باسمه تعالی

تمرینهای توپولوژی **(۱)**

۱- فرض کنید $\delta_1 \subseteq X \times \mathcal{P}(X)$ و $\delta_2 \subseteq X \times \mathcal{P}(X)$ دو چسبیدگی در مجموعهٔ X باشند. آیا $\delta_1 \cup \delta_2$ و $\delta_1 \cap \delta_2$ لزوماً چسبیدگی‌اند؟ چرا؟

۲- مجموعهٔ X را در نظر بگیرید. در درس دیدیم که چگونه می‌توان از چسبیدگیِ δ در X به توپولوژیِ $\mathcal{T}$ بر X رسید. بنابراین اگر مجموعهٔ تمام چسبیدگیها در X را با $\mathfrak{D}$، و مجموعهٔ تمام توپولوژیها بر X را با $\mathfrak{T}$ نشان دهیم تابعی چون $\Psi : \mathfrak{D} \longrightarrow \mathfrak{T}$ تعریف کرده‌ایم. نشان دهید تابع Ψ وارون‌پذیر است؛ یعنی، تابعی چون $\Gamma : \mathfrak{T} \longrightarrow \mathfrak{D}$ بیابید که وارون Ψ باشد.

۳- فرض کنید $(X, \preccurlyeq)$ مجموعه‌ای جزئی‌مرتب باشد. برای هر عضو x از X و هر زیرمجموعهٔ A از X تعریف می‌کنیم $x\delta A$ اگر داشته باشیم $x = \bigsqcup A_{\preccurlyeq x}$. (یعنی x کوچکترین کران بالای $A_{\preccurlyeq x} = \{y \in A : y \preccurlyeq x\}$ باشد.) نشان دهید این رابطه، چسبیدگی است.

۴- نشان دهید توپولوژی گسسته ترتیب‌پذیر است.