Hoja de trabajo # 2

Ejercicio # 1

Demostración por inducción:

$$\forall n.n \; n^3 \geq n^2 \text{ donde } n \in \mathbb{N}$$

Asumiendo que la expresión anterior es verdadera podemos inducir lo siguiente:

$$n^3 \geq n^2$$

$$\implies \frac{n^3}{n^2} \geq 1$$

$$\implies n^{3-2} \geq 1$$

$$\implies n^1 \geq 1$$

$$\implies n \geq 1$$

Con esto se demuestra que el enunciado $n^3 \geq n^2$ es verdadero para $\mathbb{N}$

Ejercicio # 2

Demostración por inducción:

$$\forall n. \; (1+x)^n \geq nx \text{ Donde } n \in \mathbb{N}, x \in \mathbb{Q} \text{ y } x \geq -1$$

Asumiendo que la expresión anterior es verdadera y $n = 1$ podemos inducir lo siguiente:
Usando el *consejo* el lado izquierdo sera $nx + 1$

$$(1+x)^n \geq 1 + nx$$

$$\implies (1+x)^1 \geq 1 + 1x$$

$$\implies 1 + x \geq 1 + x$$

Con esto queda demostrado que la desigualdad es verdadera para $n = 1$

Ahora se utiliza el método de inducción suponiendo que $\forall n. \; (1+x)^n \geq nx$ si $x \geq -1$
Sabiendo la condición $x \geq -1$ entonces $x + 1 \geq 0$ así que se puede alterar ambos lados de la desigualdad sin cambiar la dirección de la misma.

$$(1+x)^{n+1} \geq (1+nx)(1+x)$$

$$\implies (1+x)^{n+1} \geq 1 + x(n+1) + nx^2$$

Sabiendo que $n \in \mathbb{N}$ y $x^2 \geq 0$ entonces $nx^2 \geq 0$

Esto verifica que $(1+x)^{n+1} \geq 1 + x(n+1)$ de forma que $(1+x)^n \geq 1 + nx$ también es aplicable con $n + 1$

Jose Mario Yon Cordon