CURSUL 5

REPREZENTAREA NUMERELOR REALE

Reprezentarea numerelor reale se poate face în virgulă fixă sau în virgulă mobilă.

3.5. REPREZENTAREA ÎN VIRGULĂ FIXĂ (VF)

Pentru **reprezentarea numerelor reale în virgulă fixă** se folosește bitul cel mai semnificativ ca bit de semn.

Modulul părții întregi și partea fracționară au un număr prefixat de biți pe care se reprezintă și se aplică următoarele reguli:

- Alinierea în locația de memorie se face la virgula virtuală;
- Dacă valoarea părții întregi este mai mică decât valoarea maximă ce poate fi reprezentată pe biții alocați părții întregi se adaugă la stânga zerouri suplimentare;
- Dacă valoarea părții întregi este mai mare decât valoarea maximă ce poate fi reprezentată pe biții alocați părții întregi se pierd cifrele cele mai semnificative;
- Dacă valoarea părții fracționare este mai mică decât valoarea maximă ce poate fi reprezentată pe biții alocați părții fracționare se adaugă la dreapta zerouri nesemnificative;
- Dacă valoarea părții fracționare este mai mare decât valoarea maximă ce poate fi reprezentată pe biții alocați părții fracționare se pierd cifrele cele mai nesemnificative.

Exemplu:

Se presupune că se folosesc 2 octeți (16 biți) pentru reprezentarea numerelor reale, din care bitul de rang 15 va fi folosit pentru semn, 6 biți vor fi folosiți pentru reprezentarea părții întregi și 9 biți pentru reprezentarea părții fracționare.

Rang biți:

$\overset{15}{S}\ \overbrace{\text{Partea întreagă}}^{14 \qquad 9}\ \overbrace{\text{Partea fracționară}}^{8 \qquad 0}$

Numărul 19.270751953125 are reprezentarea binară 10011.010001010101.

Reprezentarea acestui număr va fi:

$\overset{s}{0}\ \overbrace{010011}^{\text{Partea întreagă}}\ \overbrace{010001010}^{\text{Partea fracționară}}$

Numărul negativ -19.270751953125 are reprezentarea binară ca și cea a numărului pozitiv, cu deosebirea că bitul de semn este 1:

$\overset{s}{1}\ \overbrace{010011}^{\text{Partea întreagă}}\ \overbrace{010001010}^{\text{Partea fracționară}}$

În schimb, 243.270751953125 are reprezentarea binară 11110011.010001010101 şi partea întreagă a numărului este mai mare decât valoarea maximă reprezentabilă pe cei 6 biţi alocaţi părţii întregi. Astfel, acest număr se va reprezenta sub forma:

$$\overset{S}{\widehat{0}}\ \overbrace{1\,1\,0\,0\,1\,1}^{\text{Partea întreagă}}\ \overbrace{0\,1\,0\,0\,0\,1\,0\,1\,0}^{\text{Partea fracționară}}$$

producându-se o aşa-numită depăşire, adică pierzându-se 2 biţi, cei mai semnificativi, numărul reprezentat fiind de fapt 51.270751953125.

3.5.2. REPREZENTAREA PRIN MĂRIME ŞI SEMN (Cod Direct - CD)

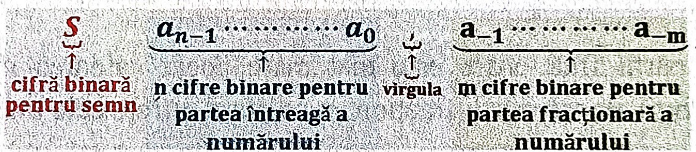
Un număr reprezentat prin mărime şi semn se poate scrie conform relaţiei:

$$\overset{CD}{N} = a_n \cdot 2^n + \sum_{i=-m}^{n-1} a_i \cdot 2^i$$

$$a_n = \begin{cases} 0 & \text{dacă} \quad N \geq 0 \\ 1 & \text{dacă} \quad N < 0 \end{cases}$$

a_n este **bitul de semn**, iar $a_i \in \{0, 1\}$ pentru $i = \overline{-m, (n-1)}$ şi au fost obţinute în urma conversiei numărului N în sistemul de numeraţie binar.

Macheta de reprezentare a numărului N este:



Observaţie: Se consideră că partea întreagă se reprezintă prin **n** cifre binare, iar partea fracţionară prin **m** cifre binare:

- dacă $n = 0 \Rightarrow$ se obţine reprezentarea numerelor subunitare;
- dacă $m = 0 \Rightarrow$ se obţine reprezentarea numerelor întregi.

Exemple:

1. Să se reprezinte în cod direct (pe 8 biţi) numărul $14_{(10)}$, respectiv numărul $-14_{(10)}$.

$$14_{(10)} = 1110_{(2)} \quad \Rightarrow \quad 14_{(10)} \overset{CD}{=} \mathbf{0}000\ 1110_{(2)}$$

$$-14_{(10)} \overset{CD}{=} \mathbf{1}000\ 1110_{(2)}$$

2. Să se reprezinte în cod direct (pe 16 biţi) numărul $27_{(10)}$, respectiv numărul $-27_{(10)}$

$$27_{(10)} = 11011_{(2)} \quad \Rightarrow \quad 27_{(10)} \overset{CD}{=} \mathbf{0}000\ 0000\ 0001\ 1011_{(2)}$$

$$-27_{(10)} \overset{CD}{=} \mathbf{1}000\ 0000\ 0001\ 1011_{(2)}$$

Adunarea în cod direct (CD)

Se adună mărimile numerelor, fără cifra de semn și se dă rezultatului semnul comun celor două numere.

Fie:

$$N_1 \overset{CD}{=} a_n \cdot 2^n + \sum_{i=-m}^{n-1} a_i \cdot 2^i, \quad a_i \in \{0,1\}$$

$$N_2 \overset{CD}{=} b_n \cdot 2^n + \sum_{i=-m}^{n-1} b_i \cdot 2^i, \quad b_i \in \{0,1\}$$

$$N_1 + N_2 \overset{CD}{=} a_n \cdot 2^n + \sum_{i=-m}^{n-1} (a_i + b_i + t_i) \cdot 2^i$$

Însumarea se face începând de la bitul cel mai puțin semnificativ al reprezentării numerelor, ținându-se cont de transportul de la rangul anterior (t_i).

Se consideră $t_{-m} = 0$, iar dacă va apare t_n (transport de la bitul cifrei mai semnificative al mărimii) avem de-a face cu depășire binară. Rezultatul operației poate fi corect când nu apare transport de la cifra cea mai semnificativă a mărimii rezultatului și poate fi incorect când apare transport. Pentru simplitate, se lucrează cu numere întregi reprezentate pe un octet, primul bit fiind bitul de semn iar următorii șapte biți pentru mărime $(-128 \le N \le 127)$.

Exemple:

1. Să se calculeze $N_1 + N_2$, având $N_1 = 40_{(10)}$ și $N_2 = 60_{(10)}$.

y	x	t	s
0	0	0	0
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	0

$40_{(10)} \overset{CD}{=} 0010\ 1000_{(2)}$

$60_{(10)} \overset{CD}{=} 0011\ 1100_{(2)}$

111

$N_1 \overset{CD}{=} 0010\ 1000_{(2)}$ + $\quad$ $40_{(10)}$ +

$N_2 \overset{CD}{=} 0011\ 1100_{(2)}$ $\Leftrightarrow$ $60_{(10)}$

$N_1 + N_2 \overset{CD}{=} 0110\ 0100_{(2)}$ $\quad$ $100_{(10)}$

Verificarea rezultatului indică un rezultat **corect**:

76543210

$$0110\,0100_{(2)} = 0\cdot 2^7 + 1\cdot 2^6 + 1\cdot 2^5 + 0\cdot 2^4 + 0\cdot 2^3 + 1\cdot 2^2 + 0\cdot 2^1 + 0\cdot 2^0 = 100_{(10)}$$

2. Să se calculeze $N_1 + N_2$, având $N_1 = 40_{(10)}$ și $N_2 = 90_{(10)}$.

$40_{(10)} \overset{CD}{=} 0010\ 1000_{(2)}$

$90_{(10)} \overset{CD}{=} 0101\ 1010_{(2)}$

111

$$\begin{array}{rcl} N_1 \overset{CD}{=} 0010\ 1000_{(2)} + & & 40_{(10)} + \\ N_2 \overset{CD}{=} 0101\ 1010_{(2)} & \Leftrightarrow & 90_{(10)} \\ \hline N_1 + N_2 \overset{CD}{=} 1000\ 0010_{(2)} & & 130_{(10)} \end{array}$$

Deoarece în acest caz rezultă transport de la bitul cifrei mai semnificative a mărimii, rezultatul este **incorect** (rezultatul însumării celor două numere nu poate fi reprezentat utilizând doar șapte cifre binare).

Verificând rezultatul, se obține:

$$000\ 0010_{(2)} = 0 \cdot 2^6 + 0 \cdot 2^5 + 0 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 = 2_{(10)}$$

3. Să se calculeze $N_1 + N_2$, având $N_1 = -25_{(10)}$ și $N_2 = -30_{(10)}$.

$$-25_{(10)} \overset{CD}{=} 1001\ 1001_{(2)}$$
$$-30_{(10)} \overset{CD}{=} 1001\ 1110_{(2)}$$

11

$$\begin{array}{rcl} N_1 \overset{CD}{=} 1001\ 1001_{(2)} + & & -25_{(10)} + \\ N_2 \overset{CD}{=} 1001\ 1110_{(2)} & \Leftrightarrow & -30_{(10)} \\ \hline N_1 + N_2 \overset{CD}{=} 1\ 0011\ 0111_{(2)} & & -55_{(10)} \end{array}$$

Nu avem transport de la bitul cifrei mai semnificative a mărimii.

Verificarea rezultatului indică un rezultat **corect**:

$$0011\ 0111_{(2)} = -\left(0 \cdot 2^7 + 0 \cdot 2^6 + 1 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0\right) = -(55)_{(10)}$$

4. Să se calculeze $N_1 + N_2$, având $N_1 = -75_{(10)}$ și $N_2 = -80_{(10)}$.

$$-75_{(10)} \overset{CD}{=} 1100\ 1011_{(2)}$$
$$-80_{(10)} \overset{CD}{=} 1101\ 0000_{(2)}$$

11

$$\begin{array}{rcl} N_1 \overset{CD}{=} 1100\ 1011_{(2)} + & & -75_{(10)} + \\ N_2 \overset{CD}{=} 1101\ 0000_{(2)} & \Leftrightarrow & -80_{(10)} \\ \hline N_1 + N_2 \overset{CD}{=} 1\ 1001\ 1011_{(2)} & & -155_{(10)} \end{array}$$

Rezultatul este **incorect** deoarece apare transport de la bitul cifrei mai semnificative a mărimii.

Verificând rezultatul, se obține:

$$0011011_{(2)} = -\left(0 \cdot 2^6 + 0 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0\right) = -(27)_{(10)}$$

3.5.3. REPREZENTAREA PRIN COMPLEMENT FAȚĂ DE 1 (Cod Invers - CI)

Un număr reprezentat în cod invers se poate scrie:

$$N \overset{CI}{=} \begin{cases} 0 \cdot 2^n + \sum_{i=-m}^{n-1} a_i \cdot 2^i, & \text{dacă} \quad N \geq 0 \\ 1 \cdot 2^n + \sum_{i=-m}^{n-1} \overline{a_i} \cdot 2^i, & \text{dacă} \quad N < 0 \end{cases}$$

unde: $\overline{a_i} = 1 - a_i$, pentru $i = \overline{-m, (n-1)}$, iar a_i reprezintă cifrele binare ale numărului $|N|$.

Reprezentarea prin complement față de 1 se obține astfel:

a. Fie calculând:

$$N \overset{CI}{=} 2^{n+1} - |N|_{CD} - 2^{-m}$$

$|N|_{CD}$ este reprezentarea în cod direct a valorii absolute a numărului N.

b. Fie prin inversarea cifrelor binare (inclusiv cifra de semn) din reprezentarea în cod direct a numărului în valoare absolută.

Exemplu:

1. Să se reprezinte în cod invers numerele $14_{(10)}$ și $-14_{(10)}$ (reprezentarea pe un octet).

Numerele pozitive se reprezintă în CI la fel ca și în CD.

$14_{(10)} = 1110_{(2)} \quad \Rightarrow \quad 14_{(10)} \overset{CD,CI}{=} 0000\ 1110_{(2)}$

CI pentru $-14_{(10)}$ se poate calcula în două feluri:

a.

$$N \overset{CI}{=} 1 \cdot 2^8 - \sum_{i=0}^{7} a_i \cdot 2^i - 2^0$$

$a_i \ (i = \overline{0, 6})$ reprezintă cifrele binare ale numărului $14_{(10)}$, iar $a_7 = "0"$ este cifra de semn.

Calculând:

$$\begin{array}{rr} 2^8 = & 1\ 0000\ 0000_{(2)} \ - \\ |14|_{CD} = & 0000\ 1110_{(2)} \\ \hline & 1111\ 0010_{(2)} \ - \\ 2^0 = & 1 \\ \hline \end{array} \quad \Leftrightarrow \quad -14_{(10)} \overset{CI}{=} 1111\ 0001_{(2)}$$

$-14_{(10)} \overset{CI}{=} 1111\ 0001_{(2)}$

x	y	î	d
0	0	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	1	0	0

b. Același rezultat se obține dacă se pleacă de la reprezentarea în CD a numărului în valoare absolută, adică $14_{(10)}$ și se inversează toate cifrele binare.

$14_{(10)} \overset{CD}{=} 0000\,1110_{(2)}$

$-14_{(10)} \overset{CI}{=} 1111\,0001_{(2)}$

Adunarea/scăderea în cod invers (CI)

Adunarea/scăderea numerelor cu același semn

a. Dacă ambele numere sunt pozitive, reprezentarea lor în cod invers este identică reprezentării în cod direct.

b. Dacă $N_1 < 0$ și $N_2 < 0$.

Se notează cu $|N_1|_{CD}$, $|N_2|_{CD}$ reprezentarea în cod direct a valorilor absolute ale numerelor N_1 și N_2.

$$N_1 \overset{CI}{=} 2^8 - |N_1|_{CD} - 2^0$$

$$N_2 \overset{CI}{=} 2^8 - |N_2|_{CD} - 2^0$$

$$N_1 + N_2 \overset{CI}{=} 2^8 + 2^8 - |N_1|_{CD} - |N_2|_{CD} - 2^0 - 2^0$$

Având în vedere că rezultatul trebuie să fie de forma:

$$N_1 + N_2 \overset{CI}{=} 2^8 - \left(|N_1|_{CD} + |N_2|_{CD}\right) - 2^0$$

apare necesar ca *transportul de la cifra de semn să fie adunat la cifra cea mai puțin semnificativă:*

$$N_1 + N_2 \overset{CI}{=} \underbrace{2^8 - \left(|N_1|_{CD} + |N_2|_{CD}\right) - 2^0}\ + \underbrace{2^8}_{\text{transport de la cifra de semn}} - \underbrace{2^0}_{\text{bitul CMPS}}$$

Exemple:

1. Să se calculeze $N_1 + N_2$, având $N_1 = -30_{(10)}$ și $N_2 = -14_{(10)}$.

$30_{(10)} \overset{CD}{=} 0001\,1110_{(2)}$

$-30_{(10)} \overset{CI}{=} 1110\,0001_{(2)}$

$14_{(10)} \overset{CD}{=} 0000\,1110_{(2)}$

$-14_{(10)} \overset{CI}{=} 1111\,0001_{(2)}$

$$\begin{array}{r} 111\ \ \ \ \ 1\ \ \ \ \\ N_1 \overset{CI}{=} 1110\,0001_{(2)} + \\ N_2 \overset{CI}{=} 1111\,0001_{(2)} \\ \hline 1\,1101\,0010_{(2)} + \\ 1 \\ \hline \end{array}$$

$N_1 + N_2 \overset{CI}{=} 1\,1101\,0011_{(2)}$

$$\begin{array}{r} 1\ 1\ 1\ 1\ \ \ \\ -30 \overset{CD}{=} 1001\ \ 1110 \\ -14 \overset{CD}{=} 1000\ \ 1110 \\ \hline 10010\ \ 1100 \end{array}$$

$$N_1 + N_2 \overset{CD}{=} 1\overset{5}{0}01\overset{3}{0}\,\overset{2}{1}100_{(2)}$$

Verificând:

$$N_1 + N_2 \overset{CD}{=} -\left(1\cdot 2^5 + 1\cdot 2^3 + 1\cdot 2^2\right) = -44$$, **obținem că rezultatul este corect.**

2. Să se calculeze $N_1 + N_2$, având $N_1 = -81_{(10)}$ și $N2 = -72_{(10)}$.

$81_{(10)} \overset{CD}{=} 0101\ 0001_{(2)}$ $\qquad$ $72_{(10)} \overset{CD}{=} 0100\ 1000_{(2)}$

$-81_{(10)} \overset{CI}{=} 1010\ 1110_{(2)}$ $\qquad$ $-72_{(10)} \overset{CI}{=} 1011\ 0111_{(2)}$

1 11111

$$N_1 \overset{CI}{=} 1010\ 1110_{(2)} +$$
$$N_2 \overset{CI}{=} 1011\ 0111_{(2)}$$

8 7 6 5 4 3 2 1 0
$1\,0110\,0101_{(2)} =$

$$N_1 + N_2 \overset{CI}{=} 1\ 0110\ 0101_{(2)}$$

6 5 4 3 2 1 0
$0110\,0101_{(2)} = 1\cdot 2^6 + 1\cdot 2^5 + 1\cdot 2^2 + 1\cdot 2^0 =$

64+
32
4
1
101

CI 6543210

$$N_1 + N_2 = \cancel{0110\ 0110}_{(2)} \Rightarrow N_1 + N_2 > 0$$, **rezultatul este incorect.**

$1\cdot 2^6 + 1\cdot 2^5 + 1\cdot 2^2 + 1\cdot 2^1 = 64 + 32 + 4 + 2 = 102$

Adunarea/scăderea numerelor cu semne diferite

Fie $N_1 > 0$ și $N_2 < 0$.

Reprezentarea lui N_1 este aceeași în cod direct și cod invers.

$$N_2 \overset{CI}{=} 2^8 - |N_2|_{CD} - 2^0$$

În urma operației de adunare se obține:

$$N_1 + N_2 \overset{CI}{=} 2^8 - \left(|N_2|_{CD} - |N_1|_{CD}\right) - 2^0$$

Rezultatul este pozitiv sau negativ, după valorile absolute ale numerelor N_1 și N_2.

Exemple:

1. Să se calculeze $N_1 + N_2$, având $N_1 = 91_{(10)}$ și $N_2 = -20_{(10)}$.

$91_{(10)} \overset{CD}{=} 0101\ 1011_{(2)}$ $\qquad$ $20_{(10)} \overset{CD}{=} 0001\ 0100_{(2)}$

$91_{(10)} \overset{CI}{=} 0101\ 1011_{(2)}$ $\qquad$ $-20_{(10)} \overset{CI}{=} 1110\ 1011_{(2)}$

1111 11

$$N_1 \overset{CI}{=} 0101\ 1011_{(2)} +$$
$$N_2 \overset{CI}{=} 1110\ 1011_{(2)}$$

$$1\ 0100\ 0110_{(2)} +$$
$$1$$

6543210

$$N_1 + N_2 \overset{CI}{=} 1\ 0100\ 0111_{(2)}$$

Verificând:

$N_1 + N_2 \overset{CI}{=} 1\cdot 2^6 + 1\cdot 2^2 + 1\cdot 2^1 + 1\cdot 2^0 = 71_{(10)}$, obținem că rezultatul este **corect.**

2. Să se calculeze $N_1 + N_2$, având $N_1 = -91_{(10)}$ și $N_2 = 20_{(10)}$.

$91_{(10)} \overset{CD}{=} 0101\ 1011_{(2)}$ $\qquad$ $20_{(10)} \overset{CD}{=} 0001\ 0100_{(2)}$ $\qquad$ $-91 \overset{CD}{=} 1101\ 1011$

$-91_{(10)} \overset{CI}{=} 1010\ 0100_{(2)}$ $\qquad$ $20_{(10)} \overset{CI}{=} 0001\ 0100_{(2)}$

$N_1 \overset{CI}{=} 1010\ 0100_{(2)}$ +

$N_2 \overset{CI}{=} 0001\ 0100_{(2)}$

$N_1 + N_2 \overset{CI}{=} 1011\ 1000_{(2)}$

$N_1 + N_2 \overset{CD}{=} 1100\ 0111_{(2)}$

$-91 \overset{CD}{=} 1101\ 1011 +$

$20 \overset{CD}{=} 0001\ 0100$

$1\ 1110\ 1111$

$0101\ 1011 +$

$0001\ 0100$

$0110\ 1111$

Verificarea rezultatului, indică un rezultat corect:

$$N_1 + N_2 \overset{CD}{=} -\left(1\cdot 2^6 + 1\cdot 2^2 + 1\cdot 2^1 + 1\cdot 2^0\right) = -71_{(10)}$$

Pentru verificarea rezultatului se va ține seama de bitul de semn.

- dacă acesta este "0" $\Rightarrow$ reprezentarea rezultatului este același în cod invers și cod direct;
- dacă acesta este "1" $\Rightarrow$ reprezentarea rezultatului este în cod invers și diferă de reprezentarea lui în cod direct.

Scăderea a două numere binare se rezumă la adunarea celor două numere, utilizând reprezentarea în cod invers.

Fie $N_1 > 0$ și $N_2 > 0$.

Relația $N_1 - N_2$ este echivalentă cu: $N_1 + (-N_2)$.

Observație: Adunarea în cod invers operează asupra tuturor cifrelor binare, inclusiv asupra cifrei de semn.

3.5.4. REPREZENTAREA PRIN COMPLEMENT FAȚĂ DE 2

(Cod Complementar - CC)

Forma de scriere în cod complementar este:

$$N \overset{CC}{=} \begin{cases} 0\cdot 2^n + \sum\limits_{i=-m}^{n-1} a_i \cdot 2^i, & \text{dacă } N \geq 0 \\ 1\cdot 2^n + \sum\limits_{i=-m}^{n-1} \tilde{a}_i \cdot 2^i, & \text{dacă } N < 0 \end{cases}$$

unde:

$$\sum_{i=-m}^{n-1} \tilde{a}_i \cdot 2^i = \sum_{i=-m}^{n-1} \bar{a}_i \cdot 2^i + 2^{-m}$$

şi: $\bar{a}_i = 1 - a_i$, iar a_i, pentru $i = n-1, n-2, \cdots, 0, \cdots, -m$, reprezintă cifrele binare ale numărului $|N|$.

Codul complementar al unui număr se poate determina astfel:

a
- **Fie calculând:**

$$N \overset{CC}{=} 2^{n+1} - |N|_{CD}$$

$|N|$ are aceeaşi semnificaţie ca la reprezentarea în CI;

b
- **Fie adunând cifra binară 1 la cifra cea mai puţin semnificativă (CCMPS) a reprezentării numărului în CI;**

c
- **Dacă se consideră reprezentarea în CD a numărului în valoare absolută, pentru obţinerea codului complementar, începând de la CCMPS se lasă neschimbate toate cifrele de zero, inclusiv prima cifră binară a cărei valoare este 1, după care toate celelalte cifre binare se vor inversa, inclusiv cifra de semn.**

Exemplu:

1. Să se reprezinte în cod complementar numerele $14_{(10)}$, respectiv numărul $-14_{(10)}$, pe un octet.

$$14_{(10)} = 1110_{(2)} \quad \Rightarrow \quad 14_{(10)} \overset{CD,CI,CC}{=} 0000\ 1110_{(2)}$$

Pentru a calcula în cod complementar numărul $-14_{(10)}$ se folosesc cele trei metode prezentate mai sus.

a
-

$$-14_{(10)} \overset{CC}{=} 2^8 - \sum_{i=0}^{7} a_i \cdot 2^i$$

a_i, cu $i = 1 \div 6$, fiind cifrele binare ale numărului $14_{(10)}$, iar $a_7 = 0$ cifra de semn.

$$\begin{array}{r} 2^8 = 1\ 0000\ 0000_{(2)} - \\ |14|_{CD} = 0000\ 1110_{(2)} \\ \hline 1111\ 0010_{(2)} \end{array} \quad \Leftrightarrow \quad -14_{(10)} \overset{CC}{=} 1111\ 0010_{(2)}$$

b
- $$\begin{array}{r} -14_{(10)} \overset{CI}{=} 1111\ 0001_{(2)} + \\ 1 \\ \hline -14_{(10)} \overset{CC}{=} 1111\ 0010_{(2)} \end{array}$$

- cifre binare nemodificate

$$14_{(10)} \stackrel{CD}{=} \underbrace{0000\ 11}_{\uparrow}\ \overbrace{10}^{\downarrow}$$

cifrele binare care se vor modifica $0 \rightarrow 1$ și $1 \rightarrow 0$

Rezultă că: $-14_{(10)} \stackrel{CC}{=} 1111\ 0010_{(2)}$

Adunarea/scăderea în cod complementar (CC)

Adunarea/scăderea numerelor cu același semn

a) Dacă ambele numere sunt pozitive, reprezentarea lor în cod complementar este identică reprezentării în CD.

b) Dacă numerele sunt negative:

Fie $N_1 < 0$ și $N_2 < 0$:

$$N_1 \stackrel{CC}{=} 2^8 - |N_1|_{CD},\quad N_2 \stackrel{CC}{=} 2^8 - |N_2|_{CD}$$

unde prin $|N_1|_{CD}$, $|N_2|_{CD}$ am notat reprezentările în cod direct ale valorilor absolute pentru numărul N_1, respectiv N_2.

$$N_1 + N_2 \stackrel{CC}{=} \underbrace{2^8 - \left(|N_1|_{CD} + |N_2|_{CD}\right)}_{\text{forma de reprezentare a rezultatului}} + \underbrace{2^8}_{\text{transport de la bitul de semn}}$$

Ținând seama de forma de reprezentare a rezultatului, apare necesar ca transportul de la cifra de semn să se neglijeze.

Exemplu:

3. Să se calculeze $N_1 + N_2$, având $N_1 = -14_{(10)}$ și $N_2 = -72_{(10)}$.

$|N_1| \stackrel{CD}{=} 0000\ 1110_{(2)}$ $\qquad$ $N_1 \stackrel{CC}{=} 1111\ 0010_{(2)}$

$|N_2| \stackrel{CD}{=} 0100\ 1000_{(2)}$ $\qquad$ $N_2 \stackrel{CC}{=} 1011\ 1000_{(2)}$

1 11 1

$N_1 \stackrel{CC}{=} 1111\ 0010_{(2)}$ +

$N_2 \stackrel{CC}{=} 1011\ 1000_{(2)}$

1

0000 1110

1100 1000

1101 0110

$$N_1 + N_2 \stackrel{CC}{=} \underbrace{1}_{\text{se ignoră}}\ 1010\ 1010_{(2)}$$

Verificarea rezultatului indică un rezultat corect:

$$N_1 + N_2 \overset{CD}{=} 11010110_{(2)} = -\left(1\cdot 2^6 + 1\cdot 2^4 + 1\cdot 2^2 + 1\cdot 2^1\right) = -86$$

Observație: Dacă în urma însumării a două numere cu același semn, rezultatul are semn contrar ⇒ acesta este **eronat** (valoarea rezultatului nu se poate încadra pe numărul de biți utilizați).

Adunarea/scăderea numerelor cu semne diferite

Fie $N_1 > 0$ și $N_2 < 0$.

Reprezentarea lui N_1 este aceeași în cod direct, cod invers și cod complementar.

$$N_2 \overset{CC}{=} 2^8 - |N_2|_{CD}$$

În urma operației de adunare obținem:

$$N_1 + N_2 \overset{CC}{=} 2^8 - \left(|N_2|_{CD} - |N_1|_{CD}\right)$$

Dacă $|N_1| > |N_2|$ rezultatul va fi pozitiv, iar dacă $|N_1| < |N_2|$ rezultatul va fi negativ.

Exemple:

1. Să se calculeze $N_1 + N_2$, având $N_1 = 33_{(10)}$ și $N_2 = -23_{(10)}$.

$|N_1| \overset{CD}{=} 0010\ 0001_{(2)}$ $\quad$ $N_1 \overset{CC}{=} 0010\ 0001_{(2)}$

$|N_2| \overset{CD}{=} 0001\ 0111_{(2)}$ $\quad$ $N_2 \overset{CC}{=} 1110\ 1001_{(2)}$

$N_1 \overset{CC}{=} 0010\ 0001_{(2)}$ +
$N_2 \overset{CC}{=} 1110\ 1001_{(2)}$

$$N_1 + N_2 \overset{CC}{=} \underbrace{1}_{\substack{\text{se}\\ \text{ignoră}}}\ 0000\ 1010_{(2)}$$

Pentru verificarea rezultatului se va calcula:

$N_1 + N_2 \overset{CC}{=} 0000\ 1010_{(2)} = 1\cdot 2^3 + 1\cdot 2^1 = 10_{(10)}$, deci rezultatul este **corect.**

2. Să se calculeze $N_1 + N_2$, având $N_1 = -33_{(10)}$ și $N_2 = 3_{(10)}$.

$|N_1| \overset{CD}{=} 0010\ 0001_{(2)}$ $\quad$ $N_1 \overset{CC}{=} 1101\ 1111_{(2)}$

$|N_2| \overset{CD}{=} 0000\ 0011_{(2)}$ $\quad$ $N_2 \overset{CC}{=} 0000\ 0011_{(2)}$

11 1 1 1 1

$N_1 \overset{CC}{=} 1101\ 1111_{(2)}$ +

$N_2 \overset{CC}{=} 0000\ 0011_{(2)}$

$N_1 + N_2 \overset{CC}{=} 1110\ 0010_{(2)}$

Verificarea rezultatului indică un rezultat **corect**:

$$N_1 + N_2 \overset{CD}{=} 00011110_{(2)} = -\left(1\cdot 2^4 + 1\cdot 2^3 + 1\cdot 2^2 + 1\cdot 2^1\right) = 30_{(10)}$$

Pentru verificarea rezultatului se va ține seama de valoarea bitului de semn:

- dacă acesta este "0" ⇒ rezultatul este pozitiv şi reprezentarea este aceeaşi în cod direct şi cod complementar;
- dacă acesta este "1" ⇒ rezultatul este negativ şi avem reprezentări diferite în cod direct şi cod complementar.