5.4. Calcule cu numere complexe

În diverse probleme inginereşti exprimarea numerelor complexe se face sub cele două forme cunoscute:

- forma carteziană $z = x + i \cdot y$,
- forma polară $z = r \cdot e^{i\varphi}$,

unde :

x este *partea reală* a numărului complex, Re(z)=x,
y este *partea imaginară* a numărului complex, Im(z) =y,
r este *modulul* numărului complex,
φ *argumentul* numărului complex,

În sens geometric, numerele complexe admit o reprezentare grafică intuitivă în ambele moduri de exprimare, aşa cum se arată în figura 5.1. Această analogie geometrică pune în evidenţă elementele definitorii ale numerelor complexe atât în reprezentarea carteziană, cât şi în cea polară.

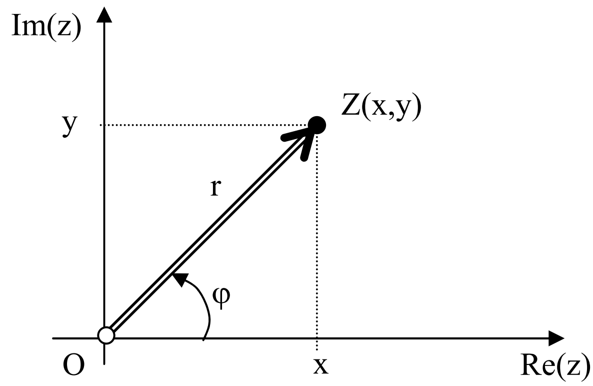

Fig. 5.1 Elementele reprezentării grafice a numerelor complexe

Pentru exprimarea numerelor complexe în formă carteziană, în Matlab există variabila specială $i = \sqrt{-1}$ şi variabila alternativă $j = \sqrt{-1}$, pentru situaţia în care cu notaţia i este desemnată altă variabilă (un indice, de exemplu). Acestea sunt variabile implicite în Matlab şi dacă în cadrul programelor nu li se atribuie alte valori, atunci când sunt apelate, ele returnează numerele complexe pur imaginare următoare:

```
>> i

ans =
       0 + 1.0000i
```

respectiv:

```
>> j

ans =
       0 + 1.0000i
```

În cazul în care notațiile i şi j sunt folosite pentru alte variabile sau constante, în locul lor se poate introduce o nouă variabilă cu acest rol prin operația $\sqrt{-1}$, de exemplu:

```
>> s=sqrt(-1)

s =
     0 + 1.0000i
```

sau

```
>> ii=sqrt(-1)

ii =
      0 + 1.0000i
```

5.4.1 Definirea numerelor complexe în Matlab

Numerele complexe sunt admise în toate operațiile, precum şi ca argumente în toate funcțiile din Matlab. Acestea sunt introduse în forma carteziană folosind variabilele speciale i şi j, astfel:

```
>> z=5+2*i

z =
   5.0000 + 2.0000i


>> z=5+2*j

z =
   5.0000 + 2.0000i
```

Numerele complexe pot fi introduse folosind exprimarea polară, dacă se cunoaşte modulul şi argumentul acestora, de exemplu:

```
>> z=5*exp(0.35*i)

z =
    4.6969 + 1.7145i
```

Pentru a defini o matrice având elementele numere complexe există două posibilități (metode):

- scrierea ca o matrice cu numere complexe ;
- scrierea ca sumă a două matrici ambele cu elemente numere reale.

De exemplu, matricea următoare :

$$M = \begin{bmatrix} 5+2\cdot i & i \\ -1 & -2+i \end{bmatrix},$$

se poate defini fie sub forma:

```
>> M=[5+2*i  i; -1  -2+i]

M =
   5.0000 + 2.0000i        0 + 1.0000i
  -1.0000            -2.0000 + 1.0000i
```

fie ca sumă de matrici parte reală şi parte imaginară :

```
>> M=[5 0; -1 -2]+[2 1; 0 1]*i

M =
   5.0000 + 2.0000i        0 + 1.0000i
  -1.0000            -2.0000 + 1.0000i
```

care se reprezintă astfel :

$$\mathrm{M} = \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2\cdot \mathrm{i} & \mathrm{i} \\ 0 & \mathrm{i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} + \mathrm{i}\cdot \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

5.4.2 Funcții Matlab pentru numere complexe

În Matlab există funcții pentru operații asupra numerelor complexe şi pentru calculul diferitelor elemente ale numerelor complexe, după cum sunt descrise în tabelul 5.3.

Tab. 5.3 Funcții pentru numere complexe

Funcția	Rolul/Efectul	Exemplu de aplicare

`abs`	Determină modulul unui număr complex	`>> z=5.0000 + 2.0000i`
		`z =`
		`5.0000 + 2.0000i`
		
		`>> abs(z)`
		`ans =`
		`5.3852`

`angle`	Calculează argumentul în radiani	`>> angle(z)`
		`ans =`
		`0.3805`

`real`	Returnează partea reală a numerelor complexe	`>> real(z)`
		`ans =`
		`5`

`imag`	Returnează partea imaginară a numerelor complexe	`>> imag(z)`
		`ans =`
		`2`

`unwrap`	Returnează părțile reală şi imaginară ale numerelor complexe exprimate polar	`>> unwrap(z)`
		`ans =`
		`5.0000 + 2.0000i`
		
		sau
		
		`>> unwrap(real(z))`
		`ans =`
		`5`
		`>> unwrap(imag(z))`
		`ans =`
		`2`

`conj`	Returnează conjugatul $\bar{z}$ al unui număr complex	`>> conj(z)`
		
		`ans =`
		`5.0000 - 2.0000i`