

SISTEME DE NUMERAȚIE

Un număr natural $(N)_b = c_n c_{n-1} \dots c_1 c_0$ reprezentat în baza b , în formă desfășurată, are aspectul:

$$(N)_b = c_n \times b^n + c_{n-1} \times b^{n-1} + \dots + c_1 \times b^1 + c_0 \times b^0$$

Exemple de sisteme de numerație:

Baza	Simboluri utilizate (stări distincte)	
2	0 1	Binar
3	0 1 2	Ternar
8	0 1 2 3 4 5 6 7	Octal
10	0 1 2 3 4 5 6 7 8 9	Zecimal
16	0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B C D E F ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ 10 11 12 13 14 15	Hexazecimal

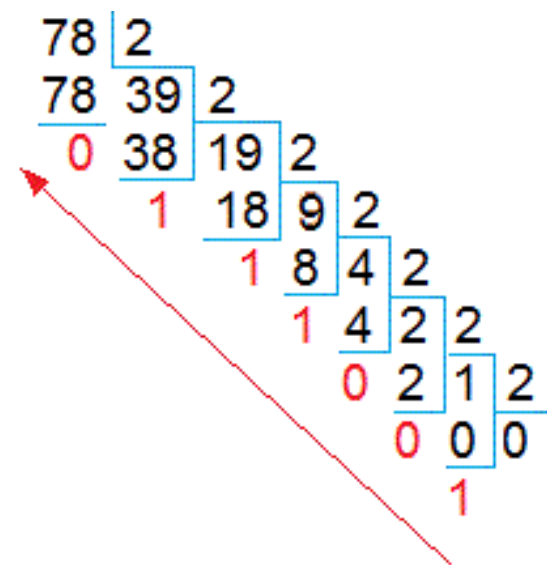
SISTEMELE BINAR/HEXAZECIMAL

Numărul de biți utilizați pentru exprimarea binară a unui număr depinde de valoarea maximă a numărului zecimal reprezentat.

Reprezentarea numerelor în bazele 2 (binar) și 16 (hexazecimal):

Zecimal	Binar				Hexazecimal
	2 ³	2 ²	2 ¹	2 ⁰	
	8	4	2	1	
0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	1
2	0	0	1	0	2
3	0	0	1	1	3
4	0	1	0	0	4
5	0	1	0	1	5
6	0	1	1	0	6
7	0	1	1	1	7
8	1	0	0	0	8
9	1	0	0	1	9
10	1	0	1	0	A
11	1	0	1	1	B
12	1	1	0	0	C
13	1	1	0	1	D
14	1	1	1	0	E
15	1	1	1	1	F

Exemplu de conversie din baza 10 în baza 2:



$$(78)_{10} = (1001110)_2$$

CONVERSIA ÎNTRE SISTEMELE DE NUMERAȚIE

Conversia din sistem binar în sistem zecimal se realizează pe baza sumei ponderate a puterilor lui 2. Ponderile reprezintă valorile biților ce compun numărul binar.

Exemplu de conversie a numărului 10101101 din baza 2 în baza 10:

$$\begin{array}{cccccccc} \text{MSB} & & & & & & & \text{LSB} \\ 2^7 & 2^6 & 2^5 & 2^4 & 2^3 & 2^2 & 2^1 & 2^0 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{array} = 1 \times 2^7 + 0 \times 2^6 + 1 \times 2^5 + 0 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0$$

MSB = most significant bit;
LSB = least significant bit;

$$= 2^7 + 2^5 + 2^3 + 2^2 + 2^0 = 128 + 32 + 8 + 4 + 1 = (173)_{10}$$

Conversia între baza 2 și baze puteri ale lui 2 :

Exemplu de conversie a numărului 10101101 din baza 2 în baza 16:

Se grupează câte 4 de la dreapta la stânga și se înlocuiesc grupele cu cifrele corespunzătoare din tabelul anterior. Dacă ultima grupă nu are 4 biți, se completează la stânga cu 0 până se formează o grupă completă

$$\begin{array}{cccc|cccc} 2^3 & 2^2 & 2^1 & 2^0 & 2^3 & 2^2 & 2^1 & 2^0 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{array}$$

A D

$$= (1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0) + (1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0)$$
$$= (2^3 + 2^1) + (2^3 + 2^2 + 2^0) = (AD)_{16}$$

Exemplu de conversie a numărului 1F din baza 16 în baza 2:

utilizând tabelul din
slide-ul anterior

$$1F \rightarrow \begin{array}{cccc|cccc} 1 & & & & F & & & \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{array}$$

$$\text{Deci, } (1F)_{16} = (00011111)_2$$

Generalizând regula prezentată anterior :

- conversia dintr-un sistem de numerație în altul se realizează pe baza sumei ponderate a puterilor bazei de numerație. Ponderile sunt valorile simbolurilor ce compun numărul convertit.

Exemplu de conversie a numărului 2DF din baza 16 în baza 10:

$$\begin{array}{ccc} 16^2 & 16^1 & 16^0 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ (2 \ D \ F)_{16} & = 2 \times 16^2 + D \times 16^1 + F \times 16^0 = 2 \times 256 + 13 \times 16 + 15 \times 1 = (735)_{10} \end{array}$$

Exemplu de conversie a numărului 010110 din baza 2 în baza 8:

Se grupează câte 3 de la dreapta la stânga și se înlocuiesc grupele cu cifrele corespunzătoare din tabelul anterior. Dacă ultima grupă nu are 3 biți, se completează la stânga cu 0 până se formează o grupă completă.

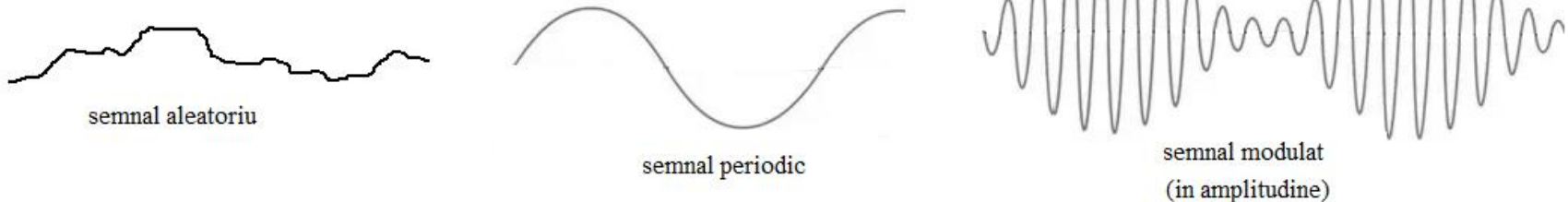
$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline 2^2 & 2^1 & 2^0 \\ \hline \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 0 & 1 & 0 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|c|c|} \hline 2^2 & 2^1 & 2^0 \\ \hline \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 1 & 1 & 0 \\ \hline \end{array}$$
$$= (0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0) + (1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0)$$
$$= (2^1) + (2^2 + 2^1) = (26)_8$$

Circuite pentru interfațarea dintre domeniul analogic și cel digital

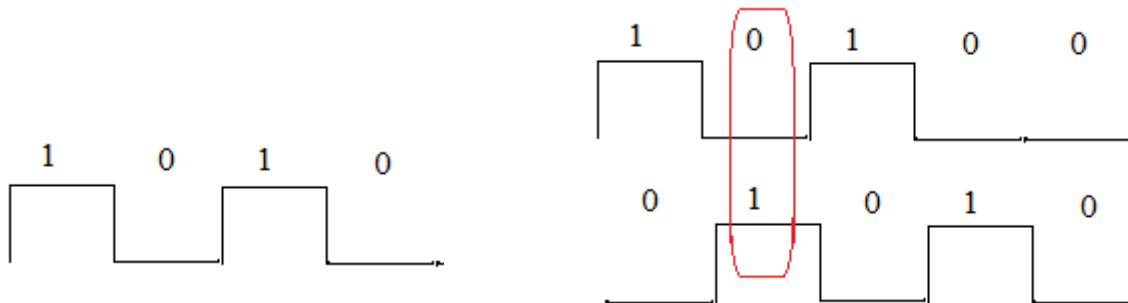
Majoritatea mărimilor fizice din natură sunt mărimi de tip analogic, adică au o variație continuă într-un anumit interval de variație dat (au o infinitate de valori în acel interval) și există la orice moment de timp.

Domeniul calculatoarelor și al circuitelor programabile este unul digital, care prelucrează semnale electrice (tensiune electrică sau curent electric) de tip digital, cu doar două stări (valori discrete). Pentru a crește numărul de valori în sistemul digital (dar totuși finit) se utilizează mai multe semnale digitale, care se interpretează împreună, ca și combinație. Cea mai mică unitate de informație în sistemele digitale sau numerice este bitul (o singură valoare care are 2 stări – 1 logic sau 0 logic, respectiv adevărat sau fals). Pe lângă numărul limitat de valori în sistemele digitale, acestea nu sunt prelucrate continuu, ca în circuitele și sistemele analogice, ci sunt prelucrate doar la anumite momente de timp (discret în timp), sincron cu semnalul de ceas al sistemului.

Semnale analogice:



Semnale digitale:



Reprezentare pe 2 biți

Circuite pentru interfațarea dintre domeniul analogic și cel digital

Pentru conversia semnalelor analogice în semnale digitale cu mai mult de 2 valori se utilizează mai mulți biți pentru reprezentarea semnalului în format digital.

Operația este echivalentă cu transformarea unei valori numerice (număr) din baza 10 în baza 2.

Cum semnalele analogice sunt continue în timp, iar semnalele digitale prelucrate de sistemele electronice digitale sau numerice sunt discontinue în timp, se convertește în format digital valoarea semnalului de la un anumit moment de timp, adică a unui eșantion din acesta la un moment dat.

Astfel, la conversia unui semnal analogic în format digital sunt necesare următoarele operații (etape):

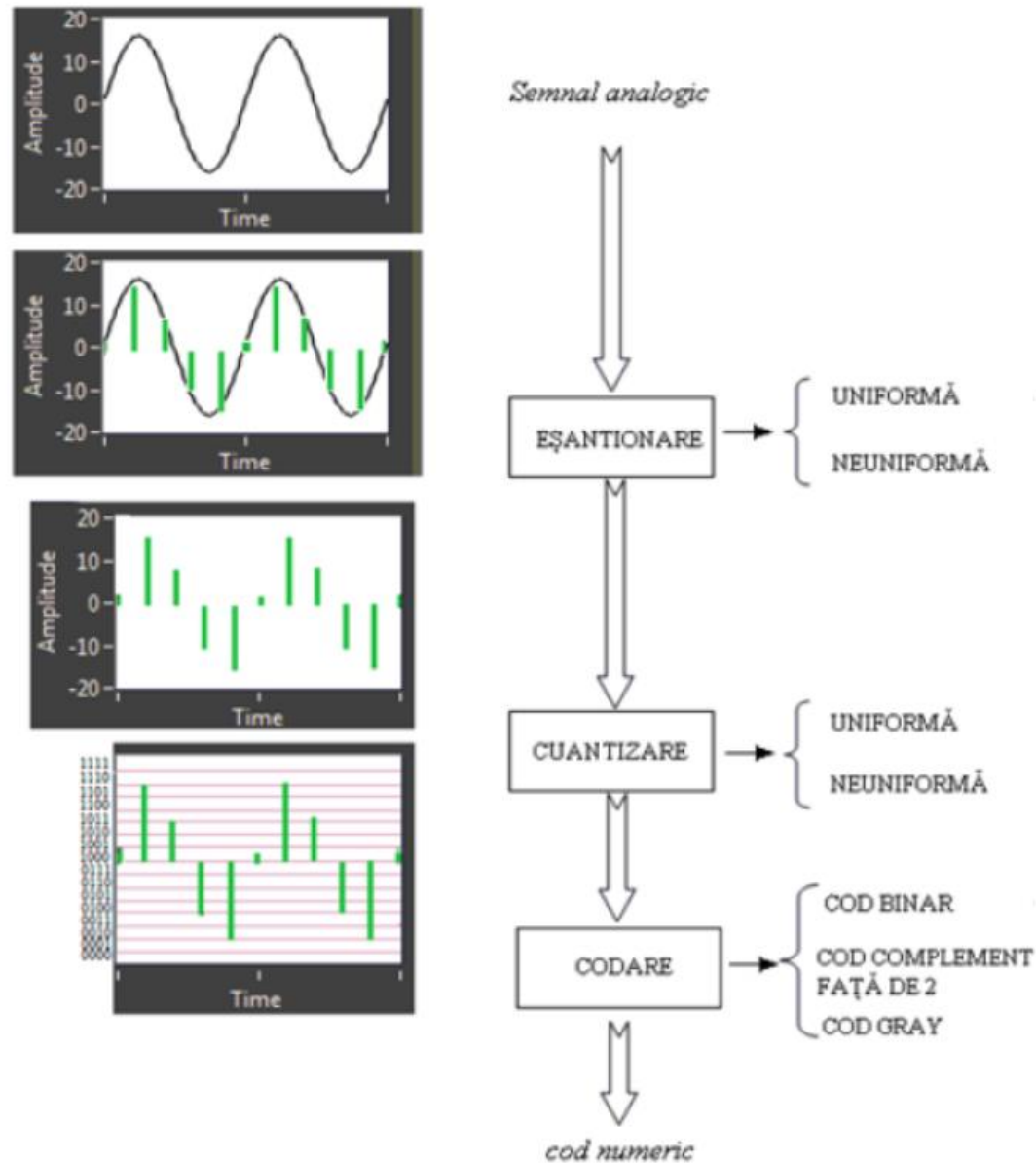
- *eșantionarea semnalului* (prelevarea unei valori la un moment dat din acesta) – discretizare în timp;
- *Cuantizarea* sau cuantificarea mărimii eșantionului prin compararea cu o cuantă q și stabilirea numărului de cuante întregi care este cuprins în acel eșantion (cuantizare sau discretizare în valori, rezultând un număr finit de cuante întregi),
- *Codarea* – atribuirea unui cod binar reprezentat pe un număr dat de biți ce reprezintă valoarea aproximată a mărimii eșantionului prelevat din semnalul analogic.

Obs.: - Pentru cuantizare se utilizează o mărime cunoscută, numită mărime de referință (de regulă o tensiune electrică foarte precisă)

- Pentru o transformare ușoară în binar a unei valori reale, circuitele electronice care fac acea conversie atribuie un cod binar întreg echivalent numărului de cuante întregi cuprinse în eșantion, iar apoi se realizează prin calcul (software) scalarea cu valoarea cuantei și obținerea valorii reale a eșantionului respectiv.

Circuite pentru interfațarea dintre domeniul analogic și cel digital

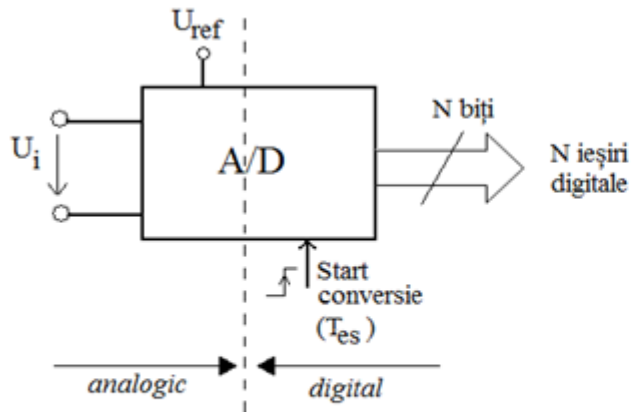
Etapele conversiei analog-numerice a unui semnal - reprezentare grafică:



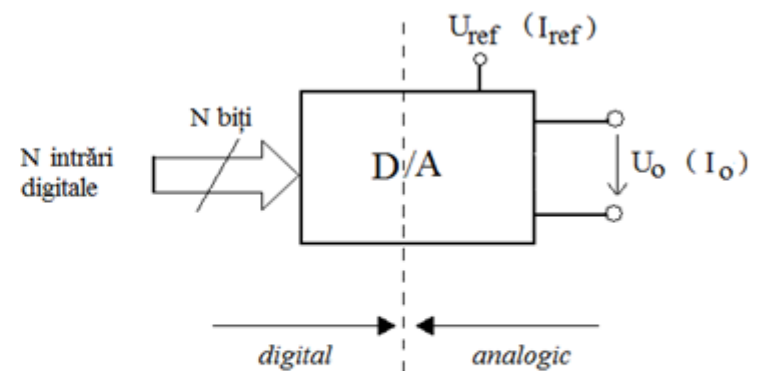
Convertoare analog-numerice (CAN)

Conversia eşantioanelor prelevate din semnalele analogice (care au o infinitate de valori într-un domeniu de variație dat) în coduri numerice corespunzătoare se realizează de către circuite electronice numite *convertoare analog numerice* (CAN) sau *convertoare analog digitale* (CAD) sau *convertoare A/N* sau *convertoare A/D*. În limba engleză, aceste circuite se numesc circuite *ADC* (*Analog-to-Digital Converter*).

Pentru generarea semnalelor analogice în instrumentația virtuală, codurile numerice corespunzătoare eşantioanelor semnalului trebuie transformate în valori de tensiune sau curent corespunzătoare, cu mărimea proporțională cu mărimea codului numeric. Această corespondență (conversie sau transformare) este realizată de circuite electronice denumite *convertoare numeric-analogice* (CNA) sau *convertoare digital-analogice* (CDA) sau *convertoare N/A* sau *convertoare D/A*. În limba engleză, aceste circuite se numesc circuite *DAC* (*Digital-to-Analog Converter*).



a) Convertor analog-numeric



b) Convertor numeric-analogic

Parametrii principali ai convertoarelor analog-digitale sunt următorii:

- **rezoluția (n)** – reprezintă numărul de biți pe care se face reprezentarea conversiei. Rezoluția mai poate fi interpretată și ca numărul de intervale în care este împărțit domeniul de intrare (2^n intervale), sau ca valoarea unui LSB (Low Significant Bit – bitul cel mai puțin semnificativ).

- **Domeniul de intrare:** $[U_{i\min} - U_{i\max}]$. Dacă $U_{i\min}=0$, domeniul este unipolar; dacă $U_{i\min} = -U_{i\max}$ domeniul de intrare este bipolar (două polarități ale tensiunii față de masă)

- **FS** (Full scale) – este egal cu U_{ref} . $U_{i\max}(\text{cod}) = FS - 1\text{LSB}$

- **1LSB** – reprezintă nivelul minim al tensiunii de la intrare care produce modificarea bitului cel mai puțin semnificativ la ieșire:

$$1\text{LSB} = \frac{U_{i\max} - U_{i\min}}{2^n}$$

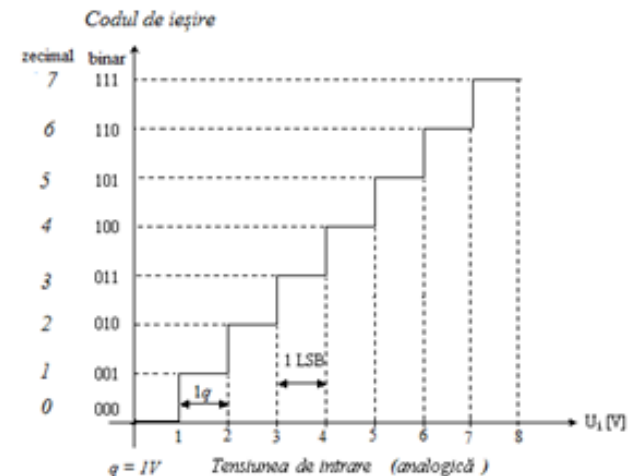
Pentru domeniu unipolar, $U_{i\min} = 0 \Rightarrow$ cuanta: $\delta = \frac{U_{i\max}}{2^n}$

$$N = \frac{2^n}{U_r} \cdot u_i$$

$$K = 2^n$$

$$N = \frac{K}{U_r} \cdot u_i = K' \cdot u_i$$

unde U_r este tensiunea de referință (ea stabilește valoarea maximă a tensiunii la intrare), iar K este o constantă ce depinde de numărul maxim posibil reprezentat la ieșirea convertorului (2^n).



- **durata conversiei, T_c** - reprezintă timpul necesar realizării conversiei semnalului analogic de la intrare într-un cod binar echivalent, generat la ieșirea convertorului. În funcție de principiul de funcționare al convertorului și de numărul de biți de la ieșire, aceasta durată diferă de la un convertor la altul.
- **Frecvența maximă, F_c** , cu care se pot converti esanțioanele de la intrare

Convertoare numeric-analogice (CNA)

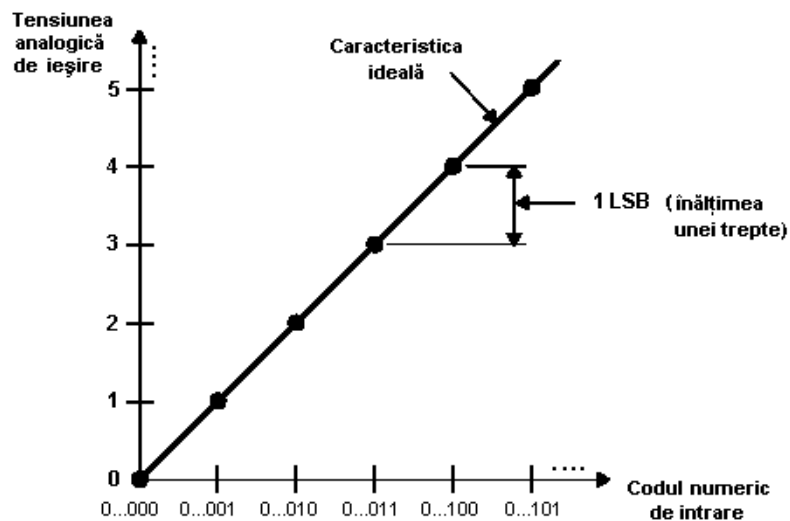
Convertoarele numeric-analogice CNA (sau *DAC – Digital-to-Analog Convertor*) primesc la intrare semnal numeric exprimat printr-o secvență de variabile binare și generează la ieșire un semnal analogic în funcție de valoarea numerică a semnalului de intrare și în concordanță cu codul utilizat. Ele realizează funcția inversă a CAN.

În general, funcția de transfer a unui CNA este dată de relația: $A = P \cdot D$

unde A este mărimea analogică de ieșire, P este mărime de referință (curent sau tensiune), iar D este mărimea de intrare numerică și reprezintă valoarea numerică a secvenței de variabile binare de intrare:

$$D = \sum_{k=1}^N b_k \cdot 2^{-k} = \frac{b_1}{2} + \frac{b_2}{2^2} + \dots + \frac{b_n}{2^n}$$

Bitul b_1 este bitul de semnificație maximă (*MSB – Most Significant Bit*), iar b_n este bitul de semnificație minimă (*LSB – Least Significant Bit*).



Exemplu: Conversia analog numerică cu un convertor ADC **unipolar cu parametrii:**

- rezoluția $n = 10\text{biți} \Rightarrow$ avem un nr de 1024 coduri binare reprezentate pe 10 biți \Rightarrow 1024 valori distincte ale tensiunii de la intrare.
- $U_{ref} = 5\text{ Volți} \Rightarrow U_{imax} = 5V \Rightarrow$ domeniul de variație a tensiunii la intrare unipolar între $[0, 5V]$

<i>Ui</i>	<i>Cod binar</i>	<i>Număr zecimal</i>	
Ui min =0V	0000000000	0	} 2^{10} valori
Ui max =5V	1111111111	1023 $(2^{10} - 1)$	
Uix	xxxxxxxxxx	Nx	

$$\Rightarrow N_x = \frac{U_{ix} \cdot (2^{10} - 1)}{U_{imax}} = \frac{1023}{U_{ref}} \cdot U_{ix} \Rightarrow N_x = k_1 \cdot U_{ix}$$

și

$$\Rightarrow U_{ix} = \frac{N_x \cdot U_{imax}}{2^{10} - 1} = \frac{U_{ref}}{1023} \cdot N_x \Rightarrow U_{ix} = k_2 \cdot N_x$$

Exemplu: Conversia analog numerică cu un convertor ADC **bipolar cu parametrii:**

- rezoluția $n = 10\text{biți} \Rightarrow$ avem un nr de 1024 coduri binare reprezentate pe 10 biți \Rightarrow 1024 valori distincte ale tensiunii de la intrare.
- $U_{ref} = 5\text{ Volți (FS)} \Rightarrow U_{imax} = 5V \Rightarrow$ domeniul de variație a tensiunii la intrare bipolar între $[-5V, 5V]$

U_i	<i>Cod binar</i>	<i>Număr zecimal</i>	
$U_{i\ min} = -5V$	0000000000	0	} $2^9 = 512$ valori
$U_i = 0V$	1000000000	512 ($2^{10-1} = 2^9$)	
$U_{i\ max} = 5V$	1111111111	1023 ($2^{10} - 1$)	} $2^9 = 512$ valori
U_{ix}	xxxxxxxxxx	N_x	

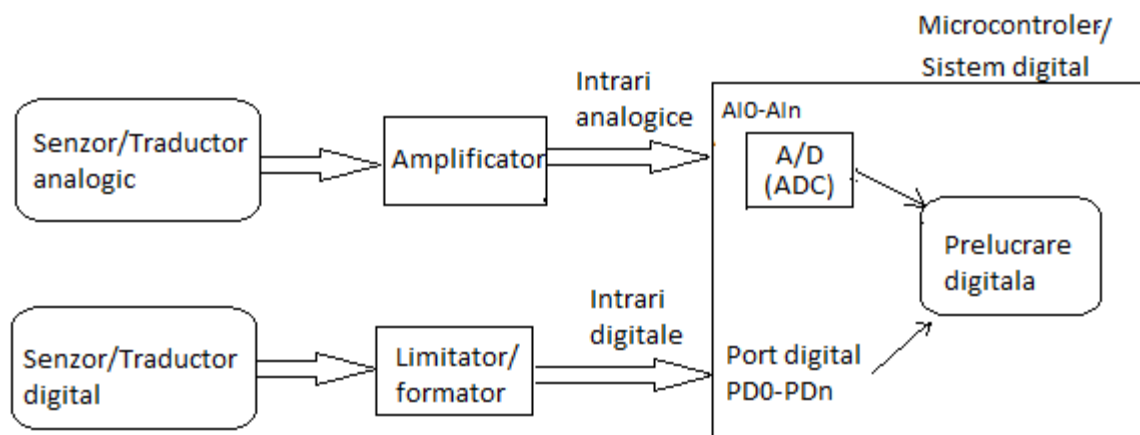
$$\Rightarrow N_x = \frac{U_{ix} \cdot (2^9 - 1)}{U_{imax}} + 512 = \frac{511}{U_{ref}} \cdot U_{ix} + 512 \Rightarrow N_x = k_1 \cdot U_{ix} + 512$$

și

$$\Rightarrow U_{ix} = \frac{N_x \cdot U_{imax}}{2^9 - 1} - U_{ref} = \frac{U_{ref}}{512} \cdot N_x - U_{ref} \Rightarrow U_{ix} = k_2 \cdot N_x - U_{ref}$$

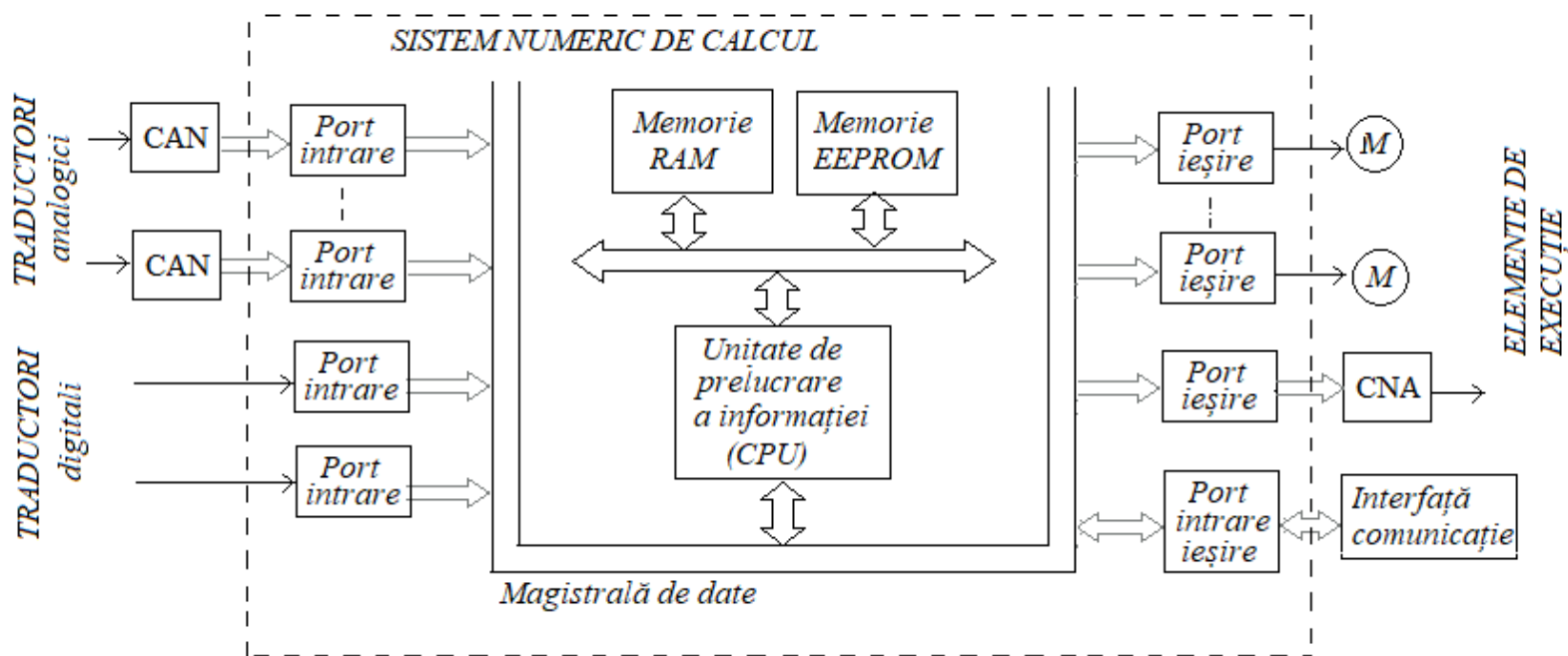
Preluarea informațiilor de la traductoare analogice și digitale.

- *Semnalele digitale* se aplică pe porturile de intrare digitale ale microcontrolerului. În anumite situații, când nivelul de tensiune nu este cel corespunzător nivelelor logice acceptate, se poate face o limitare a tensiunii și eventual o reformare a impulsului digital dreptunghiular.
- *Semnalele analogice* nu se pot aplica pe intrările digitale ale microcontrolerului. Dacă microcontrolerul are intrări analogice și convertor analog-numeric intern, se aplică pe acestea. Dacă nu are, se va utiliza un convertor A/D extern, iar ieșirile digitale ale convertorului se vor conecta la intrările digitale ale microcontrolerului/sistemului digital.



Sisteme numerice de calcul pentru controlul proceselor și sistemelor – schemă bloc

Pentru aplicații de măsurare, monitorizare și control realizate cu sisteme numerice de calcul, la structura generală a unui calculator se adaugă interfețe multiple de intrare pentru preluarea semnalelor de la traductoare, respectiv interfețe de ieșire pentru generarea comenzilor necesare controlării procesului sau a acțiunilor necesare:



Obs. : În funcție de aplicații, cum ar fi de exemplu unitățile de control electronic de pe automobile – ECU sau “calculatoarele” care controlează funcții specifice, unele elemente pot să lipsească (tastatură, monitor), adăugându-se interfețe de comunicație, pentru interconectarea acestora.