سوال 4)

$$\int_C (z - \mathrm{Re}\, z)\, dz \qquad |z| = 2$$

$$z = 2e^{i\theta} \Rightarrow dz = 2ie^{i\theta}\, d\theta$$

$$\Rightarrow \int_C (z - \mathrm{Re}\, z)\, dz = \int_0^{2\pi} [2e^{i\theta} - 2\cos\theta][2ie^{i\theta}]\, d\theta$$

$$= 4i \int_0^{2\pi} e^{2i\theta}\, d\theta - 4i \int_0^{2\pi} \cos\theta\, e^{i\theta}\, d\theta$$

$$= 4i \int_0^{2\pi} e^{2i\theta}\, d\theta - 2i \int_0^{2\pi} [e^{2i\theta} + 1]\, d\theta$$

$$= 2i \int_0^{2\pi} e^{2i\theta}\, d\theta - 2i \int_0^{2\pi} d\theta =$$

$$\left[e^{2i\theta} \right]_0^{2\pi} - 2i \left[\theta\right]_0^{2\pi} = 0 - 2i(2\pi) = -4i\pi$$

* از روش انتگرال روی مسیر محاسبه انجام شد. ✓

$$\int_C f(z)\, dz = \int_0^{2\pi} f(z(t)) \cdot z'(t)\, dt$$