

سوال 1) افراد را بر اساس توانایی‌های کن sort می‌کنیم.
 کسی که کمترین توانایی را خارج از صورتی کلیب می‌شود که حقوق درخواستی‌ش از بقیه افراد کمتر باشد.
 احتمال این از هر کس حقوقش کمتر باشد $\frac{1}{2}$ است پس:

$$E(n_i) = \frac{1}{2}^{n-1}$$

مرد دوم باید از $n-2$ نفر دیگر حقوق درخواستی‌ش کمتر باشد.

$$E(n_i) = \frac{1}{2}^{n-1} \Rightarrow E(n_i) = \frac{1}{2}^{n-2}$$

$$E(\text{افراد استخدام شده}) = \sum_{i=1}^n E(n_i)$$

$$i) T(n) = 9T(n/3) + n \log n$$

(2 سوال)

$$a=9, b=3, f(n)=n \log n$$

$$n^{\log_3 9} = n^{\log_3 9} = n^2 \Rightarrow f(n) = n \log n = O(n^{2-\epsilon}) \quad \epsilon > 0$$

$$\Rightarrow \text{Case 1: } T(n) = \Theta(n^{\log_3 9}) = \Theta(n^2)$$

$$ii) T(n) = 2T(n/2) + n^2$$

$$a=2, b=2, f(n)=n^2, n^{\log_2 2} = n \Rightarrow f(n) = n^2 = \Omega(n^\epsilon) \quad \epsilon > 0$$

$$\Rightarrow \text{Case 3: } af(n/b) = 2f(n/2) \leq cf(n), c < 1 \quad \checkmark$$

$$2f(n/2) = 2\left(\frac{n}{2}\right)^2 = \frac{n^2}{2} \leq cn^2 \quad c > 1/2$$

$$\Rightarrow T(n) = \Theta(f(n)) = \Theta(n^2)$$

$$iii) T(n) = 4T(n/2) + n^2 \log n$$

$$a=4, b=2, f(n)=n^2 \log n, n^{\log_2 4} = n^2$$

master theorem \times \Leftarrow n^2 is polynomial, $f(n)$ is not

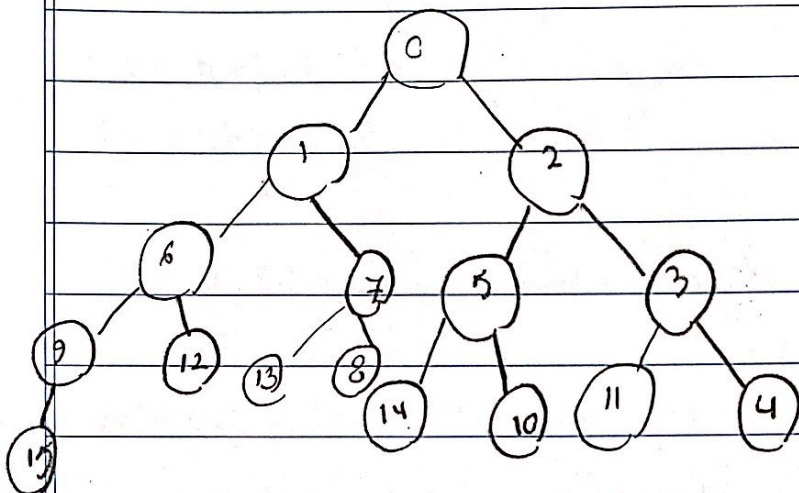
$$iv) T(n) = 8T(n/2) + n^3$$

$$a=8, b=2, f(n)=n^3, n^{\log_2 8} = n^3 \Rightarrow f(n) = n^3 = \Theta(n^3) \quad \checkmark$$

$$\text{Case 2: } T(n) = \Theta(n^{\log_2 8} \log n) = \Theta(n^3 \log n)$$

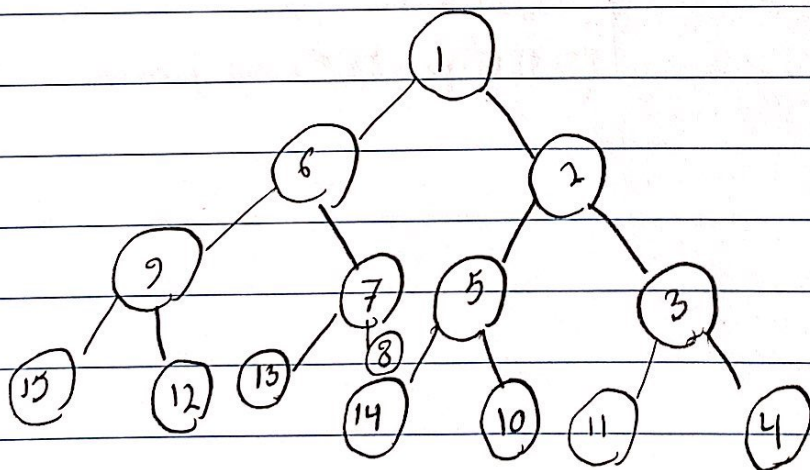
سوال 3) یک راجه heap به سطر ارائه ازجمله به سطر وارد می شود و از آن $\lfloor A.Length/2 \rfloor$ minheapify می کنیم:

Build min-heap



Extract min:

root را از heap خارج کرده و کمترین عنصر را جایگزین می کنیم و از root min-heapify می کنیم:



از min-heap خارج می شود 0

$$w(i,j) = \sum p_i + \sum q_i = \sum p_i$$

is a dummy (4 سوال)

$$e(i,j) = \begin{cases} q_{i-1} = 0 & j = i-1 \\ \min\{e(i,r-1) + e(r+1,j) + w(i,j)\} & j \geq i \end{cases}$$

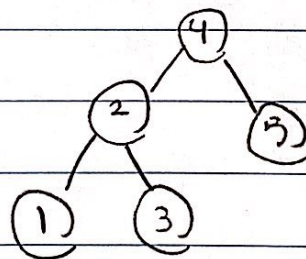
e

	0	1	2	3	4	5	j/i
0	0	0.25	0.55	0.85	1.35	2.15	1
		0	0.15	0.35	0.8	1.4	2
			0	0.1	0.4	1	3
				0	0.2	0.7	4
					0	0.3	5
						0	6

	1	2	3	4	5	
1	1	1	1	2	4	1
2		2	2	4	4	2
3			3	4	4	3
4				4	5	4
5					5	5

w

	0	1	2	3	4	5	
0	0	0.25	0.4	0.5	0.7	1	1
		0	0.15	0.25	0.45	0.75	2
			0	0.1	0.3	0.6	3
				0	0.2	0.5	4
					0	0.3	5
						0	6



سوال 5) $dp[v][c+1]$ را چشم پوشش دهی برای زیر درخت v اگر 1 برابر 0 باشد به صورتی که خود راس v در پوشش راسی با انتخاب نشده است و اگر 1 صفر نباشد راس v در پوشش راسی با باید.

$$dp[v][c+1] = 1$$

باید دایمی به برای برگ ها:

$$dp[v][c] = 0$$

حالت اول: هر راس v که فرزند دارد اگر راس v انتخاب نشود هر دو فرزند او باید انتخاب شوند پس جواب برابر می شود:

$$dp[v][c] = dp[left][c+1] + dp[right][c+1]$$

left و right فرزندان v هستند اگر راس v انتخاب نشود هر کدام از فرزندان او می توانند انتخاب شوند:

$$dp[v][c] = \min(dp[left][c], dp[left][c+1]) + \min(dp[right][c], dp[right][c+1])$$

با وزن DFS روی v راس دلخواه v را می توانیم طوری شود:

$$\min(dp[v][c], dp[v][c+1])$$

سوال 6) یک یارف کامل جهت دار بین رئوس شایلی داریم و u و v را با وزن (u, v) تکراری داریم.

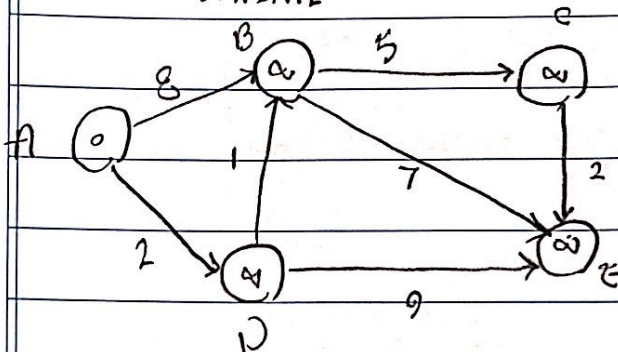
از u به v الگوریتم $diijkstra$ را اجرا می‌کنیم. با این تفاوت که فاصله u به v را احتمال رسیدن به v به جای از مقدار u به v می‌گیریم.

حال هر u به v که فاصله بیشتری داشت را در ابتدا حذف می‌کنیم و فاصله بین u به v را u می‌کنیم.

در صورتی که فاصله u به v در الگوریتم به جای جمع از ضرب استفاده می‌کنیم. و max می‌گیریم. در انتهای الگوریتم خروجی u به v نشان دهند u به v را تا آن u است.

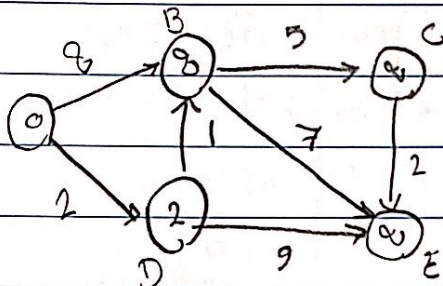
سوال 7) ابتدا initialize کرده تا اس جدا شدنش معر شود و بعد به ترتیب $\forall u \in G$

$V.\pi = NIL$



بعد در ابتدا به صورت زیر است:

	A	B	C	D	E
Q	0	infinity	infinity	infinity	infinity
V.d	NIL	NIL	NIL	NIL	NIL

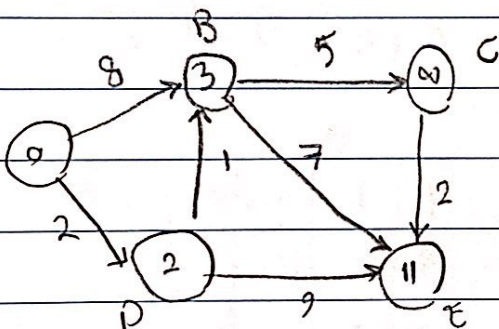


	D	B	C	E
Q	2	infinity	infinity	infinity
V.d	A	NIL	NIL	NIL

حال A و B و C و D و E

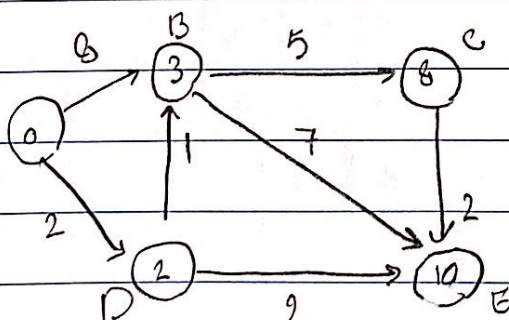
و از صف خارج می شود

و D و B و A و C و E می کند.



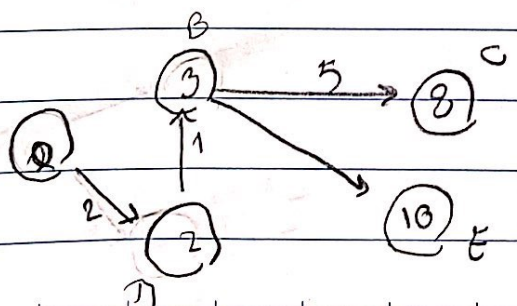
	B	E	C
Q	3	11	infinity
V.d	D	D	NIL

حال D و E و B و A و C و E می کند و B و A و C و E و D و B و A و C و E می کند.



	C	E
Q	8	10
V.d	B	B

B و E و C و A و B و C و E و D و B و A و C و E می کند و B و A و C و E و D و B و A و C و E می کند.



	A	B	C	D	E
Q	2	3	8	2	10
V.d	NIL	D	B	A	B

حال C و E و B و A و B و C و E و D و B و A و C و E می کند و B و A و C و E و D و B و A و C و E می کند.