1 Schimbare de variabilă liniară

Presupunem că se dă formula de integrare numerică:

$$\int_c^d f(t)dt \approx \sum_{i=0}^n A_i f(t_i)$$

Dacă avem nevoie de o formulă pe un alt interval, să zicem $[a, b]$, definim întâi o funcţie de gradul I λ în t astfel încât dacă t parcurge $[c, d]$, atunci $\lambda(t)$ va parcurge $[a, b]$. Funcţia λ are expresia

$$\lambda(t) = \frac{b-a}{d-c}t + \frac{ad-bc}{d-c}$$

De exemplu de la $[a, b]$ la $[-1, 1]$: $c = -1$, $d = 1$

$$\lambda(t) = \frac{b-a}{2}t + \frac{a+b}{2}.$$

Cu schimbarea de mai sus

$$\begin{aligned}\int_a^b f(x)dx &= \frac{b-a}{d-c}\int_c^d f(\lambda(t))dt \\ &\approx \frac{b-a}{d-c}\sum_{i=1}^n A_i f(\lambda(t_i))\end{aligned}$$

Deci,

$$\int_a^b f(x)dx \approx \frac{b-a}{d-c}\sum_{i=1}^n A_i f\left(\frac{b-a}{d-c}t_i + \frac{ad+bc}{d-c}\right).$$