Cursul 2 Bazele Electrotehnicii & Electrotehnică

1.1.2 Câmpul magnetic în vid și corp

Experimentul arată că există domenii în spațiu în care asupra unui corp încărcat cu sarcină electrică aflat în mișcare se exercită acțiuni ponderomotoare, în speță forțe (diferite de forța gravitațională sau eventual forța electrică), perpendiculare pe direcția de deplasare a corpului – forța Lorentz.

Se spune că aceste domenii sunt domenii de ***câmp magnetic***.

$$\overline{F_m} = q\overline{v} \times \overline{B_V}$$

q- sarcina electrică; $\vec{v}$ - viteza;

Pentru a caracteriza cantitativ câmpul magnetic în vid, s-a introdus o mărime primitivă vectorială de stare, locală, $\overline{B_V}$, numită ***inducție magnetică***.

$\langle B \rangle_{SI} = T$

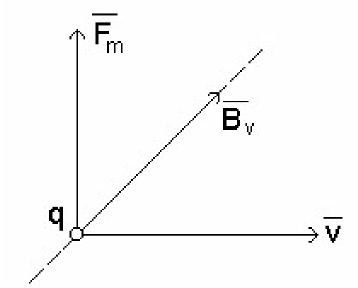


Figura 1.12 Forța Lorentz

Reprezentarea sugestivă a câmpului magnetic se face prin linii de câmp magnetic (locul geometric al tuturor punctelor pentru care vectorul inducție magnetică este tangent).

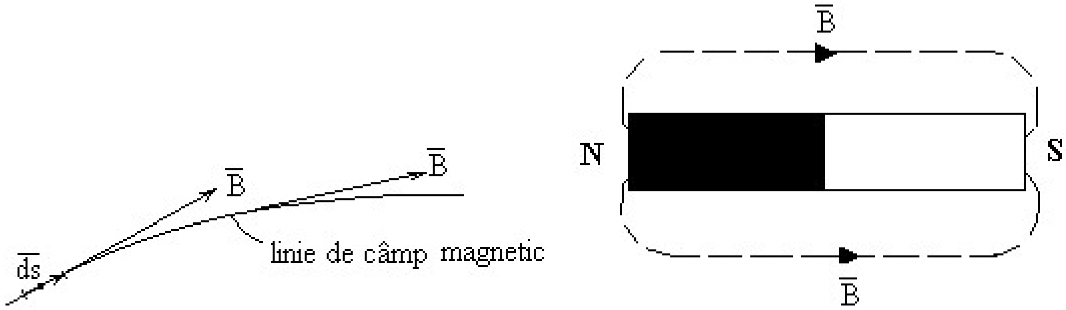


Figura 1.13 Linii de câmp magnetic; $\overline{B}$ - inducția câmpului magnetic; $\overline{ds}$ - elementul de lungime orientat

Pentru caracterizarea locală a câmpului magnetic în corpuri sunt necesare două mărimi derivate vectoriale: ***intensitatea câmpului magnetic***, $\overline{H}[A/m]$ și ***inducția magnetică***, $\overline{B}[T]$.

Observație: Câmpul electric și câmpul magnetic sunt aspecte particulare ale câmpului electromagnetic. Expresia forței electromagnetice exercitată asupra unui corp de probă încărcat cu sarcina electrică q, în mișcare față de un sistem de referință cu viteza $\overline{v}$ este:

$$\overline{F_{em}} = q\left(\overline{E_V} + \overline{v}\times \overline{B_V}\right)$$

1.1.3 Starea de magnetizare. Magnetizaţia

Experimentul arată că există corpuri în stare naturală (oxidul feroferic = magnetita – magneţi permanenţi) care generează în jurul lor câmp magnetic şi corpuri (fier, nichel, cobalt şi aliajele lor – materiale feromagnetice) care atunci când sunt introduse în câmp magnetic, asupra lor se exercită acţiuni ponderomotoare.

Aceste corpuri se găsesc într-o stare de magnetizare, caracterizată fie prin producerea de câmp magnetic, fie prin exercitarea de forţe atunci când corpul este introdus în câmp magnetic.

Pentru a caracteriza cantitativ ***starea de magnetizare globală*** a unui corp s-a introdus o ***mărime primitivă vectorială*** numită ***moment magnetic***, $\overline{m}[A\cdot m^2]$.

Corpurile care se găsesc în stare de magnetizare atât cât se găsesc în câmp magnetic sunt corpuri cu magnetizare temporară şi sunt caracterizate prin momentul magnetic temporar $\overline{m_t}[A\cdot m^2]$.

Corpurile care se găsesc în stare de magnetizare indiferent de existenţa câmpului magnetic se numesc corpuri cu magnetizaţie permanentă şi sunt caracterizate de momentul magnetic permanent $\overline{m_p}[A\cdot m^2]$.

În general un corp magnetizat are momentul magnetic:

$$\overline{m} = \overline{m_t} + \overline{m_p}$$

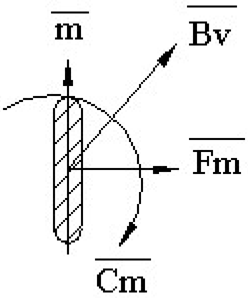


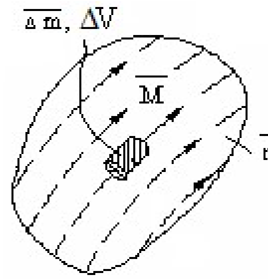
Fig. 1.14 Corp magnetizat în câmp magnetic

Expresiile acţiunilor ponderomotoare deduse experimental sunt:

$$\overline{F_m} = grad\left(\overline{m}\cdot \overset{\downarrow}{\overline{B_V}}\right)$$

$$\overline{C_m} = \overline{m}\times \overline{B_V}$$

Pentru corpurile care se magnetizează în volum, *starea de magnetizare locală* este caracterizată de mărimea vectorială $\overline{M}$ numită *magnetizaţie*.

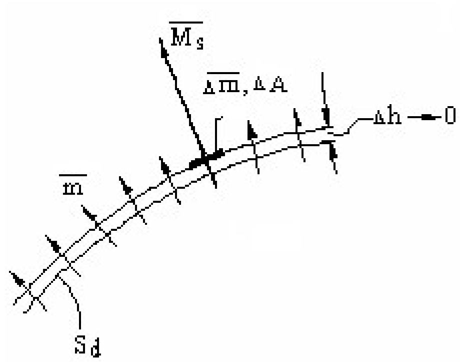


$$\overline{M} \stackrel{d}{=} \lim_{\Delta V \to 0} \frac{\overline{\Delta m}}{\Delta V}$$

$$\langle M \rangle_{SI} = A/m$$

Fig. 1.15 Magnetizația

Pentru suprafețele de discontinuitate *caracterizarea locală a stării de magnetizare* este dată de mărimea vectorială $\overline{M_S}$ denumită *puterea foiței magnetice*.



$$\overline{M_S} \stackrel{d}{=} \lim_{\Delta A \to 0} \frac{\overline{\Delta m}}{\Delta A}$$

$$\langle M_S \rangle_{SI} = A$$

Fig. 1.16 Puterea foiței magnetice

1.1.4 Starea electrocinetică

Se consideră un ansamblu de elemente care formează un circuit electric ce conține:
- o pilă electrochimică (cu electrodul pozitiv din Cu, electrodul negativ din Zn și electrolit acid sulfuric diluat);
- un ac magnetic fixat lângă conductorul parcurs de curent;
- un calorimetru în care se află o rezistență;
- o celulă de electroliză (cu anod, catod și electrolit azotat de argint diluat);
- o lampă electrică;
- o bară conductoare care poate glisa pe două bare conductoare fixe.

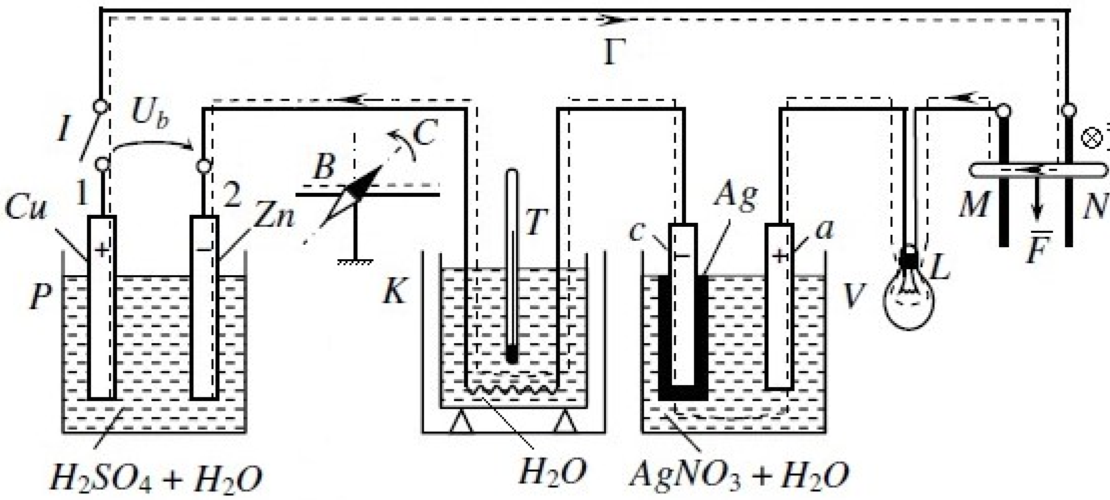


Fig. 1.17 Circuit electric în stare electrocinetică (la închiderea întrerupătorului I)

Starea electrocinetică a conductoarelor electrice este pusă în evidență prin efectele sale. Astfel, prin închiderea întrerupătorului, în lanțul electrochimic de mai sus, se observă:

- efecte electrice: în pila electrochimică cei doi electrozi vor avea potențiale diferite;
- efecte magnetice: asupra acului magnetic se va exercita un cuplu magnetic datorat câmpului magnetic generat de conductorul parcurs de curent;
- efecte calorice: temperatura în calorimetru va crește datorită căldurii dezvoltate în coductorul aflat în stare electrocinetică;
- efecte chimice: reacții de electroliză, depunerea Ag din soluție la catod și dizolvarea anodului în soluție;
- efecte luminoase: în lămpi electrice cu incandescență (datorate efectului termic de la o temperatură atinsă) sau cu descărcări în gaze;
- efecte mecanice: exercitarea de acțiuni ponderomotoare asupra conductoarelor aflate în stare electrocinetică și plasate în câmp magnetic exterior, forța $\overline{F}$.

Pentru a caracteriza *global starea electrocinetică* s-a introdus o **mărime primitivă scalară,** $i[A]$**,** numită ***intensitatea curentului electric de conducție.***

Studiul stării electrocinetice se poate face cu ajutorul efectului electric, magnetic, termic, caloric, chimic, optic, mecanic. S-a ales efectul mecanic deoarece este mai comod de explorat.

Dacă un conductor filiform este în stare electrocinetică și se află plasat în câmp magnetic asupra unei porțiuni Δl se exercită o forță:

$$\overline{\Delta F} = i\overline{\Delta l} \times \overline{B}$$

numită forța Laplace.

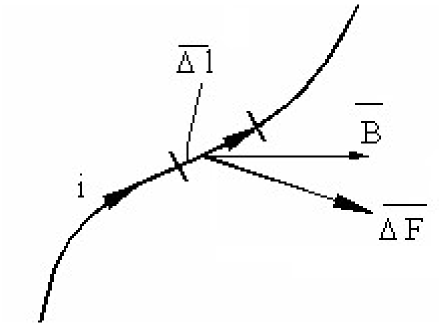


Fig. 1.18 Forța electrodinamică

Intensitatea curentului electric se referă numai la o anumită suprafață trasată printr-un conductor. Pentru a caracteriza *local* starea electrocinetică s-a introdus o mărime derivată vectorială, numită ***densitatea curentului de conducție*** $\overline{J}[A/m^2]$**.**

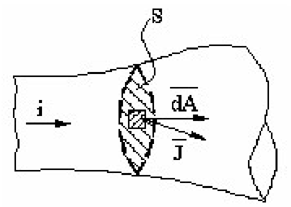


Fig. 1.19 Densitatea de curent

$$\overline{J} = \lim_{\Delta A \to 0} \frac{\Delta i}{\overline{\overline{\Delta A}}} = \frac{di}{\overline{\overline{dA}}}$$

$\overline{dA} = \overline{n} \cdot dA$ - elementul de arie orientat

Densitatea de curent este un vector care are direcția normalei la suprafața transversală a conductorului aflat în stare electrocinetică, are sensul curentului și modulul egal cu raportul dintre intensitatea curentului și aria secțiunii transversale.

Fluxul densității de curent prin orice suprafață, este egal cu intensitatea curentului prin acea suprafață.

$$i = \int_S \overline{J} \cdot \overline{dA}$$

Liniile de câmp ale vectorului $\overline{J}$ (linii la care $\overline{J}$ este tangent) se numesc linii de curent.

Uneori starea electrocinetică este localizată practic la suprafața unui corp. O astfel de repartiție a curentului se numește *pânză de curent* și este caracterizată de o mărime derivată vectorială de stare, numită *densitatea pânzei de curent,* $\overline{J_l}[A/m]$.

$$i = \int_\Gamma \overline{J_l} \cdot \overline{ds}$$

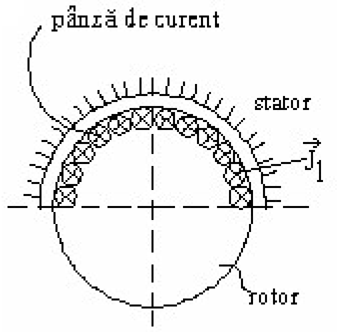


Fig. 1.20 Pânza de curent

1.1.5 Principalele mărimi derivate ale electromagnetismului

Pornind de la mărimile primitive globale ce caracterizează starea electromagnetică a corpurilor: $q[C]$, $\overline{p}[Cm]$, $\overline{m}[Am^2]$, $i[A]$ s-au evidențiat o serie de mărimi derivate locale: $\rho_V[C/m^3]$, $\rho_S[C/m^2]$, $\rho_l[C/m]$, $\overline{P}[C/m^2]$, $\overline{P_S}[C/m]$, $\overline{M}[A/m]$, $\overline{M_S}[A]$, $\overline{J}[A/m^2]$, $\overline{J_l}[A/m]$.

Având mărimile primitive locale ce caracterizează starea câmpului electromagnetic în vid $\overline{E_V}[V/m]$ și $\overline{B_V}[T]$ s-au introdus mărimile derivate ce caracterizează starea câmpului electromagnetic în corpuri: $\overline{E}[V/m]$ și $\overline{D}[C/m^2]$ precum și $\overline{H}[A/m]$ și $\overline{B}[T]$.

În continuare se vor defini alte mărimi derivate cu caracter integral utilizate în electrotehnică:

Tensiunea electrică

Prin definiție tensiunea electrică, $u[V]$, este dată de relația:

$$u_{12} = \int_1^2 \overline{E} \cdot \overline{ds}$$

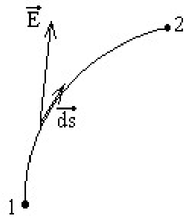


Fig.1.21 Tensiunea electrică

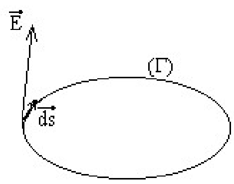


Fig.1.22 Tensiunea electromotoare

Tensiunea electrică (fig. 1.21) caracterizează global câmpul electric în lungul unei curbe.

Tensiunea electromotoare

Tensiunea electromotoare, $e_\Gamma[V]$, (fig. 1.22) reprezintă circulația vectorului intensitate câmp electric pe o curbă închisă: $e_\Gamma = \oint_\Gamma \overline{E} \cdot \overline{ds}$

Tensiunea magnetică

Prin definiție tensiunea magnetică, $u_m[A]$, (fig. 1.23) este dată de relația: $u_{m12} = \int_1^2 \overline{H} \cdot \overline{ds}$ și caracterizează global proprietățile câmpului magnetic în lungul unei curbe.

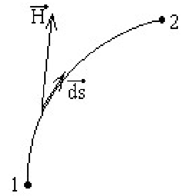


Fig.1.23 Tensiunea magnetică

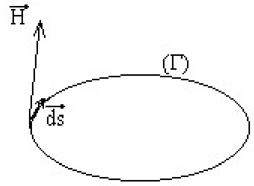


Fig.1.24 Tensiunea magnetomotoare

Tensiunea magnetomotoare

Tensiunea magnetomotoare, $u_{mm}[A]$, (fig. 1.24) reprezintă circulația vectorului intensitate câmp magnetic în lungul unei curbe închise: $u_{mm} = \oint_{\Gamma} \overline{H} \cdot \overline{ds}$.

Fluxul electric

Fluxul electric, $\psi_e[C]$, (fig. 1.25) caracterizează global proprietățile câmpului electric pe o suprafață: $\psi_e = \int_{\Sigma} \overline{D} \cdot \overline{dA}$.

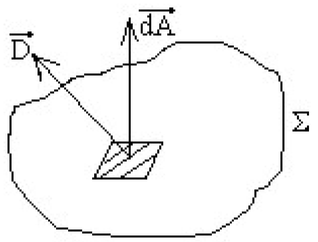


Fig.1.25 Fluxul electric

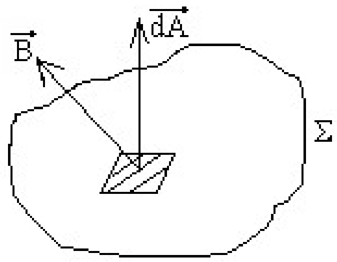


Fig.1.26 Fluxul magnetic

Fluxul magnetic

Fluxul magnetic, $\Phi[Wb]$, (fig. 1.26) se definește prin relația: $\phi = \int_{\Sigma} \overline{B} \cdot \overline{dA}$ și caracterizează global proprietățile câmpului magnetic pe o suprafață.

1.2. Legile electrotehnicii

Legile sunt relații ce exprimă cele mai generale cunoștințe despre fenomenele unui domeniu de cercetare, reflectând proprietățile obiective ale fenomenelor. Ele rezultă din experimente neinfirmate ulterior. Pot fi formulate textual și matematic. În cadrul domeniului considerat, legile nu pot fi deduse prin analiză logică din alte relații mai generale.

Teoremele sunt relații ce se pot deduce prin analiză logică din alte relații mai generale, inclusiv din legi.

Formulele sunt relații matematice invariabile între două sau mai multe mărimi variabile.

În teoria macroscopică a electromagnetismului există ***12 legi*** cu valoare axiomatică: ***8 legi generale și 4 legi de material***.

Legile generale sunt relații între mărimi ce nu conțin parametrii de material și sunt valabile oriunde și oricând. Acestea sunt:

- legea legăturii între vectorii $\overline{D}, \overline{E}, \overline{P}$;
- legea fluxului electric;
- legea conservării sarcinii electrice libere;
- legea transformării de energie în conductoare;
- legea legăturii între vectorii $\overline{B}, \overline{H}, \overline{M}$;
- legea fluxului magnetic;
- legea circuitului magnetic;
- legea inducției electromagnetice;

Legile de material sunt relații între mărimi ce conțin și parametrii de material. Ele sunt:
- legea polarizației electrice temporare;
- legea magnetizației temporare;
- legea conducției electrice;
- legea electrolizei.

1.2.1 Legile Electrostaticii

a). Legea polarizației electrice temporare

Enunț: Pentru mediile cu polarizație electrică liniară și izotropă polarizația electrică temporară este proporțională cu intensitatea câmpului electric.

$$\vec{P}_t = \varepsilon_0 \chi_e \vec{E}$$

unde χ_e se numește ***susceptivitatea electrică*** și depinde de natura materialului care se polarizează.

Observație:

- Dacă mediul este liniar, dar anizotrop, susceptivitatea electrică, $\overline{\overline{\chi_e}}$ este tensor de ordinul doi.

b). Legea legăturii dintre $\vec{D}$, $\vec{E}$ și $\vec{P}$

Enunț: Pentru mediile liniare, omogene între $\vec{D}$, $\vec{E}$ și $\vec{P}$ oriunde și oricând există relația:

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$$

$$\overline{P} = \overline{P_t} + \overline{P_p}$$

$$\overline{D} = \varepsilon_0 \overline{E} + \overline{P} = \varepsilon_0 \overline{E} + \overline{P_t} + \overline{P_P} = \varepsilon_0 \overline{E} + \varepsilon_0 \chi_e \overline{E} + \overline{P_P} = \varepsilon_0 \left(1 + \chi_e\right) \overline{E} + \overline{P_P}$$

Dar $1 + \chi_e = \varepsilon_r$ este permitivitatea relativă a mediului și $\varepsilon_0 \varepsilon_r = \varepsilon$ este permitivitatea absolută.

Deci: $\overline{D} = \varepsilon \overline{E} + \overline{P_P}$

Pentru medii cu $\overline{P_P} = 0$ rezultă $\overline{D} = \varepsilon \overline{E}$.

- Pentru medii liniare și anizotrope:

$$\vec{D} = \overline{\overline{\varepsilon}} \vec{E}$$

- Dacă mediul polarizabil este neliniar, atunci dependența dintre $\vec{D}$ și $\vec{E}$ se exprimă printr-o curbă numită histerezis electric.

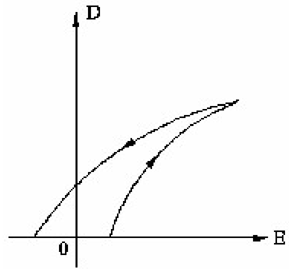


Fig. 1.27

c). Legea fluxului electric

Fie o suprafață închisă Σ în interiorul căreia se află corpuri încărcate cu sarcină electrică (fig.1.28).

Enunț: Fluxul electric printr-o suprafață închisă este egal cu sarcina electrică totală din interiorul acelei suprafețe.

$$\Psi_\Sigma = q_\Sigma$$

$$\oint_\Sigma \overline{D} \cdot \overline{dA} = q_\Sigma$$

unde q_Σ este sarcina electrică totală din interiorul suprafeței Σ.

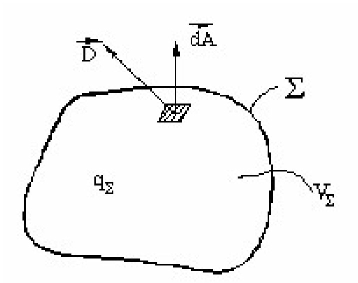


Fig. 1.28

1.2.2 Legile Electrocineticii

a). Legea conservării sarcinii electrice

Fie o suprafață închisă Σ în interiorul căreia se află corpuri încărcate cu sarcină electrică.

Enunț: Intensitatea curentului electric de conducție care iese dintr-o suprafață închisă, este egală cu viteza de scădere a sarcinii electrice din interiorul suprafeței.

$$i_\Sigma = -\frac{dq_\Sigma}{dt}$$

unde:

i_Σ este intensitatea curentului prin suprafața Σ ;

q_Σ este sarcina electrică din interiorul suprafeței Σ;

$-\frac{dq_\Sigma}{dt}$ este viteza de scădere a sarcinii din interiorul suprafeței Σ.

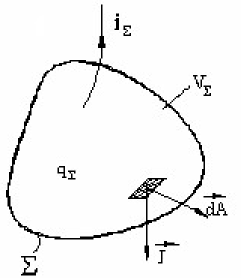


Fig. 1.31

Observaţii:

a) - regim static

$i_\Sigma = 0$, rezultă $-\frac{dq_\Sigma}{dt} = 0$, $q_\Sigma = const$, $\sum_k \pm q_k = const$.

b) - regim staţionar

$\frac{dq_\Sigma}{dt} = 0$, rezultă $i_\Sigma = 0$.

b). Legea conducţiei electrice (Ohm)

b1. Forma locală

Forma locală a legii stabileşte dependenţa dintre densitatea de curent de conducţie şi intensitatea câmpului electric într-un punct din interiorul unui conductor aflat în stare electrocinetică.

Se va defini noţiunea de câmp electric imprimat, $\vec{E}_i$. Se consideră un conductor aflat în regim electrostatic.

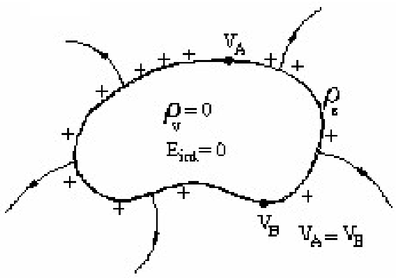


Fig. 1.32

Acest regim se caracterizează astfel:

- Densitatea de volum a sarcinii electrice ρ_v este nulă, deci există numai ρ_s;
- Intensitatea câmpului electric, în interiorul conductorului $\overline{E_{int}}$ este nul;
- Suprafaţa exterioară a conductorului este echipotenţială;
- Corpurile sunt imobile şi nu au loc transformări energetice;

Experimental condiţia $\vec{E}_{int} = 0$ este îndeplinită în regim electrostatic numai pentru corpurile omogene ca structură şi temperatură.

Dacă însă conductorul este neomogen se constată că în interiorul acestuia câmpul electric de natură electrică (coulombiană) este nenul, deşi $\rho_v = 0$. Aceasta înseamnă că în interiorul conductorului apare un câmp electric de natură neelectrică numit câmp electric imprimat $\vec{E}_i$, opus câmpului electric de natură electrică $\vec{E}$, astfel încât condiția de regim electrostatic $\vec{E}_{int} = \vec{E} + \vec{E}_i = 0$ să fie îndeplinită.

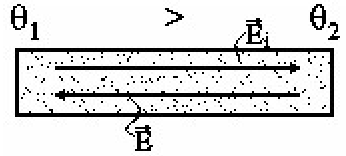


Fig. 1.33

Enunț: Într-un punct din interiorul unui conductor neomogen, *aflat în regim electrocinetic* (stare electrocinetică), densitatea curentului de conducție este proporțională cu intensitatea câmpului electric:

$$\vec{J} = \sigma\left(\vec{E} + \vec{E}_i\right)$$

σ, conductivitatea electrică a corpului, o mărime de material; $[\Omega^{-1}m^{-1}]=[S/m]$

$\sigma = \dfrac{1}{\rho}$, unde ρ este rezistivitatea electrică; [Ωm].

$$\vec{E} + \vec{E}_i = \rho \vec{J}$$

Rezistivitatea depinde de temperatură după relația: $\rho = \rho_0(1 + \alpha\Delta\theta)$ cu α, coeficientul de variație al rezistivității cu temperatura, iar ρ_0 rezistivitatea la temperatura de referință.

Observație: De regulă metalele au $\alpha > 0$. La cărbune $\alpha < 0$.

b2. Forma integrală

Interesează legea conducției electrice sub formă integrală. Fie un conductor filiform, de lungime l, în regim electrocinetic.

$\vec{A} = \vec{n} A$.

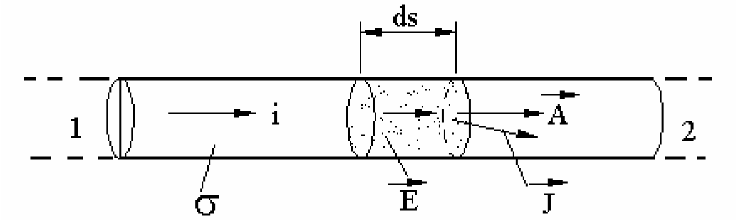


Fig. 1.34

Se consideră că pe suprafața A densitatea de curent $\vec{J}$ este constantă, și intensitatea câmpului electric $\vec{E}$ constantă pe $\vec{ds}$. Forma locală a legii conducției electrice:

$$\vec{J} = \sigma\left(\vec{E} + \vec{E}_i\right) \qquad \text{sau} \qquad \vec{E} + \vec{E}_i = \rho \vec{J} \,\Big|\, \cdot \vec{ds}$$

și integrând între punctele 1 și 2.

$$\int_1^2 \left(\vec{E} + \vec{E}_i\right)\vec{ds} = \int_1^2 \rho \vec{J}\, \vec{ds} \text{ sau:}$$

$$\int_1^2 \vec{E}\,\vec{ds} + \int_1^2 \vec{E}_i\,\vec{ds} = \int_1^2 \rho \vec{J}\,\vec{A}\frac{\vec{ds}}{\vec{A}} \quad \text{cum} \quad \vec{J}\,\vec{A} = i \;\Rightarrow$$

$$u_f + u_i = Ri$$

cu: $R = \int_1^2 \rho \frac{ds}{A}$

R – rezistență electrică; [Ω].

u_i – tensiunea corespunzătoare câmpului electric imprimat care în cazul circuitelor electrice este tensiunea electromotoare a surselor, $u_i = e$, rezultă: $u_f + e = Ri$

Dacă $\rho =$ const. și A = const. $\Rightarrow R = \rho \frac{l}{A}$

Observații:

- dacă $\vec{E}_i = 0 \Rightarrow u_i = 0 \Rightarrow u_f = Ri$
- pentru un circuit omogen cu tensiunea la borne u_b, $u_b = u_f = Ri$, adică $u_b = Ri$, care este expresia matematică a teoremei lui Ohm pentru o porțiune de circuit.

c) . Legea transformării de energie în conductoarele parcurse de curent (Joule -Lenz)

c1. Forma locală

Enunț: Energia transferată de câmpul electromagnetic unui conductor aflat în stare electrocinetică, pe unitatea de volum și în unitatea de timp este egală cu produsul scalar dintre intensitatea câmpului electric, $\vec{E}$ și densitatea curentului de conducție, $\vec{J}$.

$$p_j = \vec{E}\,\vec{J}$$

Conform legii conducției electrice $\vec{E} + \vec{E}_i = \rho \vec{J} \Rightarrow \vec{E} = \rho \vec{J} - \vec{E}_i$.

Deci: $p_j = \left(\rho \vec{J} - \vec{E}_i\right)\vec{J} = \rho J^2 - \vec{E}_i\,\vec{J}$

$$p_j = \rho J^2 - \vec{E}_i\,\vec{J}$$

Observație:

Termenul ρJ^2 corespunde transformării ireversibile a energiei electrice în căldură, iar termenul $\vec{E}_i\,\vec{J}$ corespunde transformării reversibile a energiei electrice în alte forme de energie.

- Dacă $\vec{E}_i\,\vec{J} > 0 \Rightarrow$ energia electrică se transformă în altă formă de energie (de exemplu descărcarea acumulatoarelor).
- Dacă $\vec{E}_i\,\vec{J} < 0 \Rightarrow$ cazul încărcării acumulatoarelor.

c2. Forma integrală

(vezi desenul de la legea conducției electrice – fig. 1.34)

$p_j = \rho J^2 - \vec{E}_i \vec{J} \Big| \cdot dV \quad cu \quad dV = \vec{A}\vec{ds}$ şi integrând pe tot volumul între punctele 1şi 2:

$$\int_v p_j dV = \int_v \rho J^2 dV - \int_v \vec{E}_i \vec{J} \vec{A} \vec{ds}\,,\; P_j = \int_1^2 \rho J^2 \frac{A^2}{A} \cdot ds - \int_1^2 iE_i ds \quad \Rightarrow \quad P_j = Ri^2 - u_i i$$

Observație:

$P_j = Ri^2 - ei = P_c - P_g$, P_c - puterea consumată; P_g - puterea generată

În cazul unui circuit de c.c. neramificat și închis, tensiunea electrică în lungul firului este nulă, $u_f = 0$, deci $P_j = 0$, rezultă:

Bilanțul puterilor – BP, $P_g = P_c$.

d). Legea electrolizei

Enunț: Cantitatea de metal depusă la catod este proporțională cu cantitatea de electricitate ce trece prin celula de electroliză, factorul de proporționalitate fiind echivalentul electrochimic al substanței.

$$m = \frac{A}{Fn} q$$

unde:

m - este cantitatea de metal depusă la catod (în grame),

A – este masa atomică a metalului,

n - este valența metalului,

F = 96500 C/mol – constanta lui Faraday

q=It