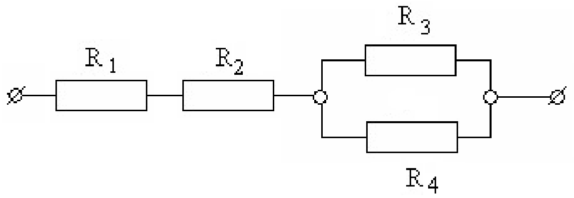
Cursul 6 Bazele Electrotehnicii & Electrotehnică

APLICAȚII CIRCUITE DE CURENT CONTINUU

1. Să se calculeze rezistența echivalentă în raport cu bornele marcate, pentru gruparea de rezistoare din fig., dacă $R_1 = 20\,\Omega$, $R_2 = 3\,\Omega$, $R_3 = 18\,\Omega$, $R_4 = 18\,\Omega$.

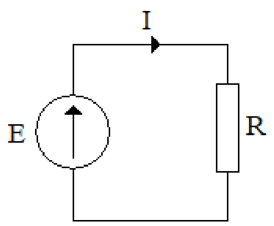
$R_e = ?$



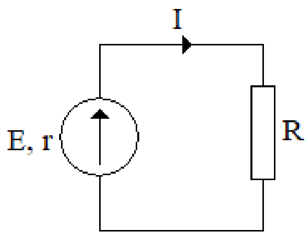
2. Circuite care conțin o singură sursă de energie electrică - ***rezolvare cu rezistențe echivalente, teorema lui Ohm, divizoare***

Pentru circuitele din figurile *a-l*, se cunosc:

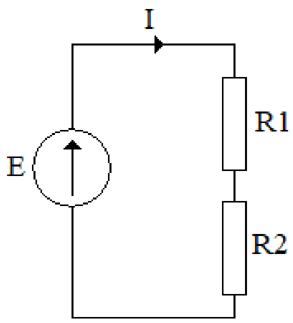
$E = 30V$, $r = 2\Omega$, $R = 10\Omega$, $R_1 = 20\Omega$, $R_2 = 5\Omega$, $R_3 = 15\Omega$, $I_s = 8A$, așa cum apar în scheme.

a. 

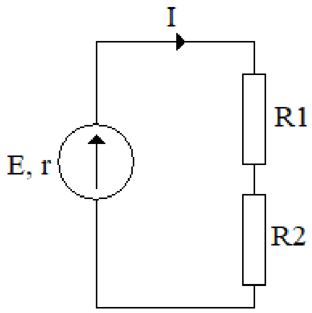
I=?

b. 

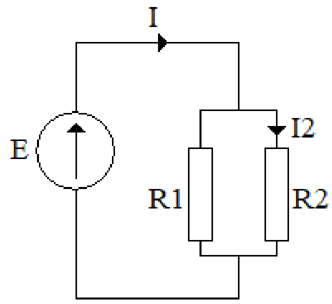
I=?

c. 

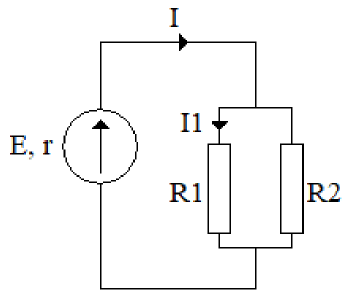
I=?



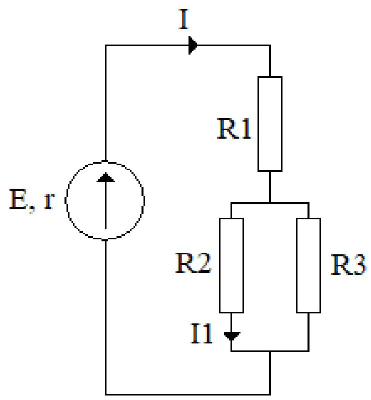
d. I=?



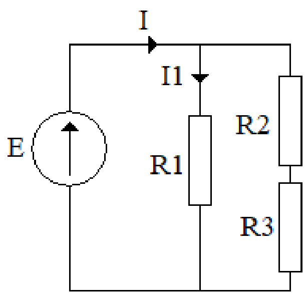
e. I=?, I_2=?



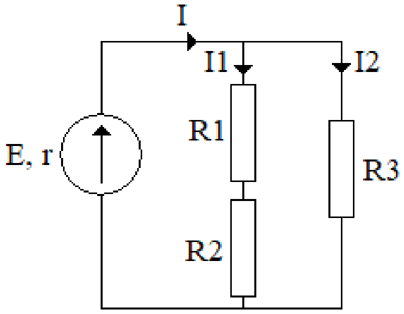
f. I=?, I_1=?



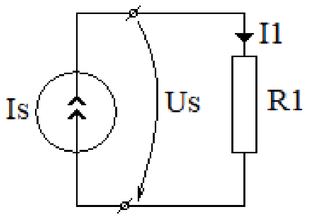
g. I=?, I_1=?



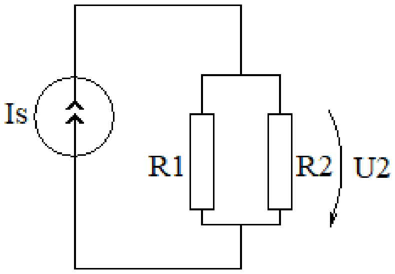
h. I=?, I_1=?



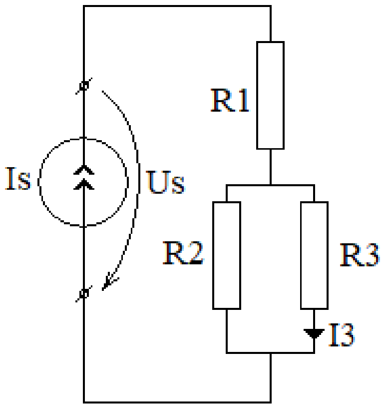
i. $I=?$, $I_1=?$, $I_2=?$



j. $I_1=?$, $U_s=?$



k. $U_2=?$



l. $U_s=?$, $I_3=?$

3.5.2 Grupare laturilor active de circuit

a) Gruparea serie:

Se consideră un dipol activ în care sensurile tensiunii la borne și ale curentului sunt considerate cu regula de la generatoare:

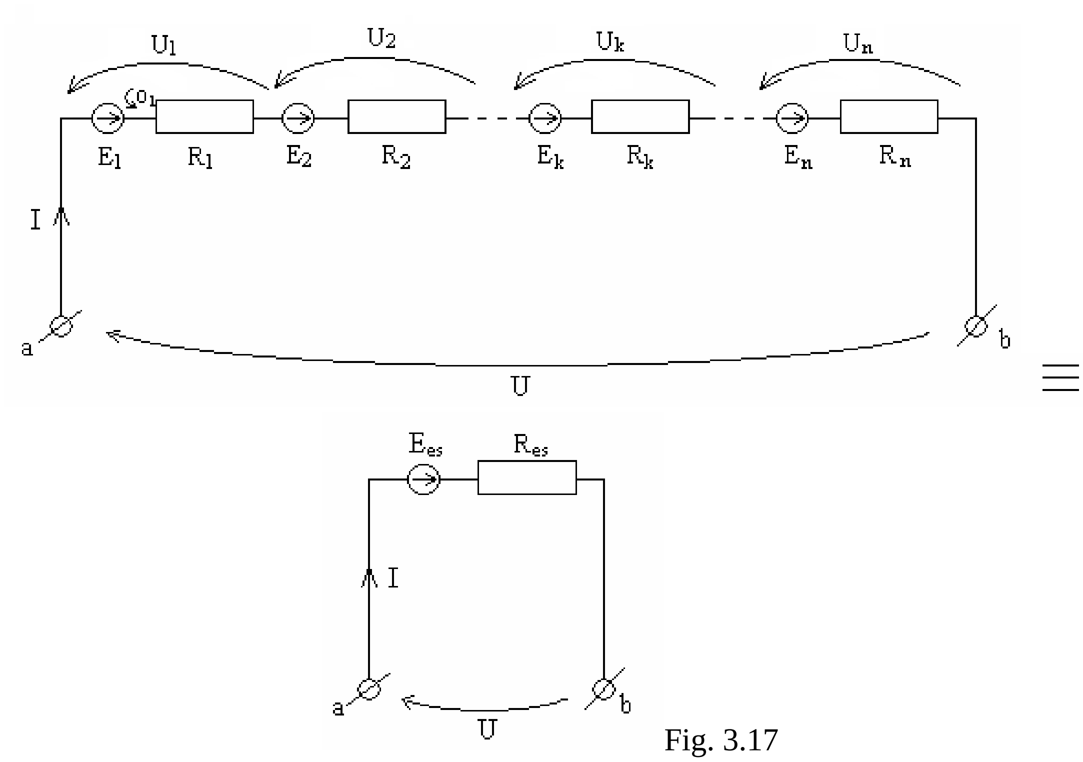


Fig. 3.17

$$U = \sum_{k=1}^{n} U_k \qquad (3.52)$$

Aplicând *TK II* pe ochiurile de forma ochiului o_1 se obțin relații de forma:

$$E_1 = R_1 I + U_1 \Rightarrow \quad U_1 = E_1 - R_1 I$$

$$\forall k = \overline{1,n} \Rightarrow \quad U_k = E_k - R_k I \qquad (3.53)$$

Înlocuind (3.51) în (3.50) se obține:

$$U = \sum_{k=1}^{n} U_k = \sum_{k=1}^{n} E_k - I \sum_{k=1}^{n} R_k \qquad (3.54)$$

Pe de altă parte: $U = E_{es} - IR_{es}$ (3.55)

$$\Rightarrow \begin{cases} E_{es} = \sum_{k=1}^{n} E_k \\ R_{es} = \sum_{k=1}^{n} R_k \end{cases}$$

Generalizare:

$$\begin{cases} E_{es} = \sum_{k=1}^{n} \pm E_k \\ R_{es} = \sum_{k=1}^{n} R_k \end{cases}$$

Observație: Pentru *n* surse reale identice cu același sens $\Rightarrow \begin{cases} E_{es} = n \cdot E \\ r_{es} = n \cdot r \end{cases}$

b). Gruparea paralel:

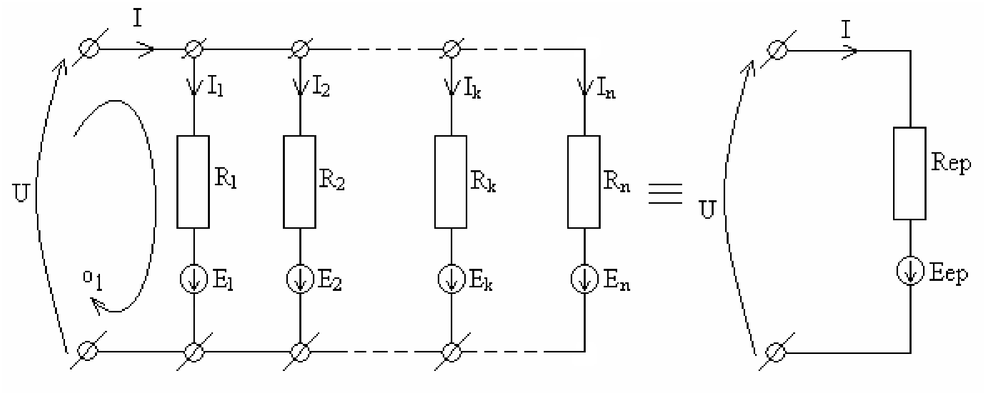


Fig. 3.18

$$I = \sum_{k=1}^{n} I_k, \quad (\forall)k = \overline{1,n} \tag{3.56}$$

TK II:o1: $E_1 = U + R_1 I_1 \quad \Rightarrow \quad I_1 = \frac{E_1}{R_1} - \frac{U}{R_1}$

În general $E_k = U + R_k I_k \quad \Rightarrow \quad I_k = \frac{E_k}{R_k} - \frac{U}{R_k}$ (3.57)

Atunci din (3.54) și (3.55) rezultă: $I = \sum_{k=1}^{n} \frac{E_k}{R_k} - U \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{R_k}$ (3.58)

Pe de altă parte: $I = \frac{E_{ep}}{R_{ep}} - U \frac{1}{R_{ep}}$ (3.59)

$$\Rightarrow \begin{cases} \dfrac{1}{R_{ep}} = \displaystyle\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{R_k}, \quad R_{ep} = \dfrac{1}{\displaystyle\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{R_k}} \\ \\ E_{ep} = \dfrac{\displaystyle\sum_{k=1}^{n} \frac{E_k}{R_k}}{\displaystyle\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{R_k}} \end{cases} \tag{3.60}$$

Generalizare:

$$\begin{cases} \dfrac{1}{R_{ep}} = \sum\limits_{k=1}^{n} \dfrac{1}{R_k}, \quad R_{ep} = \dfrac{1}{\sum\limits_{k=1}^{n} \dfrac{1}{R_k}} \\ E_{ep} = \dfrac{\sum\limits_{k=1}^{n} \pm \dfrac{E_k}{R_k}}{\sum\limits_{k=1}^{n} \dfrac{1}{R_k}} \end{cases}$$

Înlocuind $\dfrac{1}{R_k} = G_k$ se obține: $\begin{cases} G_{ep} = \sum\limits_{k=1}^{n} G_k \\ E_{ep} = \dfrac{\sum\limits_{k=1}^{n} E_k G_k}{\sum\limits_{k=1}^{n} G_k} \end{cases}$ (3.61)

Observație: Pentru *n* surse reale identice : cu același sens $\Rightarrow \begin{cases} r_{ep} = \dfrac{r}{n} \\ E_{ep} = \dfrac{n\frac{E}{r}}{\frac{n}{r}} = E \end{cases}$

c). Echivalența dintre o sursă reală de tensiune și o sursă reală de curent

Pentru ca o sursă reală de tensiune (caracterizată prin tensiunea electromotoare E și rezistența interioară n) să fie echivalentă cu o sursă reală de curent (caracterizată prin intensitatea curentului J și conductanța internă g) trebuie ca intensitatea curentului debitat pe aceeași rezistență R să fie aceeași în ambele cazuri.

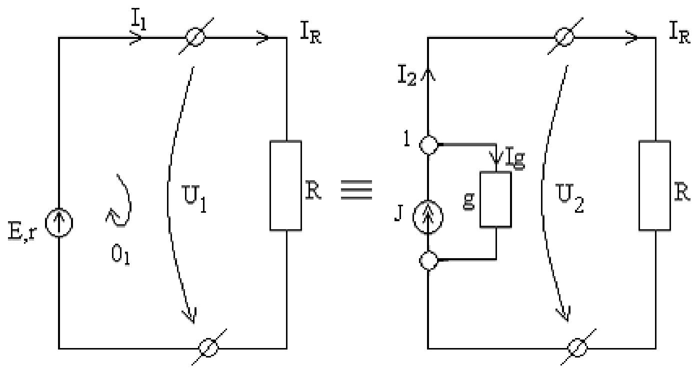


Fig. 3.19

Aplicând TK II: o1: $E = rI_1 + U_1$ (3.62)

Aplicând TK I: (1): $-J + I_2 + I_g = 0$ (3.63)

Dar: $\begin{cases} I_1 = I_2 = I_R \\ U_1 = U_2 = R \cdot I_R = U \end{cases}$ (3.64)

$$I_1 = \frac{E}{r} - \frac{U}{r}$$

$$I_2 = J - I_g = J - U \cdot g$$

Rezultă: $J = \frac{E}{r}$ și $g = \frac{1}{r}$ (3.65)

Exemplu:
(10V; 2Ω) =(5A; 0,5S)
(2A; 0,1S) =(20V; 10Ω)

3.6 Teorema transferului maxim de putere în circuitele dipolare de c.c.

Enunț: O sursă reală de tensiune electromotoare în regim de c.c. transmite putere maximă unei rezistențe de sarcină dacă valoarea acesteia este egală cu rezistența internă a sursei.

Se consideră o sursă de tensiune electromotoare reală E, cu rezistența internă r, care debiteză un curent pe un rezistor R, ca în figura 3.20. Se cere să se determine valoarea rezistenței R pentru ca sursa să transmită putere maximă acesteia.

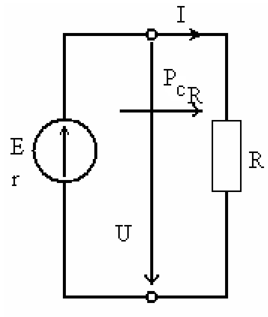


Fig. 3.20

$$I = \frac{E}{R + r} \tag{3.32}$$

Puterea generată de sursă:

$$P_g = EI = \frac{E^2}{R + r} \tag{3.33}$$

și puterea transmisă rezistorului de rezistență *R* este:

$$P_{c_R} = RI^2 = R\frac{E^2}{(R + r)^2} \tag{3.34}$$

Randamentul transmisiei este:

$$\eta = \frac{P_{c_R}}{P_g} = \frac{R}{R + r} \tag{3.35}$$

Randamentul transmisiei tinde către valoarea maximă (100%) când rezistența internă a sursei este neglijabilă în raport cu rezistența de sarcină R.

Puterea maximă transmisă rezistorului se obține din condiția:

$$\frac{\partial P_{c_R}}{\partial R} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{E^2(R + r)^2 - RE^2 \cdot 2(R + r)}{(R + r)^4} = 0$$

$$\Leftrightarrow \quad E^2(R+r)(R+r-2R)=0$$

$$\Leftrightarrow \quad \underbrace{E^2}_{\neq 0}\underbrace{(R+r)}_{\neq 0}\underbrace{(r-R)}_{=0}=0$$

$$\Rightarrow r-R=0 \Rightarrow R=r \tag{3.36}$$

adică sursa transmite puterea maximă când rezistența de sarcină este egală cu rezistența interioară a sursei.

În acest caz puterea consumată de rezistor devine:

$$P_{c_{R\max}}=\frac{E^2}{4r} \tag{3.37}$$

$$P_g=\frac{E^2}{2r} \tag{3.38}$$

Randamentul transmisiei în ipoteza transferului maxim de putere este:

$$\eta=\frac{1}{2}=0,5 \quad \Rightarrow \quad \eta[\%]=50\%$$

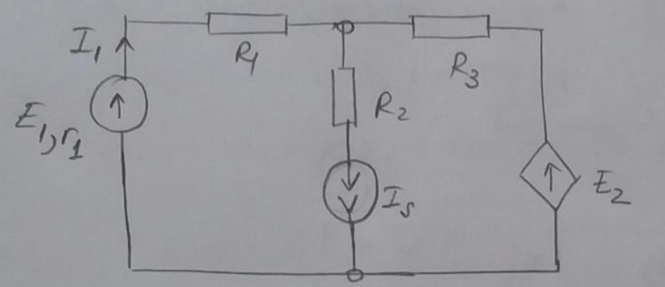
Observații:

a. Pentru $R=0$ ($U=0$) - regimul de scurtcircuit al sursei și curentul de scurtcircuit $I_{sc}=\dfrac{E}{r}$ este mult mai mare decât curentul admisibil pe care îl poate suporta sursa fără să se deterioreze.

b. Dacă $R\to\infty$ ($I_{gol}=0$) - regimul de mers în gol al sursei și $U=E$.

APLICAȚII CIRCUITE DE CURENT CONTINUU

Aplicația 2 – circ. de c.c. → rezolvare utilizând algoritmul cu teoremele lui Kirhhoff.



$E_1 = 20V$, $r_1 = 2\Omega$

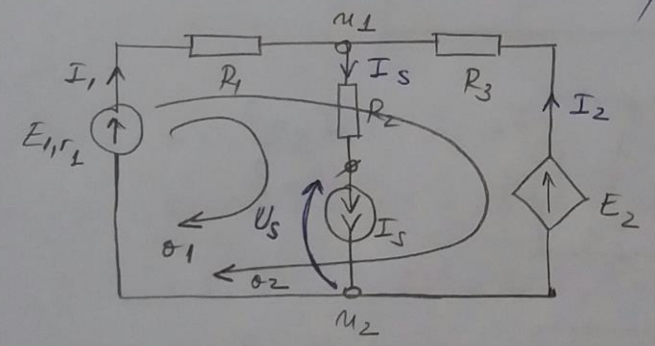
$I_s = 4A$

$E_2 = r_{21} \cdot I_1$, $r_{21} = 2\Omega$

$R_1 = R_2 = R_3 = 10\Omega$

Se cere: rezolvare + verificare + + interpretare (RVI)

Soluție:



$n = 2$, $l = 3$ => $o = 3 - 2 + 1 = 2$

Necunoscutele sunt I_1, I_2 și U_s.

T_1K (n_1): $-I_1 + I_S - I_2 = 0$

T_2K $(o1)$: $E_1 = (r_1 + R_1) I_1 + R_2 I_S - U_S$

$(o2)$: $E_1 - E_2 = (r_1 + R_1) I_1 - R_3 I_2$

$$\begin{cases} I_1 + I_2 = 4 \\ 12\, I_1 + 10 \cdot 4 - U_S = 20 \\ 12\, I_1 - 10\, I_2 = 20 - 2\, I_1 \end{cases}$$

– 4 –

$$\begin{cases} I_2 = 4 - I_1 \\ U_s = 12 I_1 + 40 - 20 = 12 I_1 + 20 \\ 14 I_1 - 10(4 - I_1) = 20 \end{cases}$$

$$14 I_1 - 40 + 10 I_1 = 20 \Rightarrow 24 I_1 = 60 \Rightarrow I_1 = \frac{60}{24} = 2{,}5A$$

$$\Rightarrow I_2 = 4 - 2{,}5 = 1{,}5A$$

$$U_s = 12\,(2{,}5) + 20 = 50\,V$$

Soluțiile : $I_1 = 2{,}5A$; $I_2 = 1{,}5A$; $U_s = 50V$

<u>Verificare</u>

$$P_g = E_1 I_1 + E_2 I_2 + U_s I_s =$$

$$= 20 \cdot 2{,}5 + 2 \cdot 2{,}5 \cdot 1{,}5 + 50 \cdot 4 = 257{,}5\ W$$

$$P_c = r_1 I_1^2 + R_1 I_1^2 + R_2 I_s^2 + R_3 I_2^2 =$$

$$= 2 \cdot 2{,}5^2 + 10 \cdot 2{,}5^2 + 10 \cdot 16 + 10 \cdot 1{,}5^2 =$$

$$= 257{,}5\ W$$

$\Rightarrow P_g = P_c \Leftrightarrow$ soluțiile sunt corecte

<u>interpretare</u>

Sensurile reale ale mărimilor alese în mod arbitrar (U_s și I_2) coincid cu cele alese, ținând cont că soluțiile obținute sunt pozitive.

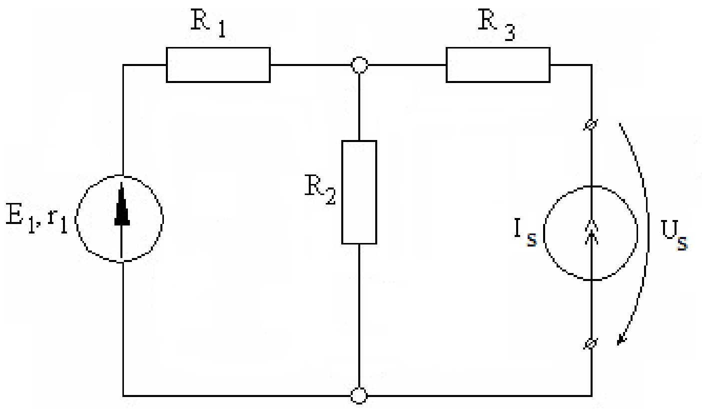
— q. e. d. —

-5-

Probleme propuse spre rezolvare

Circuite care conțin mai multe surse de energie electrică – ***rezolvare cu teoremele lui Kirchhoff***

P1. Pentru circuitul de c.c. din figură se cunosc: E_1=20V, r_1=1Ω, R_1=R_2=R_3=10Ω, I_s=5A.
Să se rezolve circuitul aplicând algoritmul cu teoremele lui Kirchhoff. Să se verifice și să se interpreteze soluțiile obținute.



P2. Se consideră circuitul din figură, aflat în regim electrocinetic staționar (c.c.), pentru care se cunosc:

$E_1 = 20\,[V],\quad r = 2\,\Omega,\quad \mathrm{I}_s = 6\,A,\quad \mathrm{E}_2 = r_{24}\cdot I_4\,[V],\quad \mathrm{r}_{24} = 2\,\Omega,\quad R_2 = R_3 = R_4 = 10\,\Omega,\quad E_4 = 40\,[V]$

Să se rezolve utilizând algoritmul cu teoremele lui Kirchhoff, să se verifice (B.P) și să se interpreteze soluțiile obținute.