Cursul 3 Bazele Electrotehnicii & Electrotehnică

1.2.3 Legile Magnetostaticii

a). Legea magnetizației temporare

Enunț: Pentru mediile cu liniare și izotrope, magnetizația temporară este proporțională cu intensitatea câmpului magnetic:

$$\vec{M}_t = \chi_m \vec{H}$$

unde χ_m este susceptivitatea magnetică ce depinde de natura mediului care se magnetizează.

Observații:

- Pentru mediile liniare dar anizotrope $\overline{\overline{\chi_m}}$, $\overline{\overline{\mu_r}}$ și $\overline{\overline{\mu}}$ sunt tensori de ordinul doi;
- Pentru mediile care se magnetizează neliniar, dependența lui $\vec{B}$ în raport cu $\vec{H}$ este o curbă, numită ***curba de histerezis***.

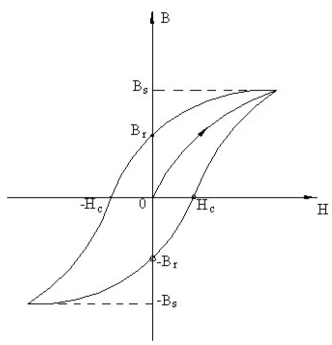


Fig. 1.33 Ciclul de histerezis

Bs - inducția magnetică de saturație;
Hc - intensitatea câmpului magnetic coercitiv;
Br - valoarea inducției magnetice remanente.

b). Legea legăturii dintre $\vec{B}$, $\vec{H}$ și $\vec{M}$

Enunț: Pentru medii liniare și omogene între $\vec{B}$, $\vec{H}$ și $\vec{M}$ oriunde și oricând există relația:

$$\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{M})$$

Pentru medii liniare și izotrope, ținând cont de legea magnetizației temporare se obține:

$$\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{M}) = \mu_0 \vec{H} + \mu_0 \chi_m \vec{H} + \mu_0 \vec{M}_P = \mu_0 (1 + \chi_m) \vec{H} + \mu_0 \vec{M}_P$$

Dar $1 + \chi_m = \mu_r$ este permeabilitatea magnetică relativă a mediului și $\mu_0 \mu_r = \mu$ este permeabilitatea magnetică absolută; $[H/m]$

$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} H/m$, permeabilitatea magnetică a vidului.

Deci: $\vec{B} = \mu \vec{H} + \mu_0 \vec{M}_P$

Pentru $\vec{M}_P = 0$, $\vec{B} = \mu \vec{H}$

c). Legea fluxului magnetic

Enunț: Fluxul magnetic prin orice suprafață închisă este nul.

$$\Phi_\Sigma = 0$$

$$\oint_\Sigma \vec{B}\, d\vec{A} = 0$$

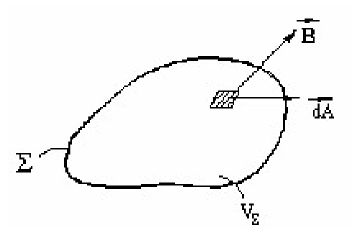


Fig. 1.34

1.2.4 Legile Electrodinamicii

a). Legea circuitului magnetic

Forma integrală

Fie o curbă închisă (Γ) pe care se sprijină suprafața (SΓ). În fiecare punct de pe curba (Γ) se poate defini vectorul intensitate a câmpului magnetic, $\vec{H}$, iar în fiecare punct de pe suprafața (SΓ) se pot defini vectorii inducție electrică, $\vec{D}$ și densitate a curentului electric de conducție, $\vec{J}$.

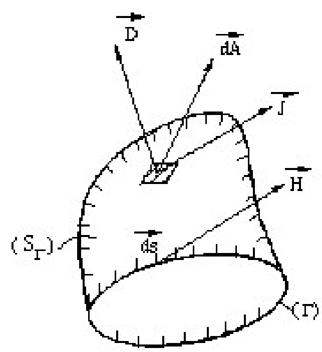


Fig. 1.35

Enunț: În orice moment de timp, tensiunea magnetomotoare în lungul unei curbe închise (Γ) este egală cu suma dintre solenația corespunzătoare curenților de conducție prin orice suprafață ce se sprijină pe curba (Γ) și viteza de creștere în timp a fluxului electric prin acea suprafață (S_Γ).

$$u_{mm_\Gamma} = \Theta_{S_\Gamma} + \frac{d\psi_{S_\Gamma}}{dt}$$

$$\oint_\Gamma \vec{H}\, d\vec{s} = \int_{S_\Gamma} \vec{J}\, d\vec{A} + \frac{d}{dt}\int_{S_\Gamma} \vec{D}\, d\vec{A}$$

Termenul $\int_{S_\Gamma} \vec{J}\, d\vec{A} = \Theta_{S_\Gamma}$ se mai numește solenație și este egal cu suma intensităților curenților de conducție prin toate conductoarele secționate de suprafața (S_Γ).

Termenul $\frac{d}{dt}\int_{S_\Gamma}\vec{D}\,d\vec{A}$ reprezintă intensitatea curentului hertzian.

Observații:

- Normala la suprafața S_Γ este asociată cu sensul de parcurgere a curbei Γ după regula burghiului drept;
- În cazul mediilor în mişcare curbele și suprafețele de integrare sunt atașate corpurilor în mişcare;

$u_{mm_\Gamma} = \Theta_{S_\Gamma}$ - teorema lui Ampere

$$\oint_\Gamma \vec{H}\,d\vec{s} = \int_{S_\Gamma}\vec{J}\,d\vec{A}$$

$$\oint_\Gamma \vec{H}\,d\vec{s} = i_{S_\Gamma}$$

b). Legea inducției electromagnetice

Inducția electromagnetică este fenomenul de producere a unei tensiuni electromotoare (t.e.m.) în lungul unei curbe închise prin varierea fluxului magnetic prin orice suprafață care se sprijină pe această curbă.

Fie o curbă închisă (Γ) pe care se sprijină suprafața SΓ.

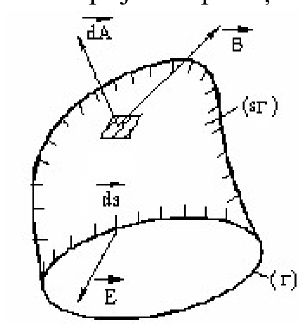


Fig. 1.36

a. Forma integrală

Enunț: T.e.m. indusă în lungul curbei Γ este egală cu viteza de scădere a fluxului magnetic prin orice suprafață $\left(S_\Gamma\right)$ ce se sprijină pe curba Γ.

$$e_\Gamma = -\frac{d\phi_{S_\Gamma}}{dt}$$

$$\oint_\Gamma \vec{E}\,d\vec{s} = -\frac{d}{dt}\int_{S\Gamma}\vec{B}\,d\vec{A}$$

Observație: curbele și suprafețele de integrare sunt atașate corpurilor în mişcare.

CAPITOLUL 2. CIRCUITE ELECTRICE ÎN REGIM STATIC

2.1 Potențialul electric

Se consideră un corp punctiform cu sarcina electrică q, plasat liber în câmpul electric creat de un alt corp cu sarcina Q. Sistemul este izolat și este situat într-un mediu omogen de permitivitate ε_0.

Asupra corpului cu sarcina q se exercită o forță electrică: $\overline{F} = q\overline{E}$

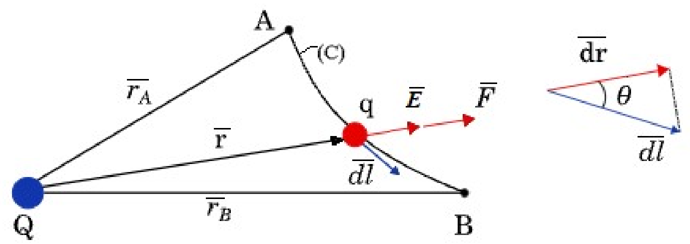


Fig. 2.1 Calculul lucrului mecanic al forțelor electrice statice

Se va calcula lucrul mecanic efectuat pentru deplasarea corpului, în regim electrostatic, pe o curbă C, între punctele A și B.

$$L_{AB} = \int_{A(C)}^{B} \overline{F}d\bar{l} = q\int_{A(C)}^{B} \overline{E}d\bar{l} = q\int_{A(C)}^{B} Edl\cos\theta = q\int_{r_A}^{r_B} Edr = q\int_{r_A}^{r_B} \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}dr = q\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\int_{r_A}^{r_B}\frac{dr}{r^2} =$$

$$= q\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B}\right)$$

Dar $U_{AB} = \int_{A(C)}^{B} \overline{E}d\bar{l} \Rightarrow \frac{L_{AB}}{q} = U_{AB}$.

D.p.d.v. fizic tensiunea între punctele A și B reprezintă lucrul mecanic efectuat de câmpul electric pentru a deplasa un corp cu sarcina q, pozitivă, egală cu unitatea, între cele două puncte A și B.

$$U_{AB} = V_A - V_B = \int_{A(C)}^{B} \overline{E}d\bar{l} = \frac{L_{AB}}{q} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B}\right),$$

$$V_A = \int_{A(C)}^{B} \overline{E}d\bar{l} + V_B$$

Dacă se consideră punctul B ca referință (foarte îndepărtat), $V_B = 0$, se poate defini potențialul într-un punct oarecare după relația:

$$V_A = \int_{A(C)}^{\infty} \overline{E}d\bar{l} = \frac{L_{A\infty}}{q}.$$

Adică, potențialul într-un punct al unui câmp electric reprezintă lucrul mecanic efectuat de câmp pentru a deplasa un corp cu sarcina pozitivă, egală cu unitatea, din acel punct până în punctul de potențial nul.

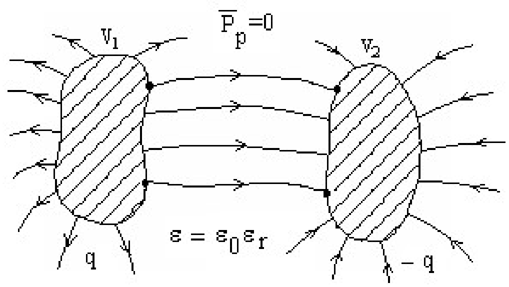
Pentru corpuri punctiforme, $V = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}$.

2.2 Condensatorul electric

Definiție: Se numește ***condensator electric*** un dispozitiv alcătuit din două conductoare omogene (numite armături) încărcate cu sarcinile electrice adevărate q_1, q_2 egale și de semn contrar ($q_1 = -q_2 = q$), separate de un dielectric neîncărcat ($\rho_V = 0$) și fără polarizație permanentă ($\overline{P_p} = 0$).

Definiție: Se numește ***capacitate electrică*** mărimea pozitivă definită ca raportul dintre sarcina electrică a unuia dintre conductoare și diferența de potențial dintre acesta și celălalt.

$$C = \frac{q_1}{V_1 - V_2} = \frac{q_2}{V_2 - V_1} = \frac{q_1}{U_{12}} = \frac{q}{U} \tag{2.1}$$



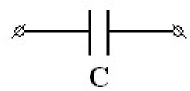


Fig. 2.2 Construcția (a) și reprezentarea simbolică(b) a condensatorului

Capacitate condensatorului depinde numai de:
- poziția relativă a armăturilor;
- dimensiunile armăturilor;
- natura și dimensiunile dielectricului.

Unitatea de măsură a capacității condensatorului este Faradul.

$\langle C \rangle_{SI} = 1F$, $1\mu F = 10^{-6} F$, $1nF = 10^{-9} F$, $1pF = 10^{-12} F$

Calculul capacității condensatoarelor

Algoritm de calcul:

1°. Se consideră condensatorul încărcat cu sarcinile q_1 și $q_2=-q_1$;

2°. Se determină intensitatea câmpului electric dintre armături $\overline{E}$. Dacă respectivul condensator are simetrie plană, cilindrică sau sferică se determină $\overline{E}$ aplicând legea fluxului electric.

3°. Se calculează tensiunea electrică dintre armături:

$U_{12} = \int_A^B \overline{E} \cdot \overline{dl}$, în mod obișnuit de-a lungul unei linii de câmp.

4°. Se aplică relația pentru calculul capacității: $C = \dfrac{q_1}{U_{12}}$

2.3 Rețele de condensatoare

Condensatoarele care se construiesc în mod obişnuit sunt limitate de dimensiunile lor şi de materialele utilizate în construcția acestora, atât în ceea ce priveşte capacitatea cât şi tensiunea care li se poate aplica între armături.

$$U \leq U_N \tag{2.2}$$

$$U_N = E_d \cdot d \tag{2.3}$$

U[V] – tensiune aplicată la bornele condensatorului;
U_N [V]– tensiunea nominală a condensatorului;
d [m]– distanța dintre armături;
E_d [V/m]- rigiditatea dielectrică, E_d=Estr, reprezintă valoarea maximă a intensității câmpului electric la care materialul electroizolant rezistă fără a se străpunge (este o mărime de material).
Astfel, pentru un condensator dat, în aplicațiile practice, tensiunea aplicată la bornele sale nu trebuie să depășească tensiunea nominală (inscripționată pe el), pentru ca acest condensator să nu se străpungă.

Pentru a se putea obține capacități mari sau condensatoare care să suporte tensiuni importante, ele se grupează în baterii de condensatoare. Aceasta se poate face în trei moduri: serie, paralel şi mixt.

Se numeşte capacitate echivalentă mărimea:

$$C_e = \frac{q_A}{U_{AB}} = \frac{q_B}{U_{BA}} \tag{2.4}$$

în care $q_A = -q_B$ este sarcina absorbită de la borna A când se aplică tensiunea U_{AB} acestei rețele, inițial descărcată.

Concluzie: Capacitatea echivalentă a unei rețele de condensatoare este capacitatea unui condensator care, fiind supus la aceeaşi tensiune ca şi sistemul de condensatoare, se încarcă cu aceeaşi sarcină electrică ca şi sistemul dat.
În consecință, în exteriorul sistemului nu se constată nici o schimbare la înlocuirea grupării cu condensatorul de capacitate echivalentă cu ea.

2.3.1 Gruparea serie a condensatoarelor

La o conexiune în serie a n condensatoare sarcina de pe armatura pozitivă a primului condensator determină prin influență electrostatică apariția unei sarcini egale în modul şi de semn contrar pe cealaltă armătură a condensatorului. Din legea conservării sarcinii electrice va apărea pe armatura următorului condensator o sarcină pozitivă iar procesul se repeta până la armatura negativă a ultimului condensator.

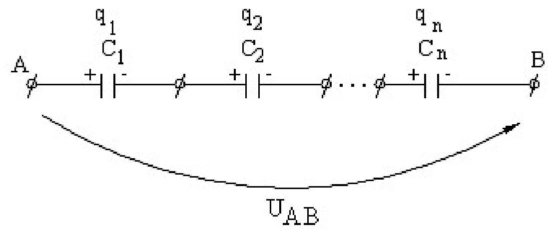


Fig. 2.3

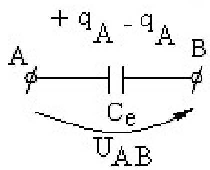


Fig. 2.4

Deoarece condensatoarele au fost inițial neîncărcate, ținând cont de afirmațiile de mai înainte rezultă:

$$q_1 = q_2 = \ldots = q_n = q_A \tag{2.5}$$

Tensiunea la bornele fiecărui condensator va fi:

$$U_1 = \frac{q_A}{C_1},\ U_2 = \frac{q_A}{C_2},\ \ldots,\ U_n = \frac{q_A}{C_n} \tag{2.6}$$

Dar tensiunea între bornele A, B este:

$$U_{AB} = U_{C_1} + U_{C_2} + \ldots + U_{C_n} \tag{2.7}$$

$$U_{AB} = q_A\left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \ldots\ldots\ldots + \frac{1}{C_n}\right) \tag{2.8}$$

Pe de altă parte,

$$U_{AB} = \frac{q_A}{C_{es}} \tag{2.9}$$

$$\frac{1}{C_{es}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \ldots + \frac{1}{C_n} \tag{2.10}$$

$$\frac{1}{C_{es}} = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{C_k} \tag{2.11}$$

$$C_{es} = \frac{1}{\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{C_k}} \tag{2.12}$$

Valoarea reciprocă a capacității echivalente a “n” condensatoare legate în serie este egală cu suma valorilor reciproce ale capacităților condensatoarelor.

Valoarea reciprocă a capacității unui condensator se numește ***elastanță.***

$$S = \frac{1}{C} \tag{2.13}$$

Observații:

1. Capacitatea echivalentă a unei grupări cu n condensatoare în serie este mai mică decât cea mai mică dintre capacitățile din grupare.

2. Conectarea în serie a condensatoarelor este recomandată atunci când se dorește obținerea unei baterii de condensatoare care să suporte tensiuni mai mari decât oricare condensator din grupare.

3. Două condensatoare se consideră grupate în serie dacă au aceeași sarcină pe armaturi. În particular, pentru condensatoarele plane, dacă au aceeași arie a armăturilor.

2.3.2 Gruparea paralel a condensatoarelor

La o conexiune în paralel a n condensatoare, având toate aceeași tensiune la borne, fiecare condensator se încarcă proporțional cu capacitatea sa.

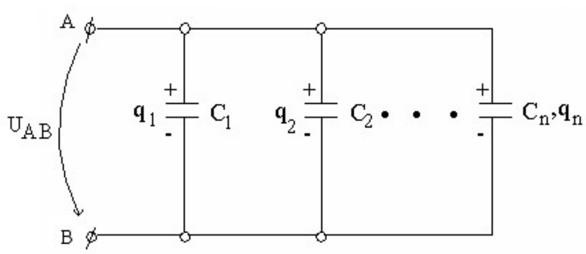


Fig. 2.5

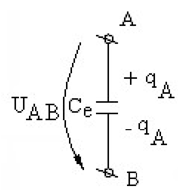


Fig. 2.6

Deoarece

$$q_A = q_1 + q_2 + \ldots + q_n \tag{2.14}$$

este sarcina absorbită pe la borna A, cu care se încarcă condensatoarele și:

$$q_1 = C_1 U_{AB}, \quad q_2 = C_2 U_{AB}, \ldots, q_n = C_n U_{AB} \tag{2.15}$$

$$q_A = q_1 + q_2 + \ldots + q_n = C_1 U_{AB} + C_2 U_{AB} + \ldots + C_n U_{AB} = (C_1 + C_2 + \ldots + C_n) U_{AB}$$

$$q_A = C_{ep} \cdot U_{AB} \tag{2.16}$$

$$\Rightarrow C_{ep} = C_1 + C_2 + \ldots\ldots + C_n \tag{2.17}$$

$$C_{ep} = \sum_{k=1}^{n} C_k \tag{2.18}$$

Capacitatea echivalentă a n condensatoare legate în paralel este egală cu suma capacităților condensatoarelor.

Observații:

1. Capacitatea echivalentă la gruparea paralel este mai mare decât cea mai mare capacitate din grupare.

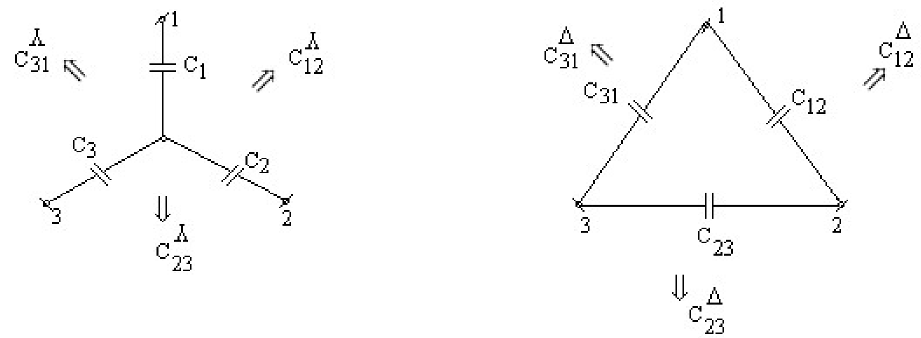
2. Conectarea în paralel a condensatoarelor este recomandată atunci când se dorește obținerea unei baterii de condensatoare de capacitate mare.

3. Două condensatoare se consideră legate în paralel dacă au aceeaşi tensiune pe armături. În particular, pentru condensatoarele plane, dacă au aceeaşi distanță între armături.

2.3.3 Transfigurarea stea-triunghi şi triunghi-stea a condensatoarelor

Se consideră trei condensatoare grupate în stea (figura 2.7a) şi trei condensatoare grupate în triunghi (figura 2.7b) între aceleaşi perechi de borne.

Transfigurarea conexiunii stea în conexiune triunghi şi invers se poate realiza numai în cazul în care conexiunea echivalentă îşi menține după transfigurare aceleaşi potențiale la bornele 1, 2, 3 şi absoarbe prin aceste borne aceleaşi sarcini electrice.



a. b.

Figura 2.7 Conexiuni în stea(a) şi în triunghi(b) ale condensatoarelor electrice

Atunci $\begin{cases} U_{12}^{\lambda} = U_{12}^{\Delta} \\ U_{23}^{\lambda} = U_{23}^{\Delta} \\ U_{31}^{\lambda} = U_{31}^{\Delta} \end{cases}$ şi rezultă $\begin{cases} C_{12}^{\lambda} = C_{12}^{\Delta} \\ C_{23}^{\lambda} = C_{23}^{\Delta} \\ C_{31}^{\lambda} = C_{31}^{\Delta} \end{cases}$ (2.19)

adică:

$$\begin{cases} \dfrac{1}{\dfrac{1}{C_1} + \dfrac{1}{C_2}} = C_{12} + \dfrac{1}{\dfrac{1}{C_{31}} + \dfrac{1}{C_{23}}} \\ \dfrac{1}{\dfrac{1}{C_2} + \dfrac{1}{C_3}} = C_{23} + \dfrac{1}{\dfrac{1}{C_{12}} + \dfrac{1}{C_{32}}} \\ \dfrac{1}{\dfrac{1}{C_3} + \dfrac{1}{C_1}} = C_3 + \dfrac{1}{\dfrac{1}{C_{23}} + \dfrac{1}{C_{12}}} \end{cases} \tag{2.20}$$

Sistemul de ecuații (2.20) permite determinarea capacităților echivalente ale unei transfigurări stea-triunghi,

$$\begin{cases} C_{12} = \dfrac{C_1 C_2}{C_1 + C_2 + C_3} \\ C_{23} = \dfrac{C_2 C_3}{C_1 + C_2 + C_3} \\ C_{31} = \dfrac{C_3 C_1}{C_1 + C_2 + C_3} \end{cases} \qquad (2.21)$$

sau ale unei transfigurări triunghi-stea.

$$\begin{cases} C_1 = C_{12} + C_{31} + \dfrac{C_{12} C_{31}}{C_{23}} \\ C_2 = C_{23} + C_{12} + \dfrac{C_{23} C_{12}}{C_{31}} \\ C_3 = C_{31} + C_{23} + \dfrac{C_{31} C_{23}}{C_{12}} \end{cases} \qquad (2.22)$$