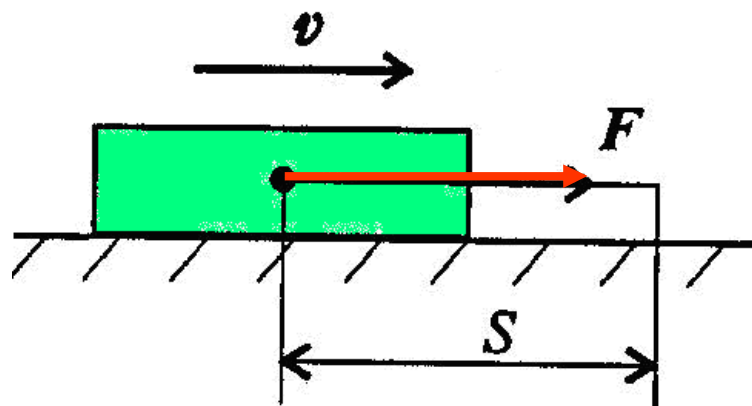
$$W = FS \cos \alpha.$$

- Единицы измерения работы:
- 1 Дж (джоуль) = 1 Н·м; 1 кДж (килоджоуль) = 10^3 Дж.



Рассмотрим частные случаи

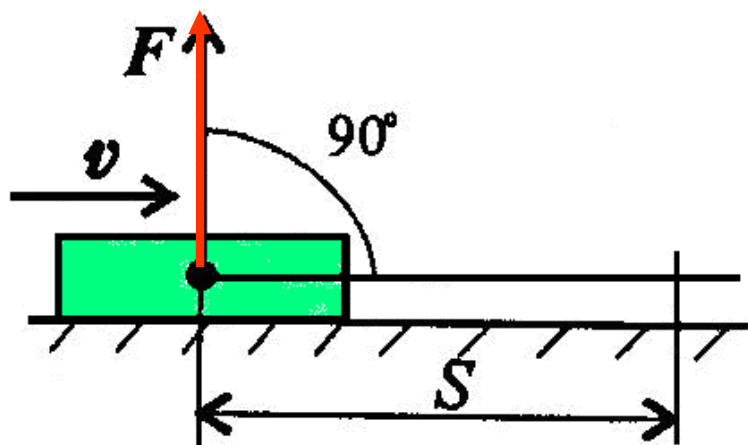
- 1. **Силы, совпадающие с направлением перемещения, называются движущими силами.** Направление вектора силы совпадает с направлением перемещения.



- В этом случае $\alpha = 0^\circ$ ($\cos \alpha = 1$). Тогда $W = FS > 0$.

Рассмотрим частные случаи

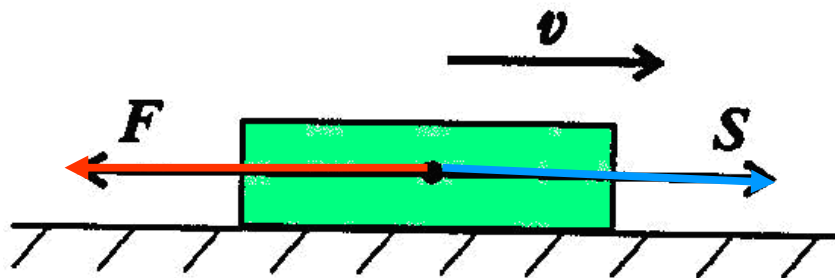
- 2. Силы, перпендикулярные направлению перемещения, работы не производят.



- Сила F перпендикулярна направлению перемещения, $\alpha = 90^\circ$ ($\cos \alpha = 0$); $W = 0$.

Рассмотрим частные случаи

- 3. Силы, направленные в обратную от направления перемещения сторону, называются **силами сопротивления**.



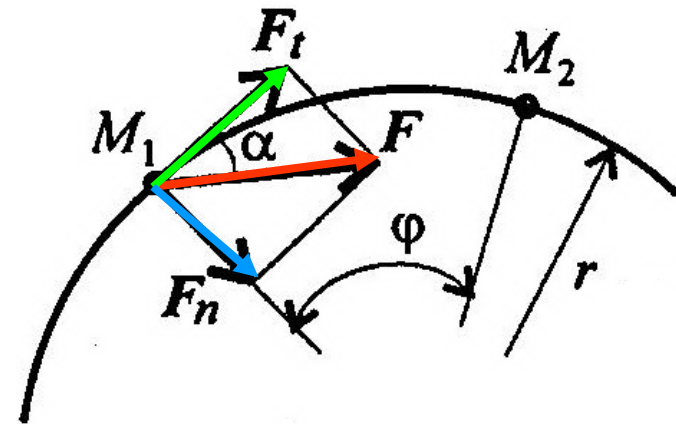
- Сила F направлена в обратную от перемещения S сторону.
- В этом случае, $\alpha = 180^\circ$ ($\cos \alpha = -1$), следовательно, $W = -FS < 0$.

2. Работа постоянной силы на криволинейном пути

- Пусть точка M движется по дуге окружности и сила F составляет некоторый угол α с касательной к окружности.
- Вектор силы можно разложить на две составляющие: касательную и нормальную.

$$F = F_t + F_n.$$

- Определим работу каждой:
- Нормальная составляющая силы F_n всегда направлена перпендикулярно перемещению и, следовательно, работы не производит: $W(F_n) = 0$.
- Касательная составляющая силы F_t всегда совпадает по направлению с перемещением: $W(F_t) = F_t \varphi r$.



Работа постоянной силы на криволинейном пути

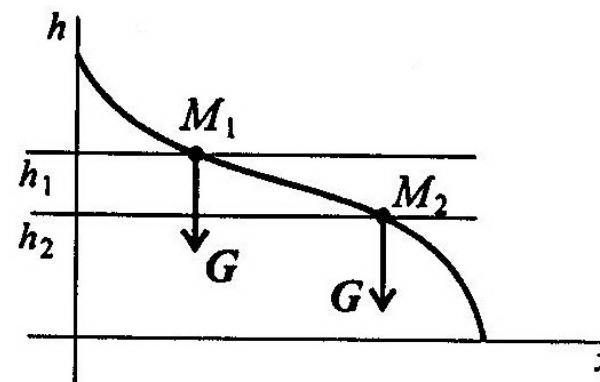
- Касательную силу F_t обычно называют **окружной силой**.
- Работа при криволинейном пути – это работа **окружной силы**: $W(\mathbf{F}) = W(F_t)$.
- Произведение окружной силы на радиус называют **вращающим моментом**: $M_{\text{вр}} = F_t r$.
- **Работа силы, приложенной к вращающемуся телу, равна произведению вращающего момента на угол поворота**: $W(\mathbf{F}) = M_{\text{вр}} \varphi$.

3. Работа силы тяжести

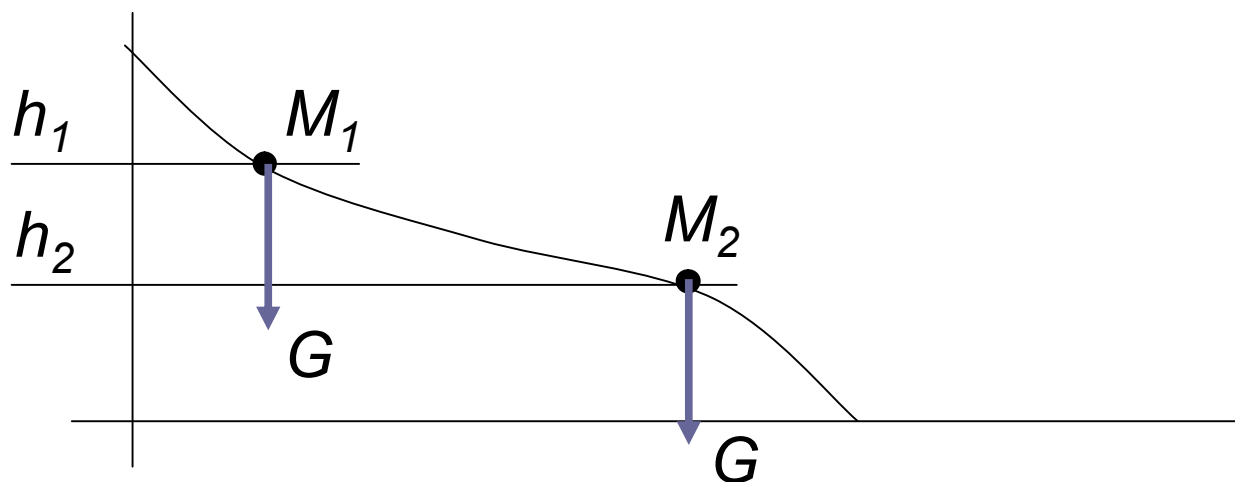
- Работа силы тяжести зависит только от изменения высоты и **равна произведению модуля силы тяжести на вертикальное перемещение точки**:

$$W(G) = G(h_1 - h_2) = G\Delta h,$$

- где , Δh – изменение высоты.
- При опускании работа положительна, при подъеме отрицательна.



Работа силы тяжести

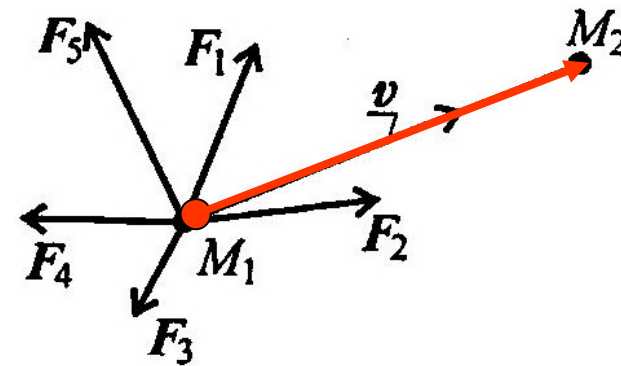


$$W(G) = G(h_1 - h_2) = G \Delta h$$

Работа силы тяжести зависит только от изменения высоты и равна произведению модуля силы тяжести на вертикальное перемещение точки

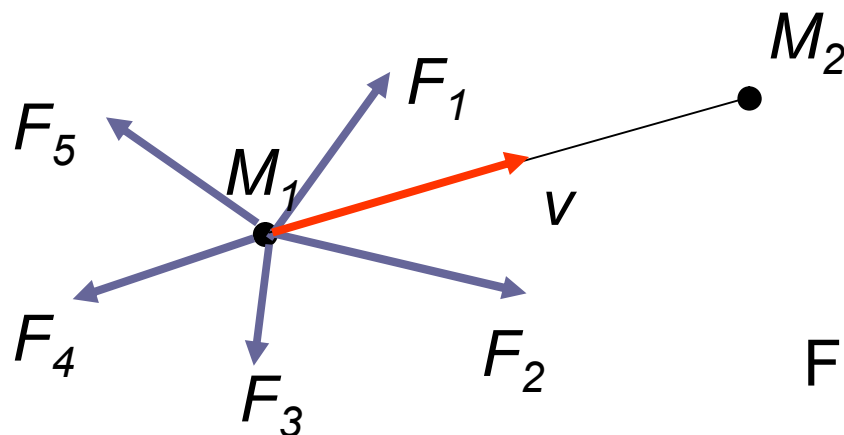
4. Работа равнодействующей силы

- Под действием системы сил точка массой m перемещается из положения M_1 в положение M_2 .
- Работа равнодействующей на некотором перемещении равна алгебраической сумме работ системы сил на том же перемещении.



$$W(F_{\Sigma}) = \sum_0^n W(F_k).$$

Работа равнодействующей силы



$$F_{\Sigma} = F_1 + F_2 + F_3 + \dots + F_n$$

$$W(F_{\Sigma}) = \Sigma W(F_k)$$

Работа равнодействующей на некотором перемещении равна алгебраической сумме работ системы сил на том же перемещении

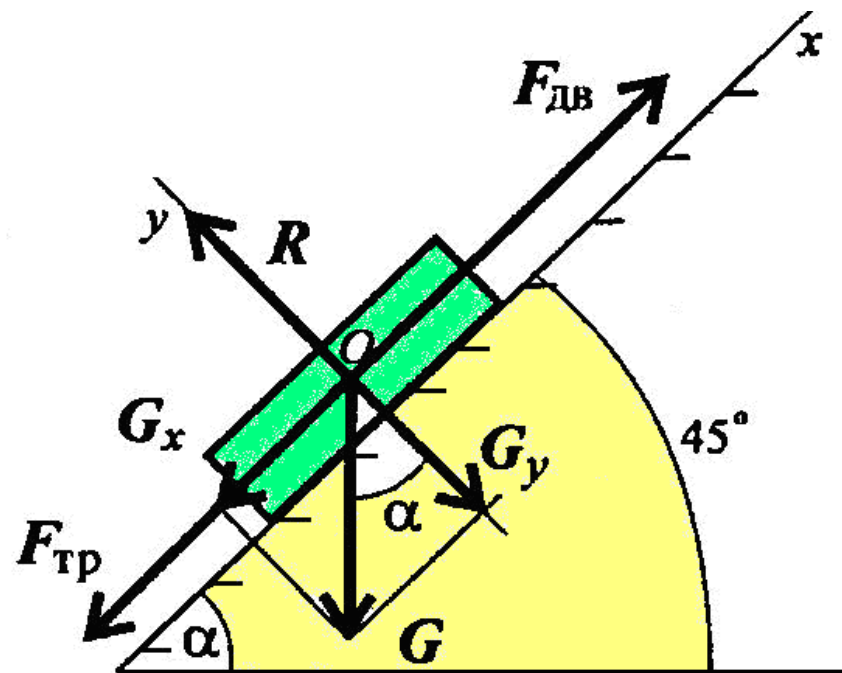


Контрольные вопросы и задания

- 1. Какие силы называют движущими?
- 2. Какие силы называют силами сопротивления?
- 3. Запишите формулы для определения работы при поступательном и вращательном движениях.
- 4. Какую силу называют окружной? Что такое вращающий момент?
- 5. Сформулируйте теорему о работе равнодействующей.

Примеры решения задач

- Пример 1.
- Тело массой 200 кг поднимают по наклонной плоскости. Определите работу при перемещении на 10 м с постоянной скоростью. Коэффициент трения тела о плоскость $f = 0,15$.



Решение

- 1. При равномерном подъеме движущая сила равна сумме сил сопротивления движению. Наносим на схему силы, действующие на тело:

$$\mathbf{F}_{\text{дв}} = \mathbf{R} + \mathbf{F}_{\text{тр}} + \mathbf{G};$$

$$R = G_y = G \cos \alpha; \quad \alpha = 45^\circ; \quad F_{\text{тр}} = fR = fG \cos \alpha;$$

- $$\sum_0^n F_{kx} = 0; \quad F_{\text{дв}} = G_x + F_{\text{тр}}.$$

- 2. Используем теорему о работе равнодействующей:

$$W(\mathbf{F}_{\text{дв}}) = W(\mathbf{R}) + W(\mathbf{F}_{\text{тр}}) + W(\mathbf{G});$$

$$W(\mathbf{R}) = 0; \quad W(\mathbf{G}) = W(G_x).$$

Решение

- 3. Подставляем входящие величины и определяем работу по подъему:

$$W(F_{\text{дв}}) = F_{\text{тр}}\Delta S + G_x\Delta S; \quad G = mg.$$

$$W(F_{\text{дв}}) = fG \cos \alpha \Delta S + G \sin \alpha \Delta S; \quad \Delta S = 10 \text{ м}, \quad \alpha = 45^\circ;$$

- Выносим за скобки $G = mg$ и ΔS получим:

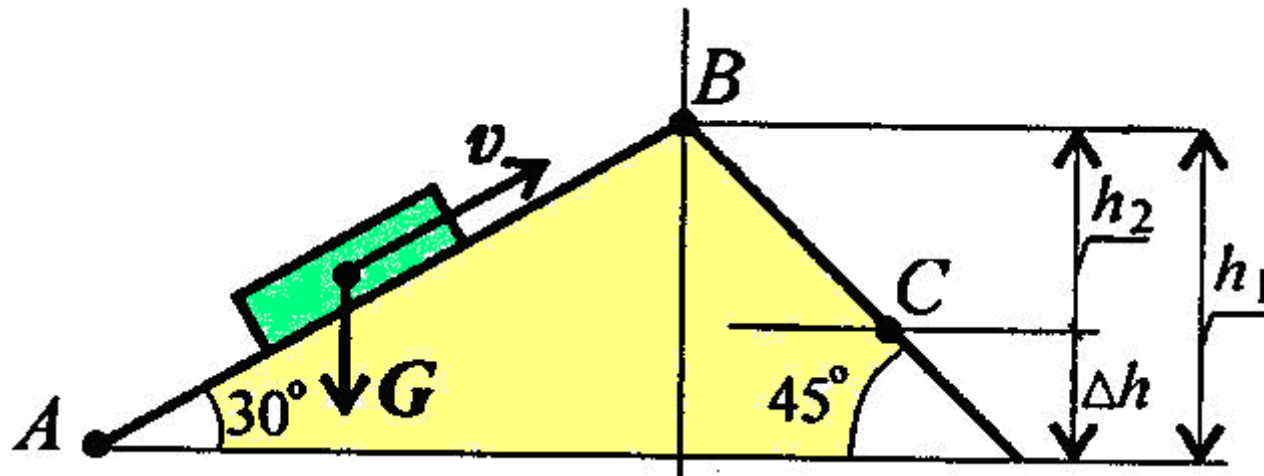
$$W(F_{\text{дв}}) = mg\Delta S(f \cos \alpha + \sin \alpha);$$

$$W(F_{\text{дв}}) = 200 \cdot 9,81 \cdot 10(0,15 \cdot 0,7 + 0,7);$$

$$W(F_{\text{дв}}) = 15\,794 \text{ Дж.}$$

Пример 2.

- Определите работу силы тяжести при перемещении груза из точки **A** в точку **C** по наклонной плоскости. Сила тяжести тела 1500 Н. **AB** = 6 м, **BC** = 4 м.





Решение

- 1. Работа силы тяжести зависит только от изменения высоты груза. Изменение высоты при перемещении из точки **A** в **C**:

$$\Delta h = h_1 - h_2;$$

$$\Delta h = AB \sin 30^\circ - BC \sin 45^\circ;$$

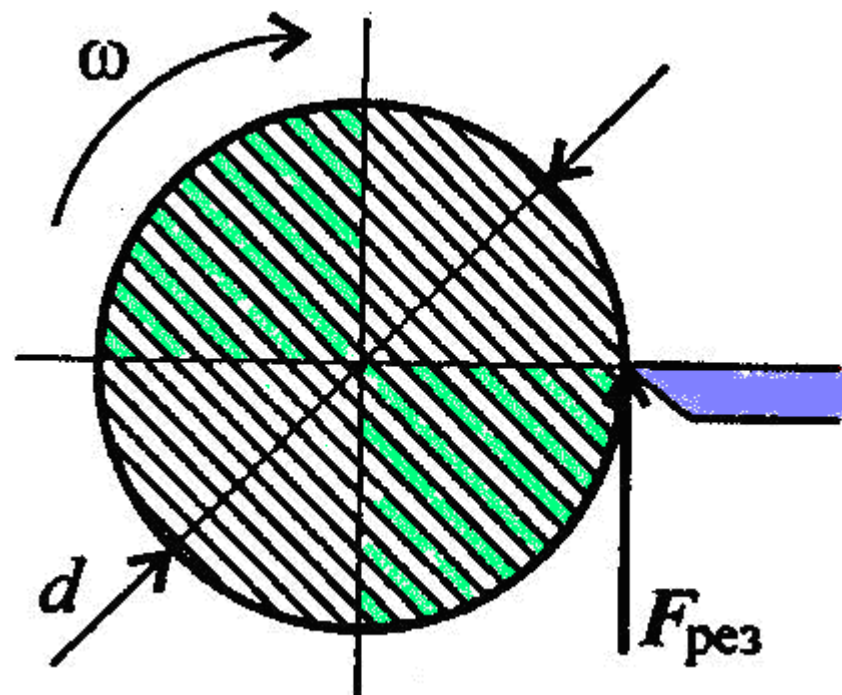
$$\Delta h = 6 \cdot 0,5 - 4 \cdot 0,7 = 0,2 \text{ м.}$$

- 2. Работа силы тяжести:

$$W(G) = G\Delta h = 1500 \cdot 0,2 = 300 \text{ Дж.}$$

Пример 3.

- Определите работу силы резания за 3 мин.
- Скорость вращения детали 120 об/мин, диаметр обрабатываемой детали 40 мм, сила резания 1 кН.



Решение

- 1. Работа при вращательном движении

- где $F_{\text{рез}}$ – сила резания.
$$W = F_{\text{рез}} \frac{d}{2} \varphi,$$

- 2. Угловая частота вращения 120 об/мин.

- 3. Число оборотов за заданное время составляет $z = 120 \cdot 3 = 360$ об.

- Угол поворота за это время

$$\varphi = 2\pi z. \varphi = 2 \cdot 3,14 \cdot 360 = 2261 \text{ рад.}$$

- 4. Работа за 3 мин

$$W_p = 1 \cdot 0,02 \cdot 2261 = 45,2 \text{ кДж.}$$