$$f_{(z)} = \frac{1}{z^2 + 1} = \frac{1}{(z-i)(z+i)}$$

قضیه: z_0 نقطه قطب از توابع تابع f یک قطب از مرتبه m است اگر و فقط اگر $f_{(z)}$ را بتوان به صورت زیر نوشت:

$$f_{(z)} = \frac{\phi_{(z)}}{(z-z_0)^m}$$

که $\phi_{(z)}$ در z_0 تحلیلی، غیرصفر است.

$$f_{(z)} = \frac{\left(\frac{1}{(z+i)}\right) \phi_{(z)}}{(z-i)} \qquad \phi_{(i)} = \frac{1}{2i} \neq 0 \quad , \quad \text{تحلیلی است}$$

پس $z = i$ قطب درجه 1 تابع f است و مانده آن برابر است با:

$$\operatorname*{Res}_{z=i} \phi_{(i)} = \frac{1}{2i} = -\frac{i}{2}$$

چون قطب ساده است پس تقطه $\frac{1}{z-i}$ در سری لوران وجود دارد و ضریب آن همان مانده است ⟵

$$\frac{-i/2}{z-i} = \text{بسط لوران}$$

$$f_{(z)} = \frac{\left(\frac{1}{z-i}\right)\phi_{(z)}}{(z+i)} \qquad \phi_{(-i)} = \frac{1}{-2i} \neq 0 \quad , \quad \text{تحلیلی}$$

$$\operatorname*{Res}_{z=-i} \phi_{(-i)} = -\frac{1}{2i} = \frac{i}{2} \qquad ; \text{پس } z = -i \text{ نیز قطب ساده است و}$$

$$\Longrightarrow \quad \text{بسط لوران} = \frac{i/2}{(z+i)}$$