

# Data Assimilation by Alignment for Meshless Methods

Marius Duvillard<sup>1,2</sup> and Olivier Le Maître<sup>3</sup>

<sup>1</sup>CEA, DES, IRESNE, DEC, SESC, LMCP, Cadarache, F-13108

Saint-Paul-Lez-Durance, France

<sup>3</sup>CNRS, Inria, Centre de Mathématiques Appliquées, Ecole Polytechnique,  
IPP, Route de Saclay, 91128, Palaiseau Cedex, France

<sup>2</sup>Centre de Mathématiques Appliquées, Ecole Polytechnique, IPP, Route de  
Saclay, 91128, Palaiseau Cedex, France

## Abstract

This study introduces a novel approach to data assimilation tailored to meshless simulations, particularly addressing scenarios where positional errors are prevalent. We propose a formulation centered on correcting particle discretization errors in terms of both positions and intensities. The methodology employs a sequential implementation strategy, comprising a dynamic alignment step integrating a correction velocity field followed by an intensity correction utilizing Ensemble Kalman correction techniques. Leveraging an ensemble formulation, our approach minimizes a suite of cost functions, rendering it computationally tractable. Importantly, our method offers a viable solution for correcting meshless simulations in situations where remeshing is impractical. To demonstrate the efficacy of the proposed method, we apply it to a nonlinear two-dimensional inviscid flow problem using Vortex Simulation.

**Keywords:** Meshless Methods, Particle-based Method, Data Assimilation, Position Correction, Ensemble Methods, Vortex Methods.

## Contents

### 1 Introduction

1

## 1 Introduction

Data assimilation is a process used in many scientific fields (such as meteorology, oceanography, and hydrology) to integrate observed data with output from a numerical model.

This process aims to provide more accurate and consistent information about the state of a system. These data assimilation methods aim to refine model predictions iteratively using observed data [1]. Intensive efforts have been made to apply these methods to high-dimensional and non-linear problems. Particularly the Ensemble Kalman Filter (EnKF) introduced by Evensen [2] offer a adequate implementation based on an ensemble of realisation to update apply sequential data assimilation for those conditions.

While these methods have been naturally applied to problems defined on solutions within Eulerian grids, their applications to Lagrangian (or meshless) simulations have been limited. Meshless methods discretize continuous fields and operators using a set of particles that move according to a velocity field [?].

- La position des particules joue évidemment un rôle dans l'étape d'assimilation obtenue. - En particulier, dans [citer mon article](#) la correction de intensité sans changer la position des particules peut entraîner une mauvaise représentation de la solution analysée. - De plus, la génération d'une nouvelle discrétisation ou sa mise à jour n'est pas toujours possible. En particulier avec des méthodes des éléments discrets (DEM) où les particules représentent une entité physique. Dans ce cas, la mise à jour ne peut se faire que par une étape cinématiquement admissible.

- En fait, cela peut en particulier être dû à une erreur d'alignement de la solution avec la référence. - Nos objectifs sont de proposer un schéma d'assimilation qui tient compte de l'erreur d'alignement des membres, de proposer ainsi de modifier la position des particules et leur intensité, dans un cadre qui soit plus adapté à des contextes où la mise à jour ne peut se faire que par une étape cinématiquement admissible

## References

- [1] M. Bocquet. Introduction to the principles and methods of data assimilation in the geosciences. page 89, 2014.
- [2] G. Evensen. Sequential data assimilation with a nonlinear quasi-geostrophic model using Monte Carlo methods to forecast error statistics. *Journal of Geophysical Research: Oceans*, 99(C5):10143–10162, 1994.