9. PROBLEME DE VIZIBILITATE ÎN REPREZENTĂRILE PERSPECTIVE

9.1. Descrierea problemei de vizibilitate

Producerea unei imagini perspective pentru un *obiect transparent*, alcătuit numai din linii de contur este o problemă relativ simplă. În ipoteza obiectelor opace însă, redarea realistă a acestora ridică o problematică specifică. Complexitatea acesteia rezidă în faptul că programul de grafică pentru obiecte opace trebuie să decidă care sunt părţile vizibile şi care sunt cele ascunse în vederea perspectivă aleasă.

Problema acestei decizii a fost iniţial formulată ca *problema liniilor ascunse* (*hidden-line problem*), care are drept rezultat eliminarea sau trasarea specială (de ex. cu întreruperi) a tuturor liniilor ascunse de alte obiecte din scenă. Ulterior, această problemă a fost generalizată pentru suprafeţe sub denumirea de *problema suprafeţelor ascunse (hidden-surface problem)*, ca urmare a creşterii complexităţii reprezentărilor grafice computerizate (de exemplu problema umbrelor).

O definiţie formală pentru problema suprafeţelor ascunse poate fi dată astfel:

$$ASA=(O, S, I, \varphi, \sigma),$$

în care:

ASA este un **algoritm de suprafeţe ascunse**,
O este un set de obiecte în spaţiul 3D,
S este un set de segmente vizibile în 2D,
I este un set de *reprezentări intermediare*
$\varphi = \{TP, IS, TI, TA, TV\}$ este un set de *funcţii de tranziţie,*
σ este o *strategie* cu privire la ordinea în care funcţiile de tranziţie trebuie aplicate;

Semnificaţia *funcţiilor de tranziţie* este următoarea:

TP este o funcţie care produce transformarea perspectivă $TP : 3D \rightarrow 2D$;

IS este o funcţie ce calculează punctul de intersecţie a 2 segmente (în 2D sau în 3D);

TI este o funcţie care verifică şi validează un *test de incluziune* în 2D, (dacă un punct este sau nu în interiorul unei suprafeţe);

TA este o funcţie care realizează un *test de adâncime*, adică compară adâncimile (distanţele) a două puncte în raport cu punctul de vedere;

TV este o funcţie care realizează *testul de vizibilitate* pentru o suprafaţă dată, adică verifică dacă suprafaţa este *potenţial vizibilă* sau *total invizibilă*;

În general, strategia σ de aplicare a unora sau a altora dintre funcţiile mulţimii φ oferă o diversitate de algoritmi pentru problema suprafeţelor ascunse.

Calcule geometrice

Metodele descrise în continuare se referă la funcţiile de tranziţie din setul φ.

a) *Teste Minimax*

Aceste teste sunt utilizate în cadrul funcţiilor de tranziţie astfel:

- calculul *intersecţiei* a două segmente (funcţia de tranziţie IS),
- calculul *interiorităţii unui punct faţă de un poligon în planul de proiecţie* (funcţia de tranziţie TI),
- calculul *suprapunerii a două poligoane* în planul de proiecţie (funcţia de tranziţie TV);
- *calcule de adâncime* a unui punct faţă de un poligon sau chiar a două poligoane între ele, în spaţiul obiect, (funcţia de tranziţie TA).

Testele minimax sunt instrumente de calcul simple şi rapide, bazate numai pe *comparaţii*. De exemplu, în cazul a două poligoane în planul de proiecţie, după cum se arată în figura 9.1, acestea **sigur nu au nici un punct de intersecţie dacă:**

$$x_{\min 2} > x_{\max 1} \text{ sau } y_{\min 2} > y_{\max 1} \quad \ldots\ldots \quad \text{(I)}$$

Dacă testul minimax nu este îndeplinit potrivit condiţiei (I), adică testul eşuează nu înseamnă că există sigur o suprapunere. Suprapunerea este **probabilă** în acest caz şi se recurge la **teste de intersecţie** asupra segmentelor implicate.

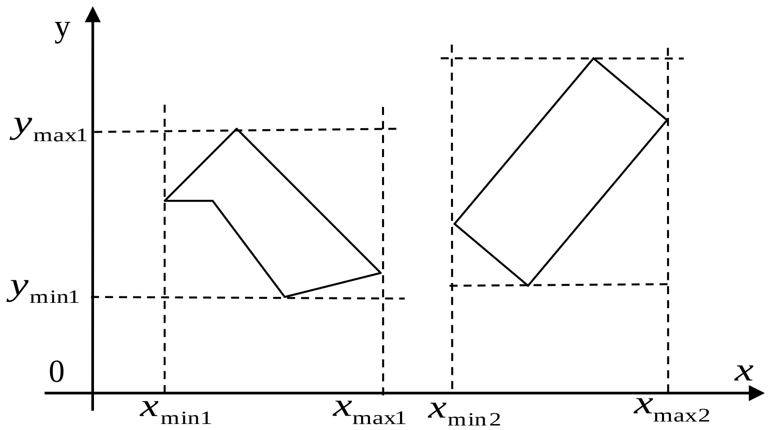


Fig. 9.1. Poziţia relativă a două poligoane pentru testul minimax

a1) *Calcule de intersecţii*

- intersecţia dintre două drepte se poate verifica fără utilizarea testului minimax, cu ajutorul relaţiilor analitice:

Două drepte în 2D definite prin câte două puncte fiecare: $A_1 \cdot x + B_1 \cdot y + C_1 = 0$, trece prin $P_1(x_1, y_1)$ şi $P_2(x_2, y_2)$; $A_2 \cdot x + B_2 \cdot y + C_2 = 0$ trece prin $P_1(x'_1, y'_1)$ şi $P_2(x'_2, y'_2)$; unde: $A_1 = (y_1 - y_2)$, $B_1 = (x_2 - x_1)$, $C_1 = (x_1 y_2 - x_2 y_1)$; $A_2 = (y'_1 - y'_2)$, $B_2 = (x'_2 - x'_1)$, $C_2 = (x'_1 y'_2 - x'_2 y'_1)$;	
Condiţia de intersecţie $D = \begin{vmatrix} A_1 & B_1 \\ A_2 & B_2 \end{vmatrix} \neq 0$	Dreptele se intersectează în punctul de coordonate: $x = \frac{B_1 C_2 - C_1 B_2}{D}$, $y = \frac{C_1 A_2 - A_1 C_2}{D}$

- intersecţia a două segmente se poate verifica comod cu ajutorul testului minimax

Cu notaţiile din figura 9.2, condiţia ca cele două segmente să se intersecteaze este:

$$\boxed{x_2 > x'_1 \ \text{ şi } \ y_2 > y'_1}$$

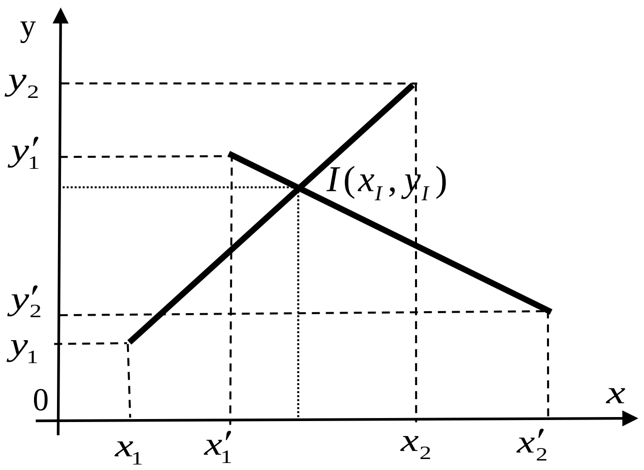


Fig. 9.2. Intersecţia a două segmente cu testul minimax

Punctul de intersecţie $I(x_I, y_I)$ verifică întotdeauna inecuaţiile:

$$\min[\min(x_1, x_2), \min(x'_1, x'_2)] \leq x_I \leq \max[\max(x_1, x_2), \max(x'_1, x'_2)]$$

şi

$$\min[\min(y_1, y_2), \min(y'_1, y'_2)] \leq y_I \leq \max[\max(y_1, y_2), \max(y'_1, y'_2)]$$

a2) *Suprapunerea a două poligoane în planul de proiecţie*

Date fiind două poligoane închise în planul de proiectie (care pot fi de pildă proiecţiile a două feţe), se pune problema determinării existenţei suprapunerii între cele două contururi. Pentru astfel de probleme este esenţial să se aplice preliminar testul minimax cu relaţia (I), (vezi fig. 6.1). Dacă acesta eşuează, adică:

$$\boxed{x_{\min 2} < x_{\max 1} \ \text{ şi } \ y_{\min 2} < y_{\max 1}}$$

pot exista totuşi situaţii de suprapunere (vezi fig 9.3) şi se trece în continuare la detectarea concretă a configuraţiei de suprapunere prin identificarea elementelor care se suprapun.

Suprapunerea poate fi detectată în două moduri:
- se caută un **punct de intersecţie** între cele două contururi (vezi problema intersecţiei segmentelor)- dacă acesta există, există suprapunere,
- se verifică **incluziunea** fiecărui vârf al unui poligon faţă de celălalt poligon.

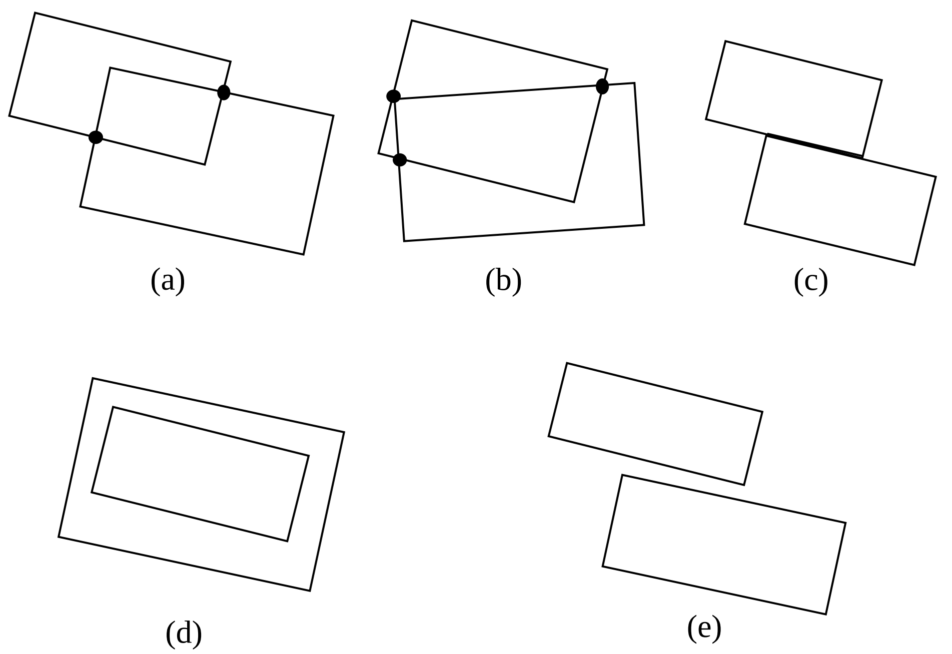


Fig. 9.3. Exemple de suprapunere:
(a) cu două puncte de intersecţie, (b) cu mai multe puncte de intersecţie, (c) alipire parţială, (d) incluziune, (e) disjuncţie

Din punctul de vedere al eficienţei algoritmului, este recomandat să se înceapă testul pentru intersecţii, din următoarele motive:
- probabilitatea de intersecţie este mai mare decât cea a conţinerii (incluziunii),
- relaţia de incidenţă este *simetrică*, în timp ce relaţia de conţinere este antisimetrică, motiv pentru care, pentru conţinere se testează ambele poligoane, în timp ce pentru intersecţie este suficient să fie testat numai unul,
- relaţia de incluziune implică calcule mai laborioase (include calcule de intersecţie).

b) *Teste de interioritate (incluziune)*

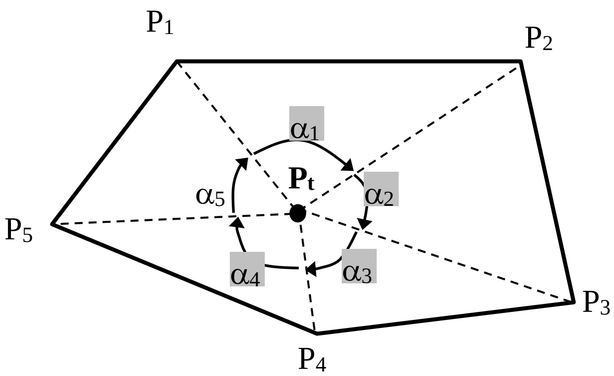
Verificarea interiorităţii unui punct faţă de un contur în planul de proiecţie constituie o etapă a algoritmului pentru suprafeţe ascunse. Există două metode bazate pe geometria elementară pentru testarea interiorităţii unui punct.

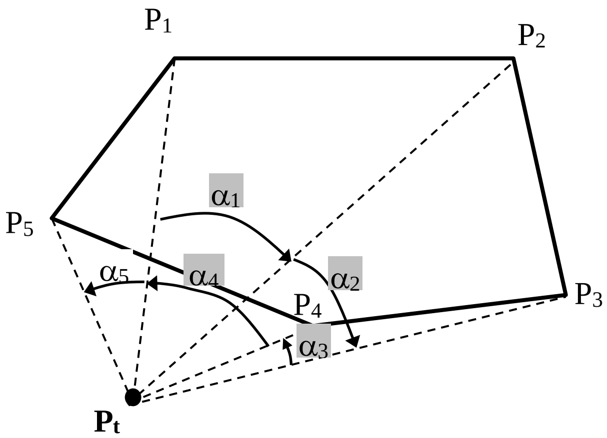
b1) *Test prin calcularea sumei unghiurilor*

Fie un poligon P în planul de proiecţie, cu vârfurile $p_i = (x_i, y_i),\ i = \overline{1, n}$ şi $p_n = p_1$ şi $p_t = (x_t, y_t)$, punctul pentru care se testează interioritatea. Se notează cu α_i unghiul format de segmentele $p_t p_i$ şi $p_t p_{i+1}$, $i = 1, \ldots, n-1$, ţinând cont de *sensul unghiului.*

Testul sumei algebrice a unghiurilor (marcate cu fond gri) poate avea următoarele rezultate:

- p_t este în afara conturului P dacă $\sum_{i=1}^{n-1} \alpha_i = 0$;
- p_t este în interiorul conturului P dacă $\sum_{i=1}^{n-1} \alpha_i = 2\pi$.

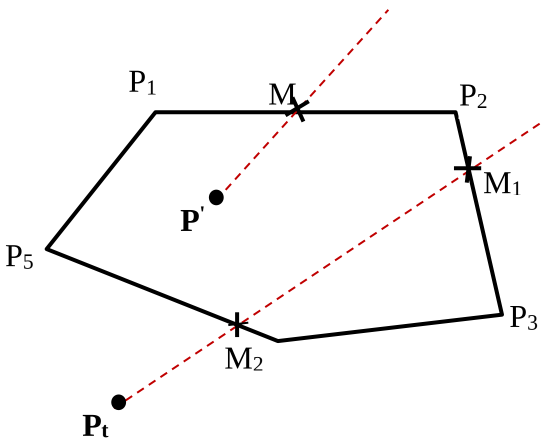


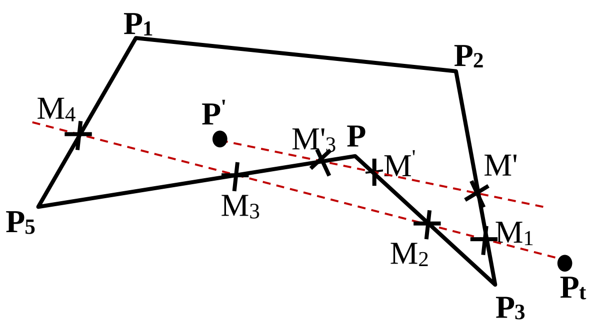


b2) *Test prin calcularea numărului de intersecţii*

Condiţiile problemei sunt cele definite anterior. În acest caz, testul se bazează pe *controlul parităţii numărului de puncte de intersecţie dintre o semidreaptă care porneşte din punctul testat* p_t *tăind poligonul*, fără a trece însă prin nici unul din vârfurile acestuia. Testul poate avea următoarele situaţii:

- punctul p_t este ***exterior*** conturului, dacă numărul de intersecţii este ***par***;
- punctul p_t este ***interior*** conturului, dacă numărul de intersecţii este ***impar***.





9.2. Problema suprafeţelor ascunse

9.2.1 Clasificarea algoritmilor de suprafeţe ascunse

Problema suprafeţelor ascunse este o problemă de **vizibilitate a muchiilor şi suprafeţelor** corpurilor care în esenţă constă în:
- determinarea suprapunerilor;
- stabilirea *ordinii* de suprapunere (a suprafeţelor sau corpurilor).

Aceste probleme pot fi rezolvate în *spaţiul obiect*, în *spaţiul imagine* sau parţial în ambele spaţii. În funcţie de aceasta se poate face o primă clasificare a algoritmilor pentru rezolvarea suprafeţelor ascunse, aşa cum se arată mai jos.

Clasificarea algoritmilor de determinare a suprafeţelor ascunse						
Test de vizibilitate în spaţiul obiect			Test de vizibilitate în spaţiul imagine			
Test punct suprafaţă	**Test intersecţie muchie muchie**	**Test suprafaţă suprafaţă**	**Test intersecţie muchie muchie**	**Test suprafaţă suprafaţă**	**Test punct suprafaţă**	**Test de tip baleiaj (sample scan)**
Weiss	*Appel*	*Galimberti Montanari Appel*	*Encarnacao Galimberti Montanari*	*Warnock Encarnacao*	*Warnock Encarnacao*	*Watkins*

Algoritmii în spaţiul obiect relevă când fiecare element potenţial vizibil în mediu (realitate) este cu adevărat vizibil. Algoritmii pentru spaţiul imagine relevă ceea ce este vizibil într-un punct al ecranului.

În spaţiul imagine, obiectele sunt definite prin două categorii de muchii:
- **muchii *de contur*** sunt cele formate la întâlnirea unei *feţe potenţial vizibilă* cu una *invizibilă*;
- **muchii *materiale*** sunt toate muchiile feţelor potenţial vizibile.

Problema suprapunerii se rezolvă comod cu ajutorul testelor **minimax pe coordonatele x şi y**.

Stabilirea ordinii amplasării corpurilor în scenă (ierarhizarea corpurilor) sau ordinea suprapunerii elementelor obiectelor în planul imaginii se realizează cu ajutorul ***testului de adâncime***.

Testul de adâncime trebuie să detecteze care element grafic (sau obiect întreg) se află în faţa altuia, **pe direcţia liniei de vizare, în sensul spre observator**. Teoretic, în spaţiul obiect acest lucru se poate face prin compararea distanţelor de la punctul de vizare (V) la fiecare punct definitoriu al obiectelor (P_i), în cazul *perspectivei centrale*. În cazul *perspectivei paralele* se compară distanţele de la un plan perpendicular (ales convenabil) pe direcţia de vizare şi punctele reprezentative ale obiectelor.

9.2.2 Algoritmi pentru determinarea vizibilităţii

Metoda invizibilităţii cantitative a lui Appel

Aplicabilitate: solide formate din **feţe plane mărginite de poligoane**.
Metoda folosită: **testarea vizibilităţii segmentelor** din care sunt alcătuite feţele solidului, faţă de un punct de vedere finit (proiecţie centrală).
Condiţii: Vârfurile poligoanelor de frontieră trebuie **ordonate în sens trigonometric**.
Paşii algoritmului:

(1) **Se elimină toate muchiile ascunse** de volumul căruia îi aparţin:
- se clasifică feţele în ***feţe total invizibile*** şi ***feţe potenţial vizibile*** - (test de interioritate + test de adâncime),
- muchiile care sunt formate numai de feţe invizibile sunt eliminte,
- celelalte muchii se împart în două categorii:
  - muchii ***materiale***,
  - muchii ***de contur*** – definesc poligoanele de contur

(2) Se determină vizibilitatea tuturor muchiilor:
- se aplică noţiunea de ***invizibilitate cantitativă*** a punctelor (sau a segmentelor scurte) de pe muchiile potenţial vizibile: ***în spaţiul imagine, invizibilitatea cantitativă a unei muchii se poate schimba numai dacă se intersectează cu o muchie materială***. Într-un astfel de punct *invizibilitatea cantitativă* se incrementează cu 1 dacă muchia materială intră în spatele conturului unei feţe şi se decrementează cu 1, dacă iese.
- Metoda de calcul a intersecţiei dintre muchia materială şi cea de contur se bazează pe *triunghiul format de punctul de vedere şi capetele muchiei de contur considerate*: o muchie materială schimbă invizibilitatea numai dacă ea intersectează planul triunghiului în interiorul suprafeţei acestuia (vezi punctul D în figura 9.4). Dacă acest punct de intersecţie există, atunci invizibilitatea cantitativă se schimbă cu +1 sau −1, în funcţie de semnul produsului vectorial dintre muchia de contur şi cea materială considerate ca vectori. (Punctele fiind ordonate în sens trigonometric).
-

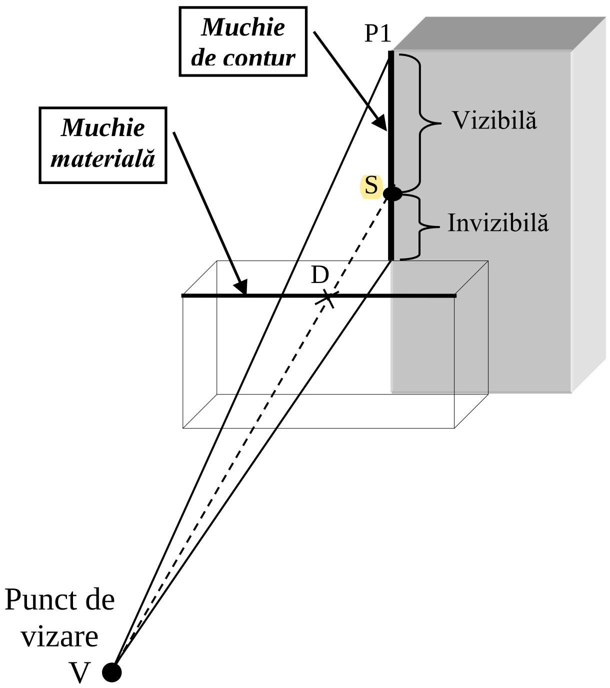


Figura 9.4. Schema de principiu a metodei lui Appel.

Practic *algoritmul scanează toate muchiile susceptibile de invizibilitate* dintr-un punct de vizare dat şi se calculează coordonatele punctului S.

Alte metode pentru rezolvarea problemei vizibilităţii, întâlnite în literatura de specialitate sunt: metoda de prioritate a lui Encarnacao, algoritmul lui Warnock, metoda reţelei de explorare a lui Encarnacao.