Cursul 4 Bazele Electrotehnicii & Electrotehnică

2.3.4 Calculul rețelelor electrostatice

O rețea electrostatică este un ansamblu de condensatoare electrice și de surse de energie electrică, legate într-un mod oarecare bine definit, determinat de anumite situați din practică.

Elementele unui circuit sunt: laturile, nodurile, ochiurile.

Se numește ***latură*** a unei rețele electrostatice elementul neramificat, format din condensatoare și surse luate fie împreună fie separat.

Punctul de intersecție a cel puțin 3 laturi se numește ***nod***.

Observație: În electrostatică punctul ce leagă numai două armături de condensatoare poate fi ales ca nod în care converg două laturi.

Orice circuit închis, format dintr-un număr oarecare de laturi care pornind de la un nod ajunge la același nod, formează un ***ochi de circuit*** sau o buclă.

Observație: În general în circuitele cu condensatoare se cunosc valorile capacităților și ale surselor de tensiune și se pune problema determinărilor sarcinilor electrice și a tensiunilor de la bornele condensatoarelor.

2.3.4.1 Teoremele lui Kirchhoff pentru rețelele de condensatoare

a. Teorema I (T1K) – *se aplică în noduri și se referă la sarcinile electrice*

Se consideră suprafața închisă Σ ce trece numai prin dielectricul condensatoarelor și conține în interior un nod a al circuitului.

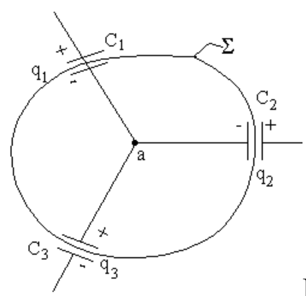


Fig. 2.8 Nod de rețea de condensatoare

Conform legii conservării sarcinii electrice:

$$i_\Sigma = -\frac{dq_\Sigma}{dt} \tag{2.23}$$

Deoarece suprafața Σ este trasată numai prin dielectrici $i_\Sigma = 0$, rezultă $\frac{dq_\Sigma}{dt} = 0$ și în consecință:

$$q_\Sigma = const. \tag{2.24}$$

$$\sum_{k\in a} \pm q_k = const. \tag{2.25}$$

Enunț: Suma algebrică a sarcinilor electrice dintr-un nod de rețea este constantă.
Valoarea constantei rezultă din condițiile de generare a rețelei.

b. Teorema a II-a (T2K) – *se aplică pe ochiuri și se referă la tensiuni*

În fiecare ochi al unui circuit se poate scrie relația între diferențele de potențial ale laturilor sau ale elementelor ce compun acea latură.

$$\sum_{K\in o}\left(V_{k-1}-V_k\right)=0$$

$$U_{C_1}-U_{E_1}+U_{E_2}-U_{C_2}+U_{C_3}=0 \quad (2.26)$$

sau

$$U_{C_1}-U_{C_2}+U_{C_3}=U_{E_1}-U_{E_2} \quad (2.27)$$

dar $U_{C_1}=\dfrac{q_1}{C_1}$; $U_{C_2}=\dfrac{q_2}{C_2}$; $U_{C_3}=\dfrac{q_3}{C_3}$ (2.28)

și $U_{E_1}=E_1$; $U_{E_2}=E_2$ (2.29)

rezultă că: $E_1-E_2=\dfrac{q_1}{C_1}-\dfrac{q_2}{C_2}+\dfrac{q_3}{C_3}$ (2.30)

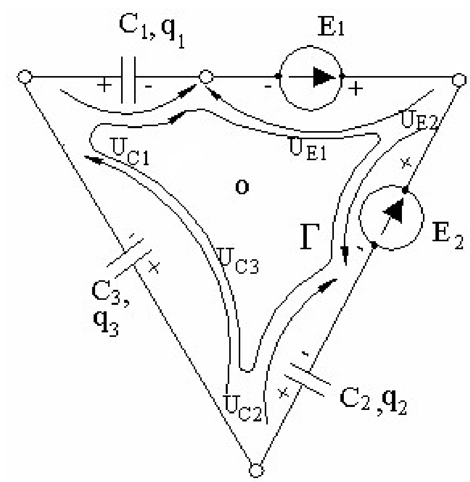


Fig.2.9 Ochi de rețea de condensatoare

Generalizând relația (2.30) obținem:

$$\sum_{k\in o}\pm E_k=\sum_{k\in o}\pm\frac{q_k}{C_k} \quad (2.31)$$

Enunț: Suma algebrică a tensiunilor electromotoare dintr-un ochi de rețea este egală cu suma algebrică a tensiunilor de la bornele condensatoarelor din acel ochi.

2.3.4.2 Algoritmul de calcul al rețelelor de condensatoare

1. Se stabilește numărul de noduri ,,n'' al rețelei de condensatoare, numărul de laturi ,, l'' și rezultă numărul de ochiuri independente ale rețelei cu relația lui Euler: $o=l-n+1$.

2. Se atribuie semne arbitrare ale sarcinii pe armăturile condensatoarelor.

3. Se aleg sensuri arbitrare de parcurgere a ochiurilor independente.

4. Se aplică teoremele lui Kirchhoff:

- T1K în cel mult "n-1" noduri;
- T2K pe cele "o" ochiuri independente.

5. Se rezolvă sistemul obținut și se determină necunoscutele (sarcini, tensiuni de pe condensatoare).

Verificare:

Se aplică T1K în al "n-lea" nod (dacă este posibil), n>2 și T2K pe ochiurile neutilizate.

Interpretare:

Pentru sarcinile negative se precizează că polarizarea reală a acelor condensatoare este inversă față de cum s-a considerat inițial, în mod arbitrar.

OBS. Exemplificări, cazuri de excepție.

Aplicație:

Pentru rețeaua de condensatoare din fig. 2.10 se cunosc: C_1, C_2, C_3 și E. Se cer sarcinile de pe armaturile condensatoarelor după închiderea comutatorului k. Apoi se deschide comutatorul k1 și în acest caz se cer sarcinile și tensiunile pe condensatoare.

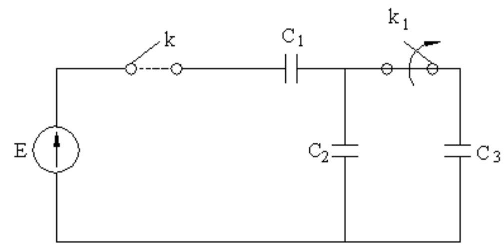


Fig. 2.10

Rezolvare:

Se completează schema cu noduri, ochiuri, semne sarcini și sensuri de parcurgere ale ochiurilor independente.

1. Pentru k închis, circuitul are $n = 2$, l=3 și $o = 2$.

Aplicând T1K (n1): $-q_1 + q_2 + q_3 = 0$

Aplicând T2K: $(o_1): \quad E_1 = \frac{q_1}{C_1} + \frac{q_2}{C_2}$

$$(o_2): \quad 0 = \frac{q_3}{C_3} - \frac{q_2}{C_2}$$

Prin rezolvarea sistemului obținut mai sus se determină: q_1, q_2, q_3.

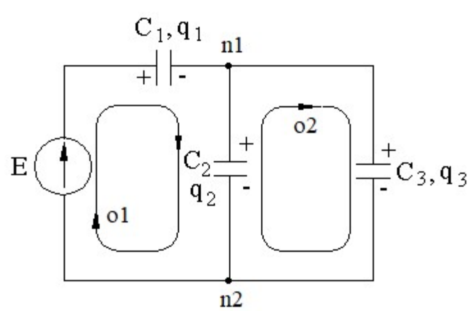


Fig. 2.11

2. Deschizând comutatorul k_1, circuitul devine (fig. 2.12)

Aplicând T1K (n1): $-q_1' + q_2' = -q_1 + q_2$

Aplicând T2K: (o): $E = \dfrac{q_1'}{C_1} + \dfrac{q_2'}{C_2}$

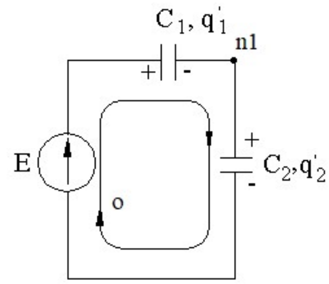


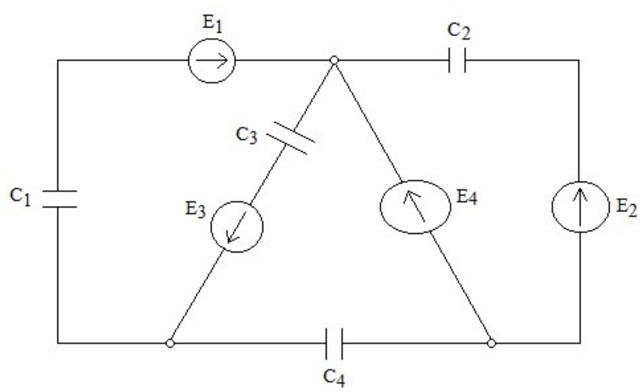
Fig.2.12

Prin rezolvarea sistemului obținut mai sus se determină: q_1', q_2' și $U_1' = \dfrac{q_1'}{C_1}$; $U_2' = \dfrac{q_2'}{C_2}$.

Probleme propuse:

P1. Pentru circuitul din fig. se cunosc: $E_1 = E_4 = 20V$, $E_2 = E_3 = 70V$, $C_1 = C_2 = 20\mu F$, $C_3 = C_4 = 10\mu F$.

Să se determine sarcinile de pe armăturile condensatoarelor, q_1, q_2, q_3, q_4, știind că inițial acestea sunt neîncărcate.



P2. Pentru circuitul din fig. se cunosc:

$E_1 = 20\,V, E_2 = 40\,V, C_1 = C_2 = 4\mu F, C_3 = C_4 = 10\mu F,$ iar condensatorul C3 este inițial încărcat cu sarcina $q_{30} = 2\cdot 10^{-5} C$, ca în fig.

Să se determine sarcinile de pe armăturile condensatoarelor: q_1, q_2, q_3, q_4.