

Seminarul 6 Electrotehnică, C2

Aplicații - Circuite el. de c.a.

Breviar teoretic

1. Mărimi sinusoidale

Forma normală “în sinus” a unei mărimi sinusoidale:

$$x = X\sqrt{2} \sin(\omega t + \gamma_x)$$

X - valoare efectivă

$\omega t + \gamma_x$ - faza mărimii sinusoidale (argumentul sinusului)

ω - pulsația; t - timpul;

γ_x - faza inițială

Observație. O mărime sinusoidală este complet determinată dacă i se cunosc:

- valoarea efectivă X ;
- pulsația ω ;
- faza inițială γ_x .

Pentru simplificarea calculului, în rezolvarea problemelor, se adoptă **reprezentarea în complex simplificată**:

$$x = X\sqrt{2} \sin(\omega t + \gamma_x) \leftrightarrow \underline{X} = X \cdot e^{j\gamma_x}$$

\underline{X} - se numește valoarea efectivă complexă

Observație: Reprezentarea în complex simplificată este valabilă numai pentru mărimile sinusoidale care au aceeași pulsație.

$$C\{x(t)\} = \underline{X}$$

$$\underline{X} = X \cdot e^{j\gamma_x} = X(\cos \gamma_x + j \sin \gamma_x) = \text{Re} + j \text{Im}$$

2. Revenirea din complex în instantaneu, din reprezentarea simbolică în domeniul timp, se face cu relația:

$$x = \text{Im}\{\underline{X}\sqrt{2}e^{j\omega t}\} = X\sqrt{2} \sin(\omega t + \gamma_x)$$

Observație: Dacă $\underline{X} = \text{Re} + j \text{Im} \Rightarrow X = \sqrt{\text{Re}^2 + \text{Im}^2}$ și $\gamma_x = \arctg \frac{\text{Im}}{\text{Re}}$, $x = X\sqrt{2} \sin(\omega t + \gamma_x)$

3. Reactanțe

$$X_L = \omega L$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C}$$

Ex. Calculați reactanțele pentru următoarele elemente reactive, la frecvența industrială.

$$L = \frac{0,05}{\pi} \text{H}, \quad C = \frac{2000}{\pi} \mu\text{F}, \quad L = \frac{0,2}{\pi} \text{H}, \quad C = \frac{500}{\pi} \mu\text{F}$$

4. Impedanța complexă

$$\underline{Z} = R + jX$$

$$X = X_L - X_C$$

- caracter rezistiv: $R \neq 0$ ($R > 0$), $X = 0$; ex. $\underline{Z} = 10$
- caracter pur inductiv: $R = 0$, $X > 0$; ex. $\underline{Z} = j5$
- caracter inductiv: $R \neq 0$, $X > 0$; ex. $\underline{Z} = 3 + j7$
- caracter pur capacitiv: $R = 0$, $X < 0$; ex. $\underline{Z} = -j15$
- caracter capacitiv: $R \neq 0$, $X < 0$; ex. $\underline{Z} = 25 - j40$

5. Aplicație c.a. (circuit ce conține doar o sursă de energie)

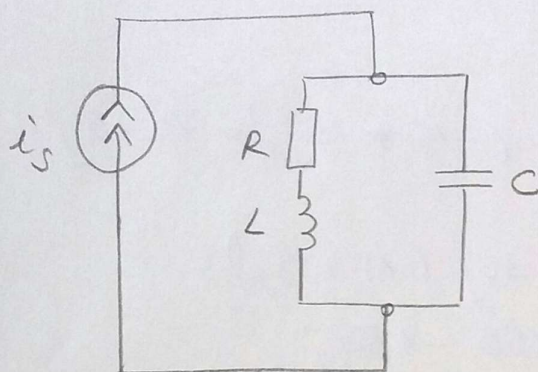
Circuit Diagram: A series circuit with a voltage source $e = 20 \cos(\omega t - \frac{\pi}{2})$ (V), a resistor $R_1 = 10 \Omega$, an inductor $L = \frac{0.2}{\pi} \text{ H}$, and a capacitor $C = \frac{1}{25\pi} \text{ F}$.

Parameters:
 $\omega = 100 \text{ rad/s}$
 $X_L = 2\pi fL = 100 \cdot \frac{0.2}{\pi} = 20 \Omega$
 $X_C = \frac{1}{2\pi fC} = \frac{1}{100 \cdot \frac{1}{25\pi}} = 25 \Omega$
 $\underline{Z} = R_1 + jX_L - jX_C = 10 + j20 - j25 = 10 - j5 \Omega$

Current Calculation:
 $\underline{E} = \frac{20}{\sqrt{2}} \angle -\frac{\pi}{2} = 10\sqrt{2} \angle -\frac{\pi}{2} \text{ V}$
 $\underline{I} = \frac{\underline{E}}{\underline{Z}} = \frac{10\sqrt{2} \angle -\frac{\pi}{2}}{10 - j5} = \frac{10\sqrt{2} (42 - 24j)}{42^2 + 24^2} = \frac{21\sqrt{2}}{117} - \frac{12\sqrt{2}}{117} j$

Power Calculations:
 $P_g = \text{Re}\{\underline{S}_g\} = \text{Re}\{\underline{E} \cdot \underline{I}^*\} = 10\sqrt{2} \cdot \left(\frac{7\sqrt{2}}{39} + \frac{4\sqrt{2}}{39} j\right) = \frac{140}{39} + \frac{80}{39} j = P_g + jQ_g$
 $P_g = \frac{140}{39} \text{ W}$
 $Q_g = \frac{80}{39} \text{ VAR}$
 $P_R = R_1 I^2 = 10 \cdot \left(\frac{\sqrt{130}}{39}\right)^2 = \frac{10}{39} \text{ W}$
 $Q_C = X_C I_1^2 - X_L I_2^2 = 25 \cdot \left(\frac{\sqrt{130}}{39}\right)^2 - 20 \cdot \left(\frac{\sqrt{130}}{39}\right)^2 = \frac{5}{39} \text{ VAR}$

Apł. c. a - circ. cu o sursă + B.P.



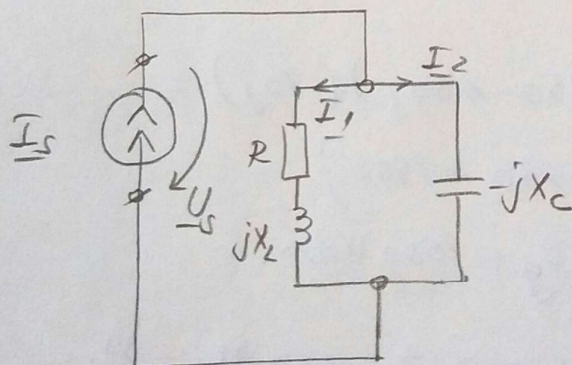
$$i_s = 10\sqrt{2} \sin(\omega t - \frac{\pi}{2}) \text{ (A)}$$

$$R = 10 \Omega$$

$$L = \frac{0,2}{\pi} \text{ H}$$

$$C = \frac{1000}{3\pi} \mu\text{F}$$

- Sch. el. echiv. în op. op., $X_L, X_C, \underline{I}_s$
- $\underline{I}_1, \underline{I}_2, \underline{U}_s, i_1, i_2, u_s$
- B.P.



$$a) X_L = \omega L = 2\pi f L = 2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot \frac{0,2}{\pi} = 20 \Omega$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi \cdot 50 \cdot \frac{1000}{3\pi} \cdot 10^{-6}} = 30 \Omega$$

$$\underline{I}_s = 10 e^{-j\frac{\pi}{2}} = -10j$$

b).

$$\underline{I}_1 = \frac{-jX_C}{R + jX_L - jX_C} \underline{I}_S = \frac{-30j}{10 + 20j - 30j} (-10j) =$$

$$= \frac{-30j}{10 - 10j} (-10j) = -15 - 15j$$

$$\underline{I}_2 = \underline{I}_S - \underline{I}_1 = -10j - (-15 - 15j) = 15 + 5j$$

$$\underline{U}_S = -jX_C \cdot \underline{I}_2 = -30j (15 + 5j) =$$

$$= 150 - 450j$$

$$\Rightarrow i_1 = 15\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \sin(\omega t + 0,78) \text{ (A)}$$

$$i_2 = 5\sqrt{10} \cdot \sqrt{2} \sin(\omega t + 0,32) \text{ (A)}$$

$$u_S = 150\sqrt{10} \cdot \sqrt{2} \sin(\omega t - 1,24) \text{ (V)}$$

$$c). \underline{S}_g = \underline{U}_S \underline{I}_S^* = (150 - 450j)(10j) =$$

$$= 1500j + 4500 = 4500 + 1500j$$

$$\Rightarrow P_g = 4500 \text{ W}, \quad Q_g = 1500 \text{ VAR.}$$

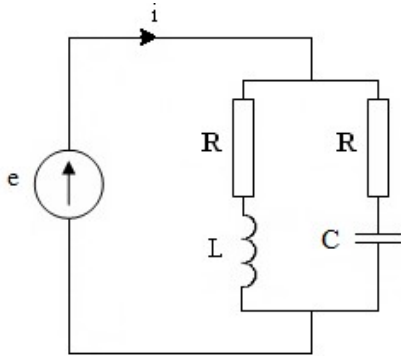
$$P_c = R I_1^2 = 10 (15\sqrt{2})^2 = 4500 \text{ W} = P_g$$

$$Q_c = X_L I_1^2 - X_C I_2^2 =$$

$$= 20 (15\sqrt{2})^2 - 30 (5\sqrt{10})^2 = 1500 \text{ VAR} = Q_g$$

4. Probleme propuse:

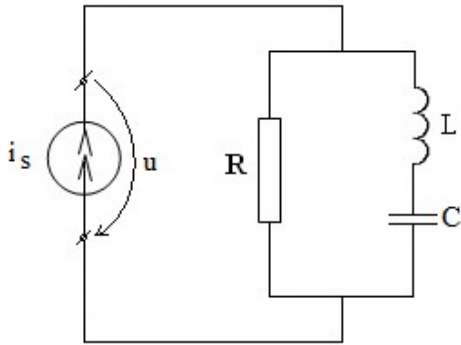
P1. $e = 100 \sin(\omega t - \frac{\pi}{2}) (V)$, $R = 20\Omega$, $L = \frac{0,3}{\pi} H$, $C = \frac{250}{\pi} \mu F$, $f = 50 Hz$



a). $\underline{Z} = ?$

b). $i = ?$

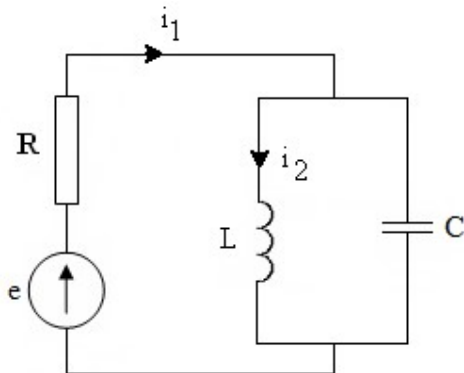
P2. $i_s = 5 \cos(\omega t - \frac{\pi}{3}) (A)$, $R = 5\Omega$, $L = \frac{0,5}{\pi} H$, $C = \frac{500}{\pi} \mu F$, $f = 50 Hz$



a). $\underline{Z} = ?$

b). $u = ?$

P3. $e = 60 \sin(\omega t - \frac{\pi}{4}) (V)$, $R = 20\Omega$, $X_L = 15\Omega$, $X_C = 5\Omega$



a). $\underline{Z} = ?$

b). $i_1 = ?$ $i_2 = ?$