Teoria erorilor şi aritmetica în virgula flotantă

Radu T. Trîmbiţaş

1 martie 2015

1 Probleme

P1. Scrieţi funcţii MATLAB pentru a calcula epsilon-ul maşinii, cel mai mare număr reprezentabil în VF şi cel mai mic număr normalizat şi nenormalizat reprezentabil în VF. Comparaţi rezultatele cu cele returnate de funcţiile MATLAB `eps`, `realmin`, `realmax`.

P2. Scrieţi funcţii MATLAB pentru calculul lui $\sin x$ şi $\cos x$ folosind formula lui Taylor:

$$
\begin{aligned}
\sin x &= x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + ... + (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!} + ... \\
\cos x &= 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + ... + (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!} + ...
\end{aligned}
$$

Ştim de la cursul de Analiză matematică următoarele:

- modulul erorii este mai mic decat modulul primului termen neglijat;
- raza de convergenţă este $R = \infty$.

Ce se întâmplă pentru $x = 10\pi$ (şi în general pentru $x = 2k\pi$, k mare)?

Explicaţi fenomenul şi propuneţi un remediu.

P3. Scrieţi funcţii MATLAB pentru calculul lui $\sin x$ şi $\cos x$ folosind aproximarea Padé în locul formulei lui Taylor. Atenţie la reducerea rangului.

P4. Scrieţi o funcţie MATLAB care primeşte la intrare un număr flotant (simplă sau dublă precizie) şi returnează reprezentarea sa binară pe componente: semn, exponent deplasat şi semnificantul (aşa cum este acesta reprezentat intern).

2 Probleme suplimentare

1. Fie două numere reale $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$, $x_1 \neq x_2$. Considerăm reprezentările lor în virgulă flotantă x_1^* şi x_2^* astfel încât $x_1^* = \mathrm{fl}(x_1) = x_1(1 + \delta_1)$, $x_2 = \mathrm{fl}(x_2) = x_2(1 + \delta_2)$ şi $|\delta_1| < \delta$, $|\delta_2| < \delta$. Cât de mic trebuie să fie δ, astfel incât să putem testa corect (în virgulă flotantă cu precizia maşinii eps), dacă $x_1 \neq x_2$.

2. Acelaşi enunţ ca la problema 1, dar în Maple.