REDUCEREA ECUAȚIEI GENERALE A CONICEI LA ECUAȚIA CANONICĂ

Scrieți forma canonică pentru următoarele conice:

a) $17x^2+17y^2+16xy+59\sqrt{2}x+41\sqrt{2}y-116=0$

Soluție:

Ecuația generală a unei conice este:

$a_{11}x^2+2a_{12}xy+a_{22}y^2+2a_{10}x+2a_{20}y+a_{00}=0$

Deoarece $2a_{12}=16 \Leftrightarrow a_{12}=8\neq 0$, vom realiza o rotație de reper cu un unghi θ care se obține din relația:

$$ctg\,2\theta=\frac{a_{11}-a_{22}}{2a_{12}}=\frac{17-17}{16}=0 \Rightarrow 2\theta=\frac{\pi}{2} \Rightarrow \theta=\frac{\pi}{4}$$

$$\begin{cases} x=x'\cos\theta-y'\sin\theta \\ y=x'\sin\theta+y'\cos\theta \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=x'\cdot\cos\frac{\pi}{4}-y'\sin\frac{\pi}{4} \\ y=x'\cdot\sin\frac{\pi}{4}+y'\cdot\cos\frac{\pi}{4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=\frac{\sqrt{2}}{2}(x'-y') \\ y=\frac{\sqrt{2}}{2}(x'+y') \end{cases}$$

Determinăm ecuația conicei în noul reper:

$$17\left[\frac{\sqrt{2}}{2}(x'-y')\right]^2+17\cdot\left[\frac{\sqrt{2}}{2}(x'+y')\right]^2+16\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}(x'-y')(x'+y')+$$
$$+59\sqrt{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}(x'-y')+41\sqrt{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}(x'+y')-116=0 \Leftrightarrow$$
$$\frac{17}{2}(x'^2-2x'y'+y'^2)+\frac{17}{2}(x'^2+2x'y'+y'^2)+8(x'^2-y'^2)+59x'-59y'+$$
$$+41x'+41y'-116=0 \Leftrightarrow$$
$$\frac{17}{2}x'^2-17x'y'+\frac{17}{2}y'^2+\frac{17}{2}x'^2+17x'y'+\frac{17}{2}y'^2+8x'^2-8y'^2+59x'-59y'$$
$$+41x'+41y'-116=0 \Leftrightarrow x'^2\cdot\left(\frac{17}{2}+\frac{17}{2}+8\right)+y'^2\cdot\left(\frac{17}{2}+\frac{17}{2}-8\right)+$$
$$+x'y'(-17+17)+100x'-18y'-116=0 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow 25x'^2+9y'^2+100x'-18y'-116=0$$

Ecuația obținută nu are forma canonică. Este nevoie să mai efectuăm o translație pentru a obține pătrate perfecte.

$$(25x'^2+100x')+(9y'^2-18y')-116=0 \Leftrightarrow 25(x'^2+4x')+$$
$$+9(y'^2-2y')-116=0 \Leftrightarrow 25(x'^2+4x'+4-4)+9(y'^2-2y'+1-1)$$
$$-116=0 \Leftrightarrow 25(x'^2+4x'+4)-100+9(y'^2-2y'+1)-9-116=0$$
$$\Leftrightarrow 25(x'+2)^2+9(y'-1)^2-225=0 \Leftrightarrow 25(x'+2)^2+9(y'-1)^2=225\,/:225$$
$$\Leftrightarrow \frac{(x'+2)^2}{9}+\frac{(y'-1)^2}{25}=1$$

Notația: $\begin{cases} x''=x'+2 \\ y''=y'-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x'=-2+x'' \\ y'=1+y'' \end{cases}$

înseamnă translația de vector $\bar{v} = -2\bar{i} + \bar{j}$ a reperului $x'O'y'$.
În definitiv, ecuația canonică a conicei este:

$$\frac{x''^2}{9} + \frac{y''^2}{25} = 1 \rightarrow \underline{\text{ELIPSĂ}}$$

b) $3x^2 - 23y^2 + 26\sqrt{3}xy - 144 = 0$

Soluție:

Forma generală a unei conice este:

$$a_{11}x^2 + 2a_{12}xy + a_{22}y^2 + 2a_{10}x + 2a_{20}y + a_{00} = 0$$

Deoarece $2a_{12} = 26\sqrt{3} \Rightarrow a_{12} = 13\sqrt{3} \neq 0$, vom realiza o rotație a reperului în jurul originii, adică de centru O cu un unghi θ care se obține din relația:

$$ctg 2\theta = \frac{a_{11} - a_{22}}{2a_{12}} = \frac{3+23}{26\sqrt{3}} = \frac{26}{26\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2\theta = \frac{\pi}{3} \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{6}$$

$$\begin{cases} x = x'\cos\theta - y'\sin\theta \\ y = x'\sin\theta + y'\cos\theta \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = x'\cdot\cos\frac{\pi}{6} - y'\sin\frac{\pi}{6} \\ y = x'\cdot\sin\frac{\pi}{6} + y'\cdot\cos\frac{\pi}{6} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = x'\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} - y'\cdot\frac{1}{2} \\ y = x'\cdot\frac{1}{2} + y'\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2}(\sqrt{3}x' - y') \\ y = \frac{1}{2}(x' + \sqrt{3}y') \end{cases}$$

Înlocuim în ecuația conicei și rezultă:

$$3\left[\frac{1}{2}(\sqrt{3}x' - y')\right]^2 - 23\left[\frac{1}{2}(x' + \sqrt{3}y')\right]^2 + 26\sqrt{3}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}(\sqrt{3}x' - y')\cdot$$

$$\cdot(x' + \sqrt{3}y') - 144 = 0 \Rightarrow \frac{3}{4}(3x'^2 - 2\sqrt{3}x'y' + y'^2) - \frac{23}{4}(x'^2 +$$

$$+ 2\sqrt{3}x'y' + 3y'^2) + \frac{26\sqrt{3}}{4}(\sqrt{3}x'^2 + 3x'y' - x'y' - \sqrt{3}y'^2) - 144 = 0$$

$$|\cdot 4 \Leftrightarrow 9x'^2 - 6\sqrt{3}x'y' + 3y'^2 - 23x'^2 - 46\sqrt{3}x'y' - 69y'^2 + 78x'^2 + 52\sqrt{3}x'y'$$

$$- 78y'^2 - 576 = 0 \Leftrightarrow x'^2(9 - 23 + 78) + y'^2(3 - 69 - 78) +$$

$$+ x'y'(-6\sqrt{3} - 46\sqrt{3} + 52\sqrt{3}) - 576 = 0 \Leftrightarrow 64x'^2 - 144y'^2 - 576 = 0$$

$$\Leftrightarrow 64x'^2 - 144y'^2 = 576 \,|:576 \Leftrightarrow \frac{64}{576}x'^2 - \frac{144}{576}y'^2 = 1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{x'^2}{9} - \frac{y'^2}{4} = 1 \rightarrow \underline{\text{HIPERBOLĂ}}$$

c) $x^2 + y^2 - 2xy - 4\sqrt{2}y + 4 = 0$

Soluție:

Forma generală a unei conice este:

$$a_{11}x^2 + 2a_{12}xy + a_{22}y^2 + 2a_{10}x + 2a_{20}y + a_{00} = 0$$

Deoarece $2a_{12} = -2 \Leftrightarrow a_{12} = -1 \neq 0$, vom realiza o rotație de reper cu un unghi θ care se obține din relația:

$$\boxed{-2-}$$

$ctg\,2\theta = \frac{a_{11}-a_{22}}{2a_{12}} = \frac{1-1}{-2} = 0 \Rightarrow 2\theta = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{4}$

$\begin{cases} x = x'\cos\theta - y'\sin\theta \\ y = x'\sin\theta + y'\cos\theta \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = x'\cdot\cos\frac{\pi}{4} - y'\cdot\sin\frac{\pi}{4} \\ y = x'\cdot\sin\frac{\pi}{4} + y'\cdot\cos\frac{\pi}{4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{\sqrt{2}}{2}(x'-y') \\ y = \frac{\sqrt{2}}{2}(x'+y') \end{cases}$

Înlocuim în ecuația conicei. $x^2+y^2-2xy-4\sqrt{2}y+4=0$

$\Rightarrow \left[\frac{\sqrt{2}}{2}(x'-y')\right]^2 + \left[\frac{\sqrt{2}}{2}(x'+y')\right]^2 - 2\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}(x'-y')(x'+y') - 4\sqrt{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}(x'+y')$

$+4=0 \Leftrightarrow \frac{1}{2}(x'-y')^2 + \frac{1}{2}(x'+y')^2 - (x'^2-y'^2) - 4(x'+y') + 4 = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (x'-y')^2 + (x'+y')^2 - 2(x'^2-y'^2) - 8(x'+y') + 8 = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x'^2 - 2x'y' + y'^2 + x'^2 + 2x'y' + y'^2 - 2x'^2 + 2y'^2 - 8x' - 8y' + 8 = 0$

$\Leftrightarrow 4y'^2 - 8y' - 8x' + 8 = 0 \;|:4 \Leftrightarrow y'^2 - 2y' - 2x' + 2 = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow y'^2 - 2y' + 1 - 2x' + 1 = 0 \Leftrightarrow (y'-1)^2 - 2(x'-\frac{1}{2}) = 0$

Notația: $\begin{cases} x'' = x' - \frac{1}{2} \\ y'' = y' - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x' = \frac{1}{2} + x'' \\ y' = 1 + y'' \end{cases}$

reprezintă translația de vector $\bar{v} = \frac{1}{2}\bar{i} + \bar{j}$ a reperului xOy

În definitiv ecuația canonică a conicei este:

$y''^2 - 2x'' = 0 \Leftrightarrow y''^2 = 2x'' \rightarrow$ PARABOLĂ

d) $4xy - 3y^2 + 4x - 24y - 15 = 0$

Soluție:

Forma generală a unei conice este:

$a_{11}x^2 + 2a_{12}xy + a_{22}y^2 + 2a_{10}x + 2a_{20}y + a_{00} = 0$

Deoarece $a_{12} \neq 0$ ($a_{12} = 2$) vom realiza o rotație a reperului de unghi θ care se obține din relația:

$ctg\,2\theta = \frac{a_{11}-a_{22}}{2a_{12}} = \frac{0+3}{4} = \frac{3}{4}$

Folosim formula: $ctg\,2\theta = \frac{1-tg^2\theta}{2tg\theta}$

Rezultă: $\frac{1-tg^2\theta}{2tg\theta} = \frac{3}{4} \Leftrightarrow 6tg\theta = 4 - 4tg^2\theta \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 4tg^2\theta + 6tg\theta - 4 = 0 \;|:2 \Leftrightarrow 2tg^2\theta + 3tg\theta - 2 = 0$

Notăm $tg\theta = t \Rightarrow 2t^2 + 3t - 2 = 0$

$\Delta = 9 + 16 = 25 \Rightarrow t_{1;2} = \frac{-3 \pm 5}{4}$

$\Rightarrow t_1 = \frac{1}{2}$ sau $t_2 = -2$.

Deci $tg\theta = \frac{1}{2}$ sau $tg\theta = -2$

Alegem $\operatorname{tg}\theta = \frac{1}{2}$

Folosim formulele: $\begin{cases} \sin\theta = \pm \frac{\operatorname{tg}\theta}{\sqrt{1+\operatorname{tg}^2\theta}} \\ \cos\theta = \pm \frac{1}{\sqrt{1+\operatorname{tg}^2\theta}} \end{cases}$

Obținem:

$\sin\theta = \pm \frac{\frac{1}{2}}{\sqrt{1+\frac{1}{4}}} = \frac{\pm\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{5}}{2}} = \pm\frac{1}{\sqrt{5}}$

$\cos\theta = \pm \frac{1}{\sqrt{1+\frac{1}{4}}} = \pm\frac{1}{\frac{\sqrt{5}}{2}} = \pm\frac{2}{\sqrt{5}}$

Vom lua: $\sin\theta = \frac{1}{\sqrt{5}}$ și $\cos\theta = \frac{2}{\sqrt{5}}$

$\begin{cases} x = x'\cos\theta - y'\sin\theta \\ y = x'\sin\theta + y'\cos\theta \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = x'\cdot\frac{2}{\sqrt{5}} - y'\cdot\frac{1}{\sqrt{5}} \\ y = x'\cdot\frac{1}{\sqrt{5}} + y'\cdot\frac{2}{\sqrt{5}} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{\sqrt{5}}(2x'-y') \\ y = \frac{1}{\sqrt{5}}(x'+2y') \end{cases}$

Înlocuim în ecuația conicei: $4xy - 3y^2 + 4x - 24y - 15 = 0$

Rezultă: $4\cdot\frac{1}{\sqrt{5}}\cdot\frac{1}{\sqrt{5}}(2x'-y')(x'+2y') - 3\cdot\left[\frac{1}{\sqrt{5}}(x'+2y')\right]^2 + 4\cdot\frac{1}{\sqrt{5}}(2x'-y') - 24\cdot\frac{1}{\sqrt{5}}(x'+2y') - 15 = 0 \Leftrightarrow$

$\frac{4}{5}(2x'^2 + 4x'y' - x'y' - 2y'^2) - 3\left[\frac{1}{5}(x'^2 + 4x'y' + 4y'^2)\right] + \frac{4}{\sqrt{5}}(x'-y') - \frac{24}{\sqrt{5}}(x'+2y') - 15 = 0$

$\Leftrightarrow \frac{8}{5}x'^2 + \frac{12}{5}x'y' - \frac{8}{5}y'^2 - \frac{3}{5}x'^2 - \frac{12}{5}x'y' - \frac{12}{5}y'^2 + \frac{8}{\sqrt{5}}x' - \frac{4}{\sqrt{5}}y' - \frac{24}{\sqrt{5}}x' - \frac{48}{\sqrt{5}}y' - 15 = 0 \Leftrightarrow x'^2 - 4y'^2 - \frac{16}{\sqrt{5}}x' - \frac{52}{\sqrt{5}}y' - 15 = 0$

$\Leftrightarrow x'^2 - 2\cdot\frac{8}{\sqrt{5}}\cdot x' + \left(\frac{8}{\sqrt{5}}\right)^2 - \left(\frac{8}{\sqrt{5}}\right)^2 - 4\left[y'^2 + \frac{13}{\sqrt{5}}y' + \left(\frac{13}{2\sqrt{5}}\right)^2 - \left(\frac{13}{2\sqrt{5}}\right)^2\right] - 15 = 0 \Leftrightarrow \left(x' - \frac{8}{\sqrt{5}}\right)^2 - \frac{64}{5} - 4\left(y' + \frac{13}{2\sqrt{5}}\right)^2 + 4\cdot\frac{169}{4\cdot 5} - 15 = 0$

$\Leftrightarrow \left(x' - \frac{8}{\sqrt{5}}\right)^2 - 4\left(y' + \frac{13}{2\sqrt{5}}\right)^2 + 6 = 0$

Notăm $\begin{cases} x'' = x' - \frac{8}{\sqrt{5}} \\ y'' = y' + \frac{13}{2\sqrt{5}} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x' = \frac{8}{\sqrt{5}} + x'' \\ y' = -\frac{13}{2\sqrt{5}} + y'' \end{cases}$, adică o

translație de vector $\bar{v} = \frac{8}{\sqrt{5}}\bar{i} - \frac{13}{2\sqrt{5}}\bar{j}$

obținem $x''^2 - 4y''^2 = -6 \mid :(-6) \Rightarrow -\frac{x''^2}{6} + \frac{2}{3}y''^2 = 1 \Rightarrow$

$\Rightarrow -\frac{x''^2}{6} + \frac{y''^2}{\frac{3}{2}} = 1 \rightarrow$ HIPERBOLĂ

-4-

e) $4x^2-4xy+y^2-3x-14y+7=0$

Soluție: Forma generală a unei conice este:

$$a_{11}x^2+2a_{12}xy+a_{22}y^2+2a_{10}x+2a_{20}y+a_{00}=0$$

Deoarece $a_{12}\neq 0$ ($a_{12}=-2$) vom realiza o rotație de reper de unghi θ care se obține din relația:

$$ctg2\theta=\frac{a_{11}-a_{22}}{2a_{12}}=\frac{4-1}{-4}=-\frac{3}{4}$$

Dar $ctg2\theta=\frac{1-tg^2\theta}{2tg\theta}\Rightarrow -\frac{3}{4}=\frac{1-tg^2\theta}{2tg\theta}\Rightarrow -6tg\theta=4-4tg^2\theta$

$\Rightarrow 4tg^2\theta-6tg\theta-4=0\ |:2\Rightarrow 2tg^2\theta-3tg\theta-2=0$

Notăm $tg\theta=t\Rightarrow 2t^2-3t-2=0$

$\Delta=9+16=25\Rightarrow t_{1,2}=\frac{3\pm 5}{4}$

$t_1=2$ sau $t_2=-\frac{1}{2}$

Rezultă $tg\theta=2$ sau $tg\theta=-\frac{1}{2}$

Alegem $tg\theta=2\Rightarrow$ $\begin{cases}\sin\theta=\pm\frac{tg\theta}{\sqrt{1+tg^2\theta}}=\pm\frac{2}{\sqrt{5}}\\ \cos\theta=\pm\frac{1}{\sqrt{1+tg^2\theta}}=\pm\frac{1}{\sqrt{5}}\end{cases}$

Alegem $\begin{cases}\sin\theta=\frac{2}{\sqrt{5}}\\ \cos\theta=\frac{1}{\sqrt{5}}\end{cases}$

$$\begin{cases}x=x'\cos\theta-y'\sin\theta\\ y=x'\sin\theta+y'\cos\theta\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=x'\cdot\frac{1}{\sqrt{5}}-y'\cdot\frac{2}{\sqrt{5}}\\ y=x'\cdot\frac{2}{\sqrt{5}}+y'\cdot\frac{1}{\sqrt{5}}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\frac{1}{\sqrt{5}}(x'-2y')\\ y=\frac{1}{\sqrt{5}}(2x'+y')\end{cases}$$

Înlocuim în ecuația conicei:

$$4\cdot\left[\frac{1}{\sqrt{5}}(x'-2y')\right]^2-4\cdot\frac{1}{\sqrt{5}}\cdot\frac{1}{\sqrt{5}}(x'-2y')(2x'+y')+\left[\frac{1}{\sqrt{5}}(2x'+y')\right]^2-$$

$$-3\cdot\frac{1}{\sqrt{5}}(x'-2y')-14\cdot\frac{1}{\sqrt{5}}(2x'+y')+7=0\Leftrightarrow$$

$$\frac{4}{5}(x'-2y')^2-\frac{4}{5}(x'-2y')(2x'+y')+\frac{1}{5}(2x'+y')^2-\frac{3}{\sqrt{5}}(x'-2y')$$

$$-\frac{14}{\sqrt{5}}(2x'+y')+7=0\Leftrightarrow\frac{4}{5}x'^2-\frac{16}{5}x'y'+\frac{16}{5}y'^2-\frac{8}{5}x'^2+\frac{12}{5}x'y'+\frac{8}{5}y'^2+$$

$$+\frac{4}{5}x'^2+\frac{4}{5}x'y'+\frac{1}{5}y'^2-\frac{3}{\sqrt{5}}x'+\frac{6}{\sqrt{5}}y'-\frac{28}{\sqrt{5}}x'-\frac{14}{\sqrt{5}}y'+7=0$$

$x'^2\left(\frac{4}{5}-\frac{8}{5}+\frac{4}{5}\right)+y'^2\left(\frac{16}{5}+\frac{8}{5}+\frac{1}{5}\right)+x'y'\left(-\frac{16}{5}+\frac{12}{5}+\frac{4}{5}\right)+x'\left(-\frac{3}{\sqrt{5}}-\frac{28}{\sqrt{5}}\right)$
$+y'\left(\frac{6}{\sqrt{5}}-\frac{14}{\sqrt{5}}\right)+7=0 \Leftrightarrow 5y'^2-\frac{31}{\sqrt{5}}x'-\frac{8}{\sqrt{5}}y'+7=0 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow 5y'^2-\frac{8}{\sqrt{5}}y'-\frac{31}{\sqrt{5}}x'+7=0 \Leftrightarrow 5\left[y'^2-\frac{8}{5\sqrt{5}}y'+\left(\frac{4}{5\sqrt{5}}\right)^2-\left(\frac{4}{5\sqrt{5}}\right)^2\right]$
$-\frac{31}{\sqrt{5}}\left(x'-\frac{7\cdot\sqrt{5}}{31}\right)=0 \Leftrightarrow 5\left(y'-\frac{4}{5\sqrt{5}}\right)^2+5\cdot\frac{16}{5^2\cdot 5}-\frac{31}{\sqrt{5}}\left(x'-\frac{7\sqrt{5}}{31}\right)=0$
$\Leftrightarrow 5\left(y'-\frac{4}{5\sqrt{5}}\right)^2-\frac{31}{\sqrt{5}}\left(x'-\frac{7\sqrt{5}}{31}\right)-\frac{16}{25}=0 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow 5\left(y'-\frac{4}{5\sqrt{5}}\right)^2-\frac{31}{\sqrt{5}}\left(x'-\frac{7\sqrt{5}}{31}+\frac{16}{25}\cdot\frac{\sqrt{5}}{31}\right)=0 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow 5\left(y'-\frac{4}{5\sqrt{5}}\right)^2-\frac{31}{\sqrt{5}}\left(x'-\frac{159\sqrt{5}}{3125}\right)=0 \Leftrightarrow 5\left(y'-\frac{4}{5\sqrt{5}}\right)^2-\frac{31}{\sqrt{5}}\left(x'-\frac{159\sqrt{5}}{775}\right)=0$

Notăm $\begin{cases} x''=x'-\frac{159\sqrt{5}}{775} \\ y''=y'-\frac{4}{5\sqrt{5}} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x'=\frac{159\sqrt{5}}{775}+x'' \\ y'=\frac{4}{5\sqrt{5}}+y'' \end{cases}$, adică o translație

de vector $\bar{v}=\frac{159\sqrt{5}}{775}\bar{i}+\frac{4}{5\sqrt{5}}\bar{j}$.

Obținem $5y''^2-\frac{31}{\sqrt{5}}x''=0 \mid :5 \Rightarrow y''^2=\frac{31}{5\sqrt{5}}x'' \rightarrow$ PARABOLĂ

f) $4x^2+9y^2+8x-18y+12=0$

Soluție: Forma generală: $a_{11}x^2+2a_{12}xy+a_{22}y^2+2a_{10}x+2a_{20}y+a_{00}=0$

Aici $a_{12}=0$. Deci nu se mai face rotație.

$4x^2+8x+9y^2-18y+12=0 \Leftrightarrow 4(x^2+2x+1-1)+9(y^2-2y+1-1)+12=0$
$\Leftrightarrow 4(x+1)^2-4+9(y-1)^2-9+12=0 \Leftrightarrow 4(x+1)^2+9(y-1)^2-1=0$

Notăm $\begin{cases} x'=x+1 \\ y'=y-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1+x' \\ y=1+y' \end{cases}$, adică o translație de vector $\bar{v}=-\bar{i}+\bar{j}$

Obținem $4\cdot x'^2+9y'^2=1 \Leftrightarrow \frac{x'^2}{\frac{1}{4}}+\frac{y'^2}{\frac{1}{9}}=1 \rightarrow$ ELIPSĂ

TEMĂ: Aduceți ecuațiile conicelor următoare la forma canonică:

a) $x^2+y^2-2x+4y-19=0$
b) $x^2+y^2+3x+y-\frac{5}{2}=0$
c) $x^2+y^2-10x-20=0$
d) $y^2-2x-2y-1=0$
e) $y^2-2x+2y+3=0$
f) $4x^2-9y^2-24x-18y+26=0$
g) $3x^2+3y^2+8xy+13\sqrt{2}x+7\sqrt{2}y-20=0$