

Problema 1 Să se rezolve sistemul $n \times n$

$$\begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ -1 & 2 & -1 & \ddots & & \vdots \\ 0 & -1 & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 2 & -1 & 0 \\ \vdots & & \ddots & -1 & 2 & -1 \\ 0 & \cdots & \cdots & 0 & -1 & 2 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

cu metodele Jacobi, Gauss-Seidel și SOR, pentru $n = 100$, cu o precizie de 10^{-6} .

Problema 2 Iterația inversă este un algoritm pentru calculul celei mai mici valori proprii (în modul) a unei matrice simetrice A :

```
Choose  $x_0$ 
for  $k = 1, 2, \dots, m$  (until convergence) do
    solve  $Ax_{k+1} = x_k$ 
    normalize  $x_{k+1} := x_{k+1} / \|x_{k+1}\|$ 
end for
```

Atunci $\lambda = x_m^T A x_m / x_m^T x_m$ este o aproximare a celei mai mici valori proprii. O implementare simplă a acestui algoritm este

```
x=rand(n,1)
for k= 1:m
    x=A\x;
    x=x/norm(x);
    if convergence, break; end;
end
lambda=x'*A*x
```

Pentru matrice mari, putem face economie de operații dacă calculăm descompunerea LU a matricei A o singură dată. Iterația se realizează utilizând factorii L și U . În acest mod, fiecare iterație necesită doar $O(n^2)$ operații, în loc de $O(n^3)$ în programul de mai sus. Utilizați funcțiile dumneavoastră pentru descompunere LUP , substituție directă și inversă pentru a implementa iterația inversă. Experimentați cu câteva matrice și comparați rezultatele dumneavoastră cu cele furnizate de `eig(A)`.