Cursul 1 Bazele electrotehnicii & Electrotehnică

CAPITOLUL 1
NOȚIUNI INTRODUCTIVE

Disciplina de ***Bazele Electrotehnicii*** are ca obiect studiul fenomenelor electrice și magnetice (a electromagnetismului) din punct de vedere al aplicațiilor tehnice.

Cunoștințele despre fenomenele electrice și magnetice s-au dezvoltat mult mai târziu decât cele despre fenomenele mecanice, termice, optice sau acustice, deoarece omul nu este înzestrat cu simțuri care să sesizeze manifestările câmpului electromagnetic în mod direct.

Din această cauză studiul acestor fenomene are la bază cunoașterea ***acțiunilor ponderomotoare*** *(a forțelor și momentelor)* la care sunt supuse corpurile în regiunile din spațiu unde există stări electrice sau magnetice.

Conform teoriei macroscopice a electromagnetismului (Faraday, M., Maxwell, J.C., Hertz, H.) studiul fenomenelor din electrotehnică face abstracție de structura microscopică specifică a sistemelor fizice studiate, presupunând corpurile medii continue. Astfel se urmărește evoluția lor în timp din punct de vedere al fenomenelor ce se produc, acordând acestora rolul decisiv în stabilirea legilor și introducerea principalelor mărimi fizice proprii teoriei.

Fenomenele electromagnetice se pot desfășura, în general, în mai multe regimuri:

- *regimul static*, caracterizat prin faptul că mărimile nu variază în timp și nu se produc transformări energetice $(\overline{J} = 0)$. Fenomenele electrice și magnetice se produc independent, iar cele două câmpuri (electric și magnetic) se pot studia separat.

- *regimul staționar*, caracterizat prin faptul că mărimile nu variază în timp, dar, spre deosebire de regimul static, interacțiunile câmpului cu substanța sunt însoțite de transformări energetice $(\overline{J} \neq 0)$;

- *regimul cvasistaționar*, caracterizat printr-o variație în timp a mărimilor suficient de lentă, astfel încât se poate neglija fenomenul de radiație a undelor electromagnetice (câmpul produs de variația în timp a fluxului electric);

- *regimul nestaționar sau variabil*, caracterizat prin variația în timp a mărimilor însoțită de transformări energetice.

Stările și fenomenele fizice se caracterizează cu ajutorul *mărimilor fizice*. Acestea reprezintă o clasă specială a proprietăților fizice care sunt susceptibile de determinări cantitative. Ele pot fi mărimi matematice: *scalare, vectoriale sau tensoriale.*

....

EXEMPLIFICARE

1. Mărimi fizice

Un concept important în cadrul unei teorii referitoare la fenomenele fizice este cel de *mărime fizică*. Mărimile folosite în studiul fenomenelor fizice, corespund unor proprietăți fizice susceptibile de a fi caracterizate cantitativ, respectiv de a fi măsurate.

Mărimile fizice pot fi clasificate după cum urmează:

- mărimi scalare → caracterizate prin valoarea lor numerică;

Ex.: lungimea, aria, volumul, masa, temperatura unui corp, sarcina electrică, intensitatea curentului electric, tensiunea electrică/magnetică, fluxul electric/magnetic, densitatea de sarcină etc.

q

- mărimi vectoriale → caracterizate prin: - valoare numerică (modul)
- orientare în spaţiu: - direcţie
- sens

Ex: forţa care acţionează asupra unui corp, viteza, polarizaţia, magnetizaţia, intensitatea câmpului electric/magnetic, inducţia electrică/magnetică.

$\overline{B}$, $\overline{dl}$, $\overline{dA}$

- mărimi tensoriale → reprezentate printr-o matrice pătratică de ordinul trei, în care se ţine cont de modificările acestora în concordanţă cu sistemul de coordonate.

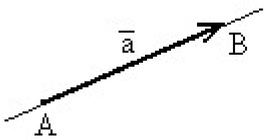
Ex: susceptivitatea electrică, susceptivitatea magnetică, conductivitatea electrică.

$$\overline{\overline{\chi_e}} = \begin{pmatrix} \chi_{exx} & \chi_{exy} & \chi_{exz} \\ \chi_{eyx} & \chi_{eyy} & \chi_{eyz} \\ \chi_{ezx} & \chi_{ezy} & \chi_{ezz} \end{pmatrix}$$

2. Noţiuni de calcul vectorial

Se dă un vector $\overline{a}$, de modul $|\overline{a}| \equiv$ a.

Grafic, vectorul se reprezintă printr-un segment orientat, de lungime proporţională cu valoarea numerică a vectorului, aşezat pe dreapta care indică direcţia în spaţiu a vectorului respectiv şi având sensul acestuia.



A – originea
B – extremitatea vectorului ā.

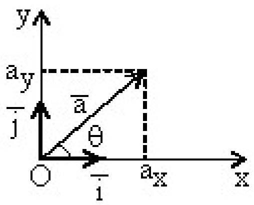
Se numeşte ***vector unitate*** vectorul de modul unu, iar ***vector nul*** cel de modul zero.

Un vector unitate $\overline{a_0}$, care are aceeaşi direcţie şi acelaşi sens cu un vector $\overline{a}$, se numeşte versorul lui $\overline{a}$.

2.1 Descompunerea unui vector după două axe perpendiculare

Se consideră sistemul xOy şi $\overline{i}$ şi $\overline{j}$ respectiv versorii axelor Ox şi Oy. Dacă a_x şi a_y sunt componentele vectorului după cele două axe atunci:

$$\overline{a} = a_x \overline{i} + a_y \overline{j}$$



Dacă se cunoaşte modulul vectorului, a, şi unghiul făcut de direcţia acestuia cu axa Ox, θ, atunci componentele vectorului $\bar{a}$ după cele două axe se pot exprima:

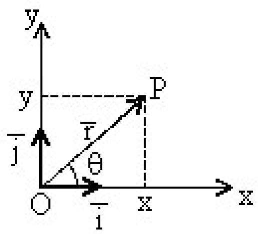
$a_x = a \cos\theta$, $a_y = a \sin\theta$

În cazul în care se cunoaşte valoarea componentelor după axele Ox şi Oy atunci se poate determina modulul vectorului $\bar{a}$, cu expresia:

$$a = \sqrt{a_x^2 + b_y^2}$$

iar orientrea prin unghiul $\theta = arctg\dfrac{a_y}{a_x}$.

Dacă se consideră un punct P în spaţiu, atunci segmentul orientat $\overline{OP}$ se numeşte vectorul de poziţie al punctului P şi se notează cu $\bar{r}$.



$\bar{r} = x\bar{i} + y\bar{j}$

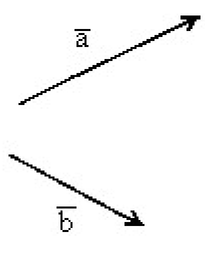
$x = r\cos\theta$

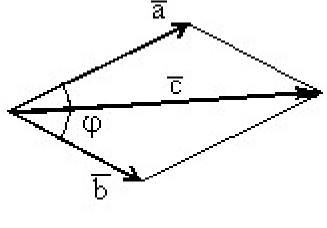
$y = r\sin\theta$

2.2 Operaţii cu vectori

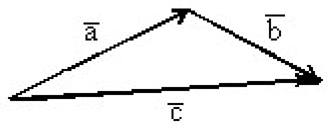
a). **Suma a doi vectori** $\bar{a}$ şi $\bar{b}$ sau **rezultanta lor,** $\bar{c}$, este un vector dat de diagonala principală a paralelogramului construit cu cei doi vectori ca laturi:

$\bar{c} = \bar{a} + \bar{b}$, $\quad c = \left|\bar{c}\right| = \sqrt{a^2 + b^2 + 2ab\cos\varphi}$ (din teorema lui Pitagora generalizată)





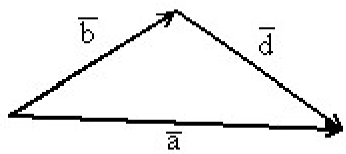
Cu metoda de compunere a poligonului (a triunghiului in cazul a doi vectori) se obţine:



Observație: Pentru a obține rezultanta, cu această metodă, se plasează în extremitatea vectorului $\bar{a}$ originea vectorului $\bar{b}$ și se unește originea primului vector cu extremitatea ultimului.

b). **Diferența dintre doi vectori** $\bar{a}$ și $\bar{b}$ este un vector $\bar{\mathrm{d}}$ care adunat cu scăzătorul $\bar{b}$ dă vectorul descăzut $\bar{a}$, adică:

$\bar{a}-\bar{b}=\bar{d} \;\Rightarrow\; \bar{a}=\bar{b}+\bar{d}$



c). **Produsul dintre un vector** $\bar{a}$ **și un scalar** λ este, prin definiție, vectorul $\overline{\lambda a}$ care are modulul λ | ā| = λa, aceeași direcție cu ā și este dirijat în același sens cu ā dacă λ > 0 și în sens contrar dacă λ < 0.

d). **Produsul scalar a doi vectori** $\bar{a}$ **și** $\bar{b}$ notat $\bar{a}\cdot\bar{b}$, este un scalar egal, prin definiție, cu produsul dintre modulele lui $\bar{\mathrm{a}}$ și $\bar{\mathrm{b}}$ și cosinusul unghiului dintre ei.

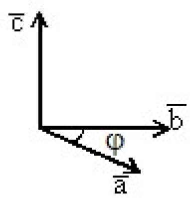
$\bar{a}\cdot\bar{b} = a\cdot b\cdot \cos\varphi$

$$\Rightarrow\; \cos\varphi = \frac{\bar{a}\cdot\bar{b}}{a\cdot b}$$

e). **Produsul vectorial a doi vectori** , $\bar{a}\times\bar{b}$, este prin definiție, un vector:

- de modul $ab\sin\varphi$
- perpendicular pe planul format de vectorii $\bar{\mathrm{a}}$ și $\bar{\mathrm{b}}$
- având sensul identic cu sensul de înaintare al unui burghiu rotit astfel încât vectorul $\bar{\mathrm{a}}$ să se suprapună peste vectorul $\bar{\mathrm{b}}$ printr-o rotație de unghi minim, adică $\varphi < \pi$.

Dacă $\bar{c}=\bar{a}\times\bar{b}$, $c = a\cdot b\cdot \sin\varphi$



Dacă $\bar{i}, \bar{j}, \bar{k}$ este o bază ortonormată și dacă:

$$\bar{a} = a_x \bar{i} + a_y \bar{j} + a_z \bar{k}$$

$$\bar{b} = b_x \bar{i} + b_y \bar{j} + b_z \bar{k}$$

atunci $\bar{a} \times \bar{b} = \begin{vmatrix} \bar{i} & \bar{j} & \bar{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix} = (a_y b_z - a_z b_y)\bar{i} - (a_x b_z - a_z b_x)\bar{j} + (a_x b_y - a_y b_x)\bar{k}$

Observație:

Mărimea produsului vectorial $\bar{a} \times \bar{b}$ reprezintă aria paralelogramului construit pe cei doi vectori ca laturi.

....

După modul cum sunt introduse în studiu, mărimile fizice pot fi clasificate în mărimi primitive și mărimi derivate.

Mărimile primitive sunt cele care se introduc în urma unui proces inductiv, pornind de la experiment. Mărimile derivate sunt cele care se introduc prin definiție, pe baza unui proces deductiv, pornind de la alte mărimi specifice ale domeniului, respectiv de la fenomene presupuse cunoscute.

În teoria macroscopică a electromagnetismului există șase mărimi primitive ce caracterizează ***starea electrică și magnetică a corpurilor*** sau ***starea câmpului electromagnetic în vid*** și o serie de mărimi derivate, după cum se vor studia.

1.1 Stările electromagnetice ale corpurilor. Câmpul electromagnetic în vid și corp

1.1.1 Stările de electrizare. Câmpul electric în vid și corp

a). Starea de încărcare electrică. Repartiții de sarcină electrică

Experimentul arată că anumite corpuri *(vergea de sticlă /bară de rășină)* prin frecare *(cu o bucată de mătase/o bucată de stofă de lână)* capătă o proprietate nouă caracterizată prin acțiuni ponderomotoare exercitate atât între ele, cât și asupra altor corpuri aflate în vecinătatea lor (bucățele de hârtie).

În această situație corpurile s-au electrizat și se găsesc într-o stare de electrizare prin încărcare electrică.

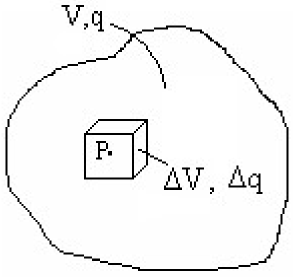
Electrizarea prin încărcare electrică a unui sistem de corpuri se poate face prin contact (temporar sau permanent) cu corpuri electrizate, prin influență, prin deformarea mecanică a unor cristale, prin acțiuni chimice, prin iradiere etc.

Starea de electrizare prin încărcare electrică *este* ***caracterizată global,*** *prin mărimea primitivă scalară* ***q****, numită* ***sarcină*** **electrică.** Sarcina electrică poate fi pozitivă sau negativă și, fiind o mărime extensivă, se poate aduna algebric.

Sarcina electrică negativă elementară aparține electronului, având valoarea: $q = -1{,}602 \cdot 10^{-19} C$. Protonul din nucleu conține sarcina electrică pozitivă elementară, egală ca valoare cu sarcina electronului. Unitatea de măsură pentru sarcina electrică este Coulombul [C].

Pentru a ***caracteriza local***, într-un punct, starea de încărcare electrică a unui corp s-au introdus densitățile de sarcină, mărimi derivate scalare.

Experimentul arată că sunt corpuri care se încarcă electric în întreg volumul lor și, în acest caz, pentru a caracteriza local (într-un punct) starea de încărcare, s-a introdus o *mărime derivată scalară* numită *densitate de volum* (volumetrică) a sarcinii electrice.



$$\rho_v \stackrel{d}{=} \lim_{\Delta V\to 0}\frac{\Delta q}{\Delta V}$$

Δq - sarcina elementară

ΔV - elementul de volum

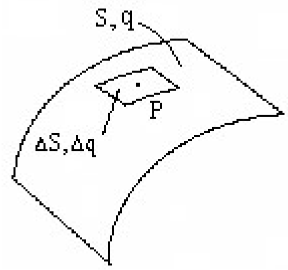
$$dq = \rho_V dV \Rightarrow q = \int_V \rho_V dV$$

$$\langle \rho_V \rangle_{SI} = C/m^3$$

Figura 1.1 Repartiția volumetrică a sarcinii electrice

Această distribuție a sarcinii se întâlnește în cazul dielectricilor.

Tot experimentul arată că există corpuri care se încarcă la suprafață. Se introduce astfel o nouă *mărime derivată scalară* numită *densitatea de suprafață (superficială)* a sarcinii electrice.



$$\rho_s \stackrel{d}{=} \lim_{\Delta S\to 0}\frac{\Delta q}{\Delta S}$$

Δq - sarcina elementară

ΔS - elementul de suprafață

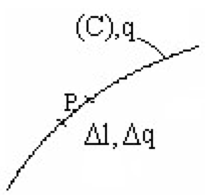
$$dq = \rho_S dS \Rightarrow q = \int_S \rho_S dS$$

Figura 1.2 Repartiția superficială a sarcinii electrice

$$\langle \rho_S \rangle_{SI} = C/m^2$$

Această distribuție a sarcinii poate fi pe suprafața unui conductor sau a unui dielectric.

În unele situații, sarcinile electrice sunt distribuite foarte neuniform și pot fi concentrate în jurul unor linii. Se definește aici *densitatea de linie (lineică)* a sarcinii electrice, tot o *mărime derivată scalară*.



$$\rho_l \stackrel{d}{=} \lim_{\Delta l\to 0}\frac{\Delta q}{\Delta l}$$

Δq - sarcina elementară

Δl - elementul de linie

$$dq = \rho_l dl \Rightarrow q = \int_C \rho_l dl$$

Figura 1.3 Repartiția lineică a sarcinii electrice

$$\langle \rho_l \rangle_{SI} = C/m$$

Această distribuție a sarcinii poate fi pe conductoare filiforme.

b). Câmpul electric în vid și corpuri

Câmpul electric reprezintă spațiul din jurul corpurilor încărcate electric în care acestea își manifestă acțiunea.

Câmpul electric în vid este caracterizat local, într-un punct, prin mărimea primitivă vectorială $\overline{E_V}[V/m]$ numită ***intensitatea câmpului electric în vid***.

Dacă $\overline{F}$ este forța ce se exercită asupra unui corp punctiform încărcat cu sarcina electrică *q*, plasat în câmp electric, la limită se poate scrie:

$$\overline{E_V} = \lim_{q\to 0}\frac{\overline{F}}{q}, \quad \langle E_V \rangle_{SI} = N/C = V/m$$

Observație: Vidul nu reprezintă decât o stare de extremă rarefiere a substanței (Hertz).

Reprezentarea câmpului electric se face cu ajutorul liniilor de câmp electric (locul geometric al tuturor punctelor pentru care vectorul intensitate a câmpului electric este tangent).

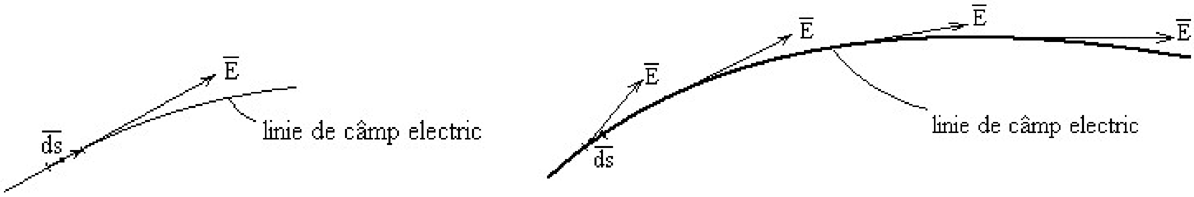


Figura 1.4 Linii de câmp electric; $\overline{E}$ - intensitatea câmpului electric; $\overline{ds}$ - elementul de linie orientat

Dacă sarcina care produce câmpul este pozitivă, vectorul intensității câmpului electric este dirijat de la sarcină în exterior, iar dacă sarcina este negativă este dirijat din exterior către sarcină și este orientat radial.

Fig. 1.5 Linii de câmp electric din spectrul liniilor de câmp generate de corpuri încărcate cu sarcină electrică

Câmpul electric generat de două corpuri punctiforme este neomogen. $\overline{E_v} = \overline{E_v}(r)$, adică are în fiecare punct are o altă valoare.

Un câmp electric omogen ($\overline{E} = ct.$) poate să apară între două plăci metalice paralele de dimensiuni *a* și *b*, încărcate cu sarcini având distribuția ρ_s și respectiv $-\rho_s$, situate la o distanță *d* mult mai mică decât cea mai mică dimensiune a lor (condensator plan).
A este aria plăcilor, $A = a \times b, \quad d < min(a,b)$.

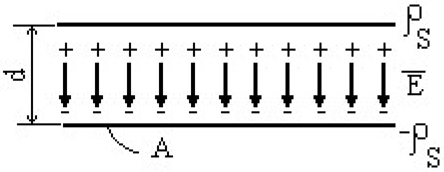


Fig. 1.6 Reprezentare câmp electric omogen

Pentru caracterizarea locală a câmpului electric în corpuri sunt necesare două mărimi derivate vectoriale: ***intensitatea câmpului electric***, $\overline{E}[V/m]$ și ***inducția electrică***, $\overline{D}[C/m^2]$.

c). Forța lui Coulomb. Forța electrică

Coulomb a determinat forțele ce se exercită între două corpuri practic punctiforme (distanțele dintre ele fiind mult mai mari în comparație cu dimensiunile lor liniare), încărcate cu sarcini electrice, corpurile fiind imobile și situate în vid.

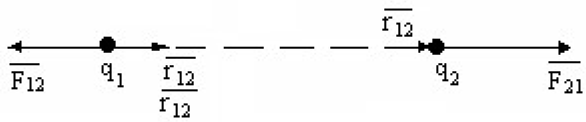


Figura 1.7 Forțele ce se exercită între două corpuri punctiforme încărcate cu sarcină pozitivă

Enunț: Forța $\overline{F}_{21}$ exercitată în vid de un mic corp încărcat cu sarcina electrică q_1 asupra unui mic corp încărcat cu q_2 este direct proporțională cu produsul sarcinilor și invers proporțională cu pătratul distanței dintre ele, având direcția dreptei ce le unește.

$$\overline{F}_{21} = \Delta_0 \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r_{12}^2} \cdot \overline{u}_{12} = -\overline{F}_{12}$$

$\overline{u}_{12} = \frac{\overline{r}_{12}}{r_{12}}$ este versorul direcției dirijat de la primul la al doilea corp;

$\Delta_0 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9 \cdot 10^9$, constanta universală electrică a vidului;

$\varepsilon_0 = \frac{1}{4\pi \cdot 9 \cdot 10^9} = 8{,}85 \cdot 10^{-12} \frac{F}{m}$, permitivitatea electrică a vidului.

Observație: Direcția forțelor este dată de dreapta ce unește cele două corpuri iar sensul forțelor depinde de semnul sarcinilor (sarcinile de același semn se resping, iar cele de semn contrar se atrag).

Forța electrică este forța exercitată asupra unui mic corp încărcat cu sarcină electrică și plasat într-un câmp electric.

$\overline{F} = q \cdot \overline{E}$

Pentru $q \geq 0 \Rightarrow \overline{F} \uparrow\uparrow \overline{E}$, forța este homoparalelă cu intensitatea câmpului electric (paralelă și de același sens).

Pentru $q \leq 0 \Rightarrow \overline{F} \uparrow\downarrow \overline{E}$, forța este antiparalelă cu intensitatea câmpului electric (paralelă și de sens opus).

Observație: Câmpurile electrostatice asociate repartițiilor de sarcini electrice invariabile în timp sunt câmpuri electrice coulombiene care se calculează cu formula lui Coulomb.

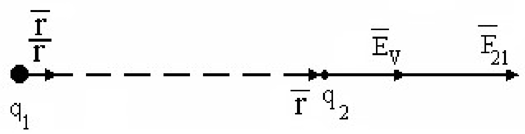


Figura 1.8

Se consideră o sarcină punctiformă q_1 care creează un câmp electric. Dacă se introduce un corp de probă de sarcină q_2 la distanța *r*, asupra sa va exercita o forță dată de formula lui Coulomb:

$$\overline{F}_{21} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2} \cdot \frac{\overline{r}}{r}$$

dar $\overline{E_V} = \dfrac{\overline{F}_{21}}{q_2}$.

Rezultă că $\overline{E}_V = \dfrac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \cdot \overline{u}_r$

$\overline{E}_V$ - vectorul câmp electric în vid generat de un corp punctiform încărcat cu sarcină electrică într-un punct situat la distanța *r* de acesta.

d). Starea de polarizare electrică

Experimentul arată că există corpuri care deși au sarcină electrică nulă:

- atunci când sunt introduse într-un câmp electric, asupra lor se exercită acțiuni ponderomotoare;
- generează în jurul lor câmp electric.

Aceste corpuri se găsesc în **stare de electrizare prin polarizare electrică**.

Starea de polarizare electrică se caracterizează global printr-o mărime primitivă vectorială, $\overline{p}$, numită ***moment electric***.

$\langle p \rangle_{SI} = C \cdot m$

Corpurile se pot polariza atunci când sunt introduse într-un câmp electric sau datorită altor cauze cum ar fi:

- deformarea mecanică (în cazul unor cristale). Astfel rezultă o *polarizare piezoelectrică*.
- încălzirea (pentru anumite materiale ca: rășini, ceară până la topire sau numai până la înmuiere într-un câmp electric foarte intens, urmată de răcirea lentă în prezența acestui câmp). Astfel se obține o *polarizare piroelectrică*, iar materialele astfel polarizate se numesc electreți.
- natura materialelor (de ex. materialele feroelectrice după ce au fost polarizate temporar neliniar sub acțiunea unui câmp electric exterior, rămân polarizate în oarecare măsură și după anularea acestui câmp). Aceasta se numește *polarizare remanentă*.

Corpurile a căror stare de polarizare există numai atâta timp cât există câmp electric se numesc corpuri cu polarizare temporară (corpuri diaelectrice) şi sunt caracterizate de momentul electric temporar $\overline{p_t}[Cm]$.

Corpurile a căror stare de polarizare este independentă de existenţa câmpului electric se numesc corpuri cu polarizare permanentă (electreţii) şi sunt caracterizate de momentul electric permanent $\overline{p_p}[Cm]$.

În general un corp polarizat are momentul electric:

$$\overline{p} = \overline{p_t} + \overline{p_p}$$

Experimental se constată că asupra unui mic corp polarizat electric introdus în câmp electric se exercită acţiuni ponderomotoare (forţa electrică şi cuplul electric):

$$\overline{F_e} = grad\left(\overline{p} \cdot \overset{\downarrow}{\overline{E_V}}\right), \ \overline{C_e} = \overline{p} \times \overline{E_V}$$

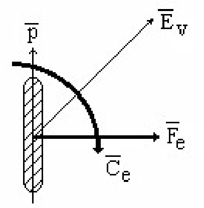


Fig. 1.9 Dipol în câmp electric

Corpurile polarizate în volum sunt caracterizate local, într-un punct, prin mărimea derivată vectorială $\overline{P}$, numită ***polarizaţie electrică***.

$$\langle P \rangle_{SI} = C/m^2$$

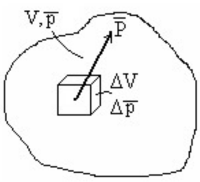


Fig. 1.10 Polarizaţia electrică

$$\overline{P} \overset{d}{=} \lim_{\Delta V \to 0} \frac{\Delta \overline{p}}{\Delta V}$$

$$\langle P \rangle_{SI} = C/m^2$$

Asemănător momentului electric, $\overline{P} = \overline{P_t} + \overline{P_p}$

unde: $\overline{P_t}$ polarizaţia temporară şi $\overline{P_p}$ este polarizaţia permanentă.

Există situaţii când momentele electrice sunt repartizate la suprafaţa corpurilor (strat de dubleţi). Această suprafaţă pe care se găsesc repartizaţi dubleţi se numeşte foiţă electrică.

Caracterizarea locală a stării de polarizare electrică pentru foiţa electrică este dată de mărimea vectorială $\overline{P_S}$ numită *puterea foiţei electrice.*

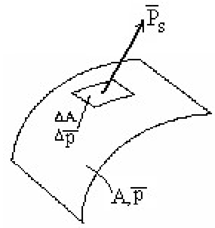


Fig. 1.11 Puterea foiţei electrice

$$\overline{P_S} \overset{d}{=} \lim_{\Delta A \to 0} \frac{\Delta \overline{p}}{\Delta A}$$

$$\langle P_S \rangle_{SI} = C/m$$