

۱- فرض کنیم  $(X, \mathcal{T})$  فضای توپولوژیک باشد. ثابت کنید برای هر زیرمجموعه  $A$  از  $X$ ،  $A^{\partial\partial\partial} = A^{\partial\partial}$ .

۲- فرض کنیم  $(X, \mathcal{T})$  فضای توپولوژیک باشد. ثابت کنید هر زیرمجموعه بسته  $X$  مرز زیرمجموعه‌ای از  $X$  است اگر و فقط اگر  $X$  مرز زیرمجموعه‌ای از  $X$  باشد.

۳- دنباله  $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$  در مجموعه  $X$  با توپولوژی متمم‌متناهی همگراست اگر و تنها اگر حداکثر یک نقطه از  $X$  بینهایت بار در دنباله تکرار شود.

۴- (آ) نشان دهید اگر دنباله‌ای در فضای توپولوژیک  $X$  به نقطه  $x$  همگرا نباشد، زیردنباله‌ای از آن دنباله هست که هیچ زیردنباله‌اش به  $x$  همگرا نیست.

(ب) ثابت کنید اگر فضای  $X$  شمارای نوع اول باشد برای هر دنباله در  $X$ ، مجموعه حدهای زیردنباله‌های همگرای آن دنباله مجموعه‌ای بسته است. فضایی توپولوژیک و دنباله‌ای در آن مثال بزنید که این مجموعه بسته نباشد.