

Capitolul 4

Tranzistoare cu efect de câmp

4.1. Tranzistorul cu efect de câmp cu joncțiune (TEC-J)

4.1.1. Introducere

Propus de Shockley în 1952, TEC-J este un rezistor a cărui secțiune este modificată prin controlul regiunii de sarcină spațială a unei joncțiuni pn. Denumirea „efect de câmp” este lega tă de existența câmpului electric în regiunea de sarcină spațială a joncțiunii pn. În fig. 4.1 este ilustrată o structură de TEC-J. Conducția apare într-un canal de tip n, aflat între sursă (S) și drenă (D). Borna G reprezintă poarta (*gate* – poartă). Joncțiunea poartă canal se polarizează invers. Creșterea regiunii de sarcină spațială face ca acest canal să se îngusteze și astfel rezistența canalului să crească. Lățimea canalului și implicit rezistența acestuia sunt controlabile electric prin diferența de potențial poartă canal (V_{GS}).

Tranzistoarele cu efect de câmp cu joncțiune funcționează cu purtători majoritari. Astfel, pentru TEC-J cu canal n, curentul prin canal este unul de electroni.

Avantaje ale TEC-J față de TB:

- dependența de temperatură a caracteristicilor este mai redusă deoarece nu intervin purtători minoritari;
- rezistența de intrare (între poartă și canal) este foarte mare – sute de $M\Omega$ (rezistența unei joncțiuni polarizate invers);
- inexistența tensiunii de decalaj (pentru $i_D = 0$ rezultă $v_{DS} = 0$);
- zgomot mai redus.

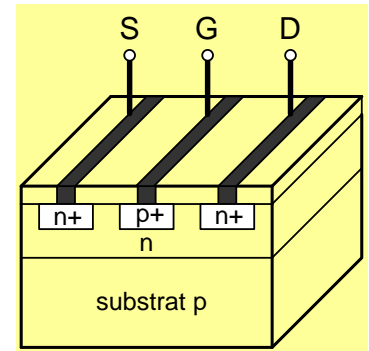


Fig. 4.1. Structură TEC-J cu canal n.

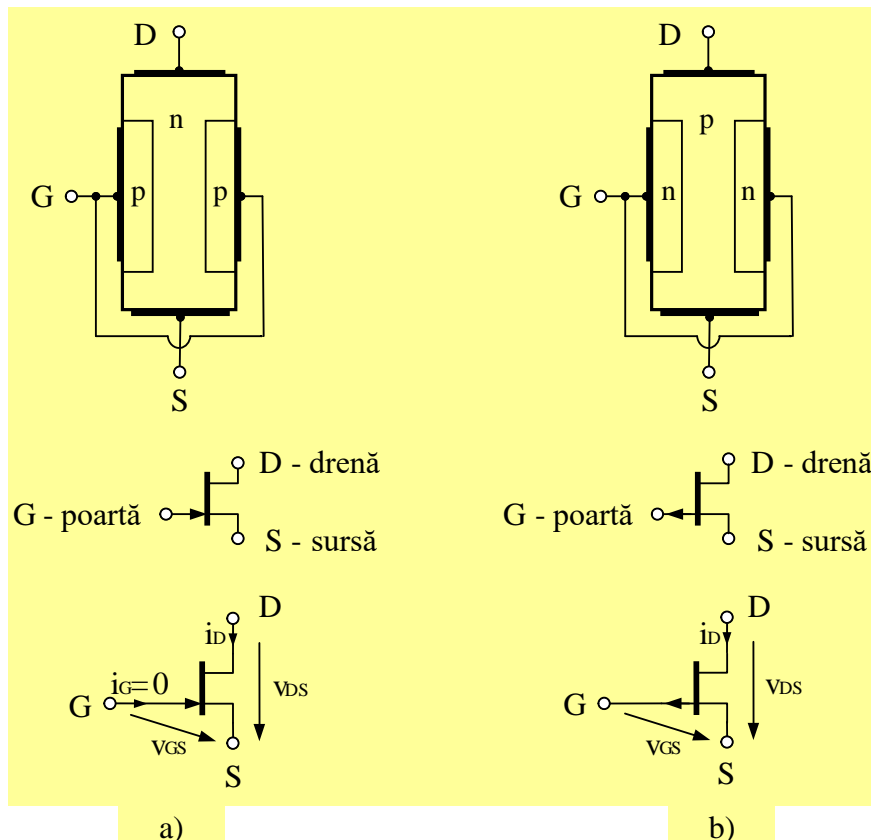


Fig. 4.2. TEC-J – structuri, simboluri și notații; a) canal n; b) canal p.

Dezavantajul major îl reprezintă amplificarea în tensiune, care este mică.

Structurile, simbolurile și notațiile pentru TEC-J sunt prezentate în fig. 4.2.

4.1.2. Caracteristici statice și regimuri de lucru

Deoarece $i_G \approx 0$, există doar două caracteristici:

- caracteristica de transfer:

$$i_D = i_D(v_{GS})|_{v_{DS}=cst.} \quad (5.1)$$

- caracteristica de ieșire:

$$i_D = i_D(v_{DS})|_{v_{GS}=cst.} \quad (5.2)$$

Pentru o anumită valoare, V_T a tensiunii V_{GS} , canalul se obturează și rezistența sa devine infinită. V_T se numește tensiune de tăiere sau de prag. Pentru $|v_{DS}| < 0,1$ V, TEC-J are o comportare aproape liniară (rezistor controlat în tensiune), caracteristica de ieșire fiind dată de relația:

$$i_D = G_o \cdot \left[1 - \left(\frac{v_{GS}}{V_T} \right)^{\frac{1}{2}} \right] \cdot v_{DS} \quad (4.1)$$

În fig. 4.3 este reprezentată caracteristica de ieșire a unui TEC-J cu canal n, în zona liniară, pentru diferite tensiuni de intrare (V_{GS}). Rezistența canalului ($\Delta v_{DS} / \Delta i_D$) este minimă pentru $v_{GS} = 0$.

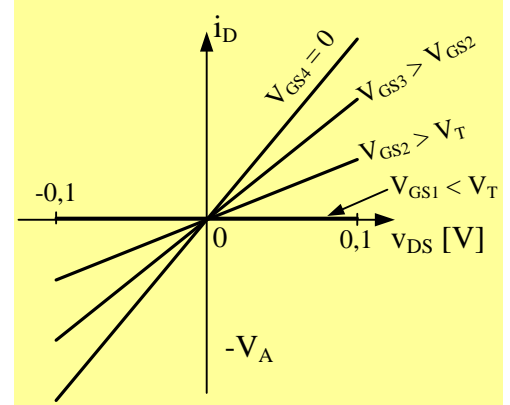


Fig. 4.3. Caracteristica de ieșire a TEC-J în zona liniară.

Caracteristica de ieșire pentru TEC-J cu canal n

Pentru caracteristica de ieșire a unui TEC-J cu canal n, fig. 4.4, se remarcă următoarele zone:

- **zona liniară**, prezentată în fig. 5.3, în care $|v_{DS}| < 0,1$ V;
- **zona neliniară**, pentru $0,1V < v_{DS} < V_{DS,sat}$;
- **zona de saturație**, care este situată între $v_{DS} = V_{DS,sat}$ și $v_{DS} = V_{DS,BR}$ (tensiunea de străpungere);
- **zona de străpungere** situată la $v_{DS} > V_{DS,BR}$.

$$V_{DS,sat} = V_{GS} - V_T \quad (4.2)$$

Exemplu numeric: $V_T = -4$ V, $V_{GS} = -2$ V $\Rightarrow V_{DS,sat} = 2$ V.

Străpungerea apare ca urmare a multiplicării în avalanșă la capătul dinspre drenă al canalului.

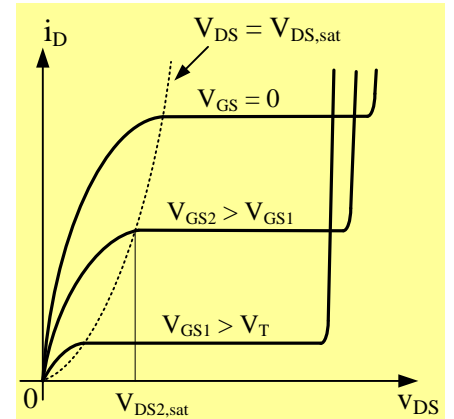


Fig. 4.4. Caracteristica de ieșire pentru TEC-J.

Caracteristica de transfer pentru TEC-J cu canal n

În zona de saturație, TEC-J poate fi folosit ca amplificator deoarece i_D depinde numai de tensiunea de comandă, v_{GS} . Din acest motiv zona de saturație se mai numește și regiune activă. În această regiune, caracteristica de transfer este descrisă de relația:

$$i_D = I_{DSS} \left(1 - \frac{v_{GS}}{V_T} \right)^2 \quad (4.3)$$

valabilă pentru: $V_{DS,sat} < V_{DS} < V_{DS,BR}$ și $V_T < V_{GS} < 0$.

I_{DSS} reprezintă curentul prin canal pentru $V_{GS} = 0$. I_{DSS} și V_T sunt parametrii de catalog. Fig. 4.5 ilustrează caracteristica de transfer pentru TEC-J cu canal n.

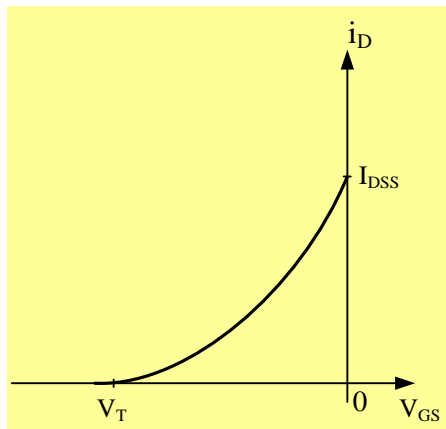


Fig. 4.5. Caracteristica de transfer pentru TEC-J cu canal n.

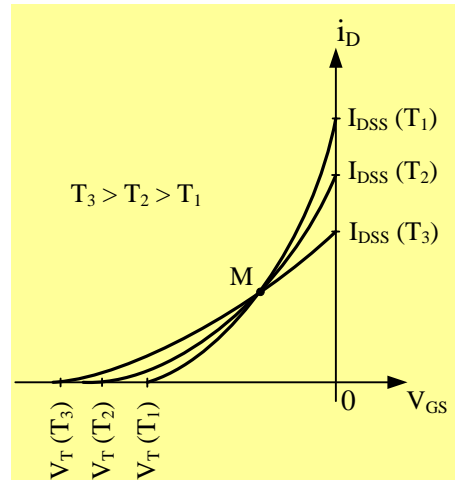


Fig. 4.6. Influența temperaturii asupra caracteristicii de transfer a TEC-J cu canal n.

Creșterea temperaturii determină scăderea mobilității purtătorilor mobili de sarcină, ceea ce face ca I_{DSS} să scadă. În fig. 4.6 s-a reprezentat caracteristica de transfer pentru trei temperaturi. De remarcat că toate caracteristicile trec prin punctul M, punct în care temperatura nu influențează funcționarea TEC-J.

Caracteristicile TEC-J cu canal p

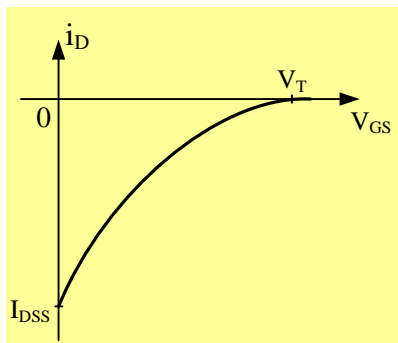


Fig. 4.7. Caracteristica de transfer pentru TEC-J cu canal p.

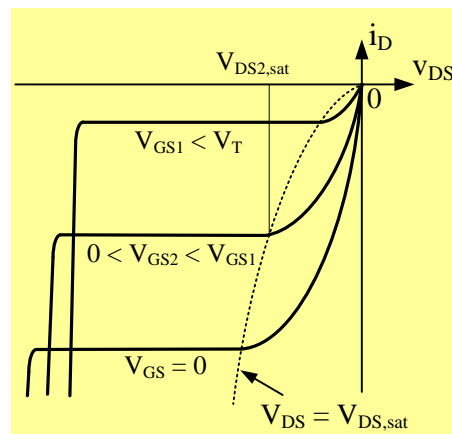


Fig. 4.8. Caracteristica de ieșire pentru TEC-J cu canal p.

$$V_{DS} < V_{DS,sat} < 0$$

4.1.3. Polarizarea TEC-J (11.11.24)

În fig. 4.9 este ilustrată o modalitate de polarizare pentru un TEC-J cu canal n, în care $V_G = 0$. Ecuația de dispozitiv, valabilă pentru $V_T < V_{GS} < 0$ este:

$$i_D = I_{DSS} \left(1 - \frac{v_{GS}}{V_T} \right)^2$$

iar cea de circuit este:

$$V_{GS} = -R_S \cdot I_D$$

S-a ținut cont că $I_G = 0$. Determinarea grafică a soluției sistemului realizat cu cele două ecuații de mai sus este prezentată în fig. 4.10. Se obțin astfel valorile pentru I_D și V_{GS} .

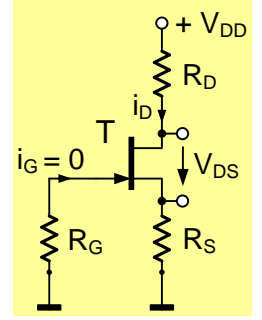


Fig. 4.9. Polarizarea TEC-J cu $V_G = 0$.

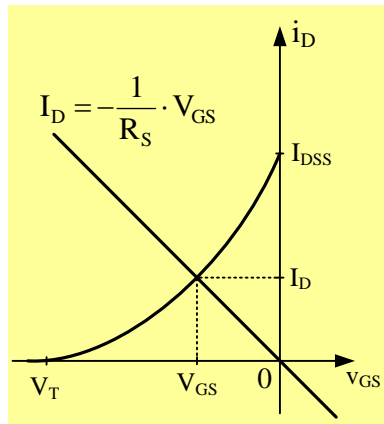


Fig. 4.10. Determinarea grafică a valorilor pentru I_D și V_{GS} .

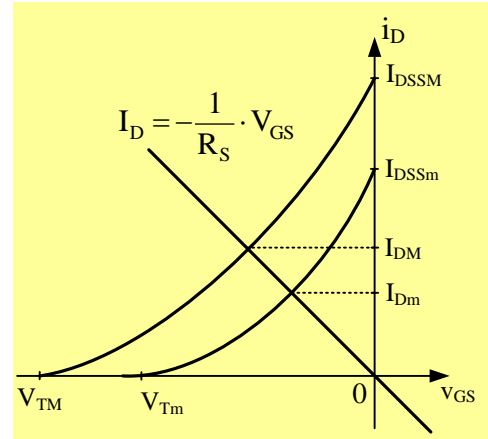


Fig. 4.11. Variația I_D funcție de împrăștierea parametrilor I_{DSS} și V_T .

Valoarea pentru V_{DS} se obține scriind ecuația Kirchhoff pe ochiul de circuit ce conține sursa V_{DD} , rezistoarele R_D și R_S și căderea de tensiune V_{DS} . Se obține:

$$V_{DS} = V_{DD} - (R_D + R_S) \cdot I_D \quad (4.4)$$

Limita inferioară a regiunii de saturație este:

$$V_{DS,sat} = V_{GS} - V_T$$

Dacă $V_{DS} > V_{DS,sat}$, atunci dispozitivul se află în regiunea de saturație (regiunea activă pentru TEC-J).

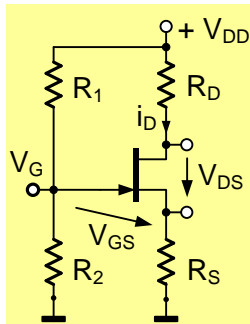


Fig. 4.12. Polarizarea TEC-J cu $V_G \neq 0$.

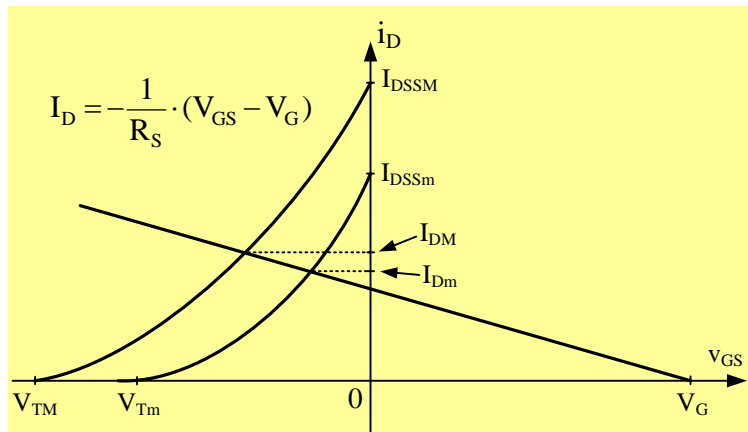


Fig. 4.13. Variația I_D funcție de împrăștierea parametrilor I_{DSS} și V_T .

O altă modalitate de polarizare pentru TEC-J, în care potențialul V_G este determinat de un divizor rezistiv, este prezentată în fig. 4.12. Considerând aceeași împrăștiere a parametrilor de catalog I_{DSS} și V_T ai TEC-J, ca și în circuitul precedent se obține o variație mult mai mică pentru I_D .

În concluzie, circuitul din fig. 4.12 are un PSF mult mai stabil decât cel din fig. 4.9.

Aplicația 4.1

Pentru un TEC-J cu canal n **se cunoaște** că $V_T = -4\text{ V}$ și $I_{DSS} = 10\text{ mA}$.

Să se calculeze I_D pentru: a) $V_{GS1} = 0$; b) $V_{GS2} = -1\text{ V}$; c) $V_{GS3} = -2\text{ V}$.

Rezolvare

a) $I_{D1} = I_{DSS} = 10\text{ mA}$

b) $I_{D2} = I_{DSS} \left(1 - \frac{V_{GS2}}{V_T} \right)^2 = 10 \cdot \left(1 - \frac{-1}{-4} \right)^2 = 5,625\text{ mA}$

c) $I_{D3} = 10 \cdot \left(1 - \frac{-2}{-4} \right)^2 = 2,5\text{ mA}$

Aplicația 4.2

Pentru circuitul din fig. 4.9 **se cunoaște**: $V_{DD} = 15\text{ V}$, $I_D = 5\text{ mA}$, $R_D = 1\text{ k}\Omega$, $R_S = 220\Omega$, $R_G = 10\text{ M}\Omega$.

Să se calculeze V_{DS} și V_{GS} .

Rezolvare

Deoarece curentul de poartă I_G este zero, potențialul pentru poartă este:

$$V_G = -R_G \cdot I_G = 0$$

Potențialul pentru sursă este:

$$V_S = R_S \cdot I_D = 0,22 \cdot 5 = 1,1\text{ V}$$

Rezultă:

$$V_{GS} = V_G - V_S = 0 - 1,1 = -1,1\text{ V}$$

Tensiunea V_{DS} se obține folosind relația (4.4):

$$V_{DS} = V_{DD} - (R_D + R_S) \cdot I_D = 15 - (1 + 0,22) \cdot 5 = 8,9\text{ V}$$

4.1.4. Modelarea TEC-J în curent alternativ, la semnal mic (11.11.2024)

Circuitul echivalent la joasă și medie frecvență

Curentul i_D depinde atât de tensiunea v_{GS} cât și de tensiunea v_{DS} .

$$i_D = i_D(v_{GS}, v_{DS})$$

Modelarea dispozitivului la semnal mic se realizează prin liniarizarea relației de mai sus în jurul PSF-ului, în regiunea de saturație (regiunea activă). Componenta variabilă a curentului de drenă se poate exprima astfel:

$$d i_D = \frac{\partial i_D}{\partial v_{GS}} \cdot d v_{GS} + \frac{\partial i_D}{\partial v_{DS}} \cdot d v_{DS}$$

Se fac următoarele notații:

$$g_m = \left. \frac{\partial i_D}{\partial v_{GS}} \right|_{v_{DS}=cst.} = \frac{2 \cdot I_{DSS}}{-V_T} \left(1 - \frac{V_{GS}}{V_T} \right) \quad (4.5)$$

unde g_m este panta (transconductanța)

$$g_{ds} = \left. \frac{\partial i_D}{\partial v_{DS}} \right|_{v_{GS}=cst.} = \frac{1}{r_{ds}} \quad (4.6)$$

g_{ds} este conductanța TEC-J.

În fig. 4.14 este ilustrat modelul de c.a. (circuitul echivalent) pentru TEC-J, valabil la semnal mic, joasă și medie frecvență. Panta tranzistorului, g_m este uzual de ordinul $1 \div 10 \text{ mA/V}$, iar rezistența de drenă, r_{ds} are valori uzuale de ordinul zecilor de $k\Omega$.

Circuitul echivalent la frecvențe înalte

La frecvențe înalte, capacitățile parazite ale TEC-J nu mai pot fi neglijate. În fig. 4.16 este prezentat modelul TEC-J pentru semnal mic frecvențe înalte. Capacitățile parazite C_{gd} și C_{gs} au valori uzuale în gama $1 \div 10 \text{ pF}$, iar C_{ds} ia valori în intervalul $0,1 \div 1 \text{ pF}$.

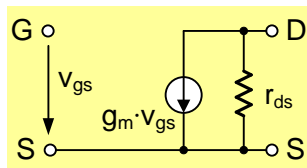


Fig. 4.14. Modelul TEC-J la semnal mic, frecvențe joase.

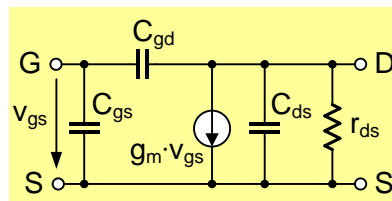


Fig. 4.15. Modelul TEC-J la semnal mic, frecvențe înalte.

Aplicația 4.3 (09.11.2021)

Pentru amplificatorul cu TEC-J în sursă comună (SC) din fig. 4.16 **se cunoaște**: $V_{DD} = 12 \text{ V}$, $R_D = 3,3 \text{ k}\Omega$, $R_G = 10 \text{ M}\Omega$, T ($I_{DSS} = 12 \text{ mA}$, $V_T = -3 \text{ V}$), C_1 , C_2 și C_3 sunt scurtcircuit la frecvența de lucru (C_∞).

Se cere:

- Să se determine R_S astfel încât $I_D = 2 \text{ mA}$;
- Regimul de funcționare pentru TEC-J;

- c) Schema de c.a.;
- d) Schema echivalentă la semnal mic, frecvențe medii;
- e) Amplificarea în tensiune și rezistența de intrare;
- f) Să se reprezinte grafic v_D pentru $v_g = 10^{-2} \cdot \sin \omega t$.

Rezolvare

a) Utilizăm relația pentru dispozitiv (5.3) și ecuația Kirchhoff pentru ochiul de intrare, în care ținem cont că $I_G = 0$:

$$I_D = I_{DSS} \left(1 - \frac{V_{GS}}{V_T} \right)^2, \quad V_{GS} = -R_S \cdot I_D$$

Rezolvând prima ecuație și apoi înlocuind V_{GS} în cea de a doua ecuație se obține:

$$V_{GS} = -1,77 \text{ V}, \quad R_S = -\frac{V_{GS}}{I_D} = -\frac{-1,77}{2} = 0,885 \text{ k}\Omega = 885 \Omega$$

Aleg pentru R_S o valoare standardizată apropiată: $R_S = 910 \Omega$.

$$\begin{aligned} \text{b)} \quad V_{DS,sat} &= V_{GS} - V_T = -1,77 - (-3) = 1,23 \text{ V} \\ V_{DS} &= V_{DD} - (R_D + R_S) \cdot I_D = 12 - (3,3 + 0,91) \cdot 2 \cong 3,6 \text{ V} \\ 3,6 \text{ V} &= V_{DS} > V_{DS,sat} = 1,23 \text{ V} \Rightarrow \text{T în regiunea de saturație.} \end{aligned}$$

c),d) Schema de curent alternativ este ilustrată în fig. 4.16b, iar schema echivalentă la semnal mic, frecvențe medii este prezentată în fig. 4.16c.

e) Pentru schema din fig. 4.17c se pot scrie următoarele relații:

$$v_g = v_{gs}, \quad v_o = -g_m \cdot v_{gs} \cdot (R_D \parallel r_{ds})$$

Conform relației (4.9), panta tranzistorului este:

$$g_m = \frac{2 \cdot I_{DSS}}{-V_T} \left(1 - \frac{V_{GS}}{V_T} \right) = \frac{2 \cdot 12}{-3} \left(1 - \frac{-1,77}{-3} \right) = 3,28 \text{ mA/V}$$

Rezultă că amplificarea în tensiune este:

$$\begin{aligned} a_v &= \frac{v_o}{v_g} = \frac{-g_m \cdot v_{gs} \cdot (R_D \parallel r_{ds})}{v_{gs}} = -g_m \cdot (R_D \parallel r_{ds}) \cong \\ &\cong -g_m \cdot R_D = -3,28 \cdot 3,3 = -10,824 \end{aligned}$$

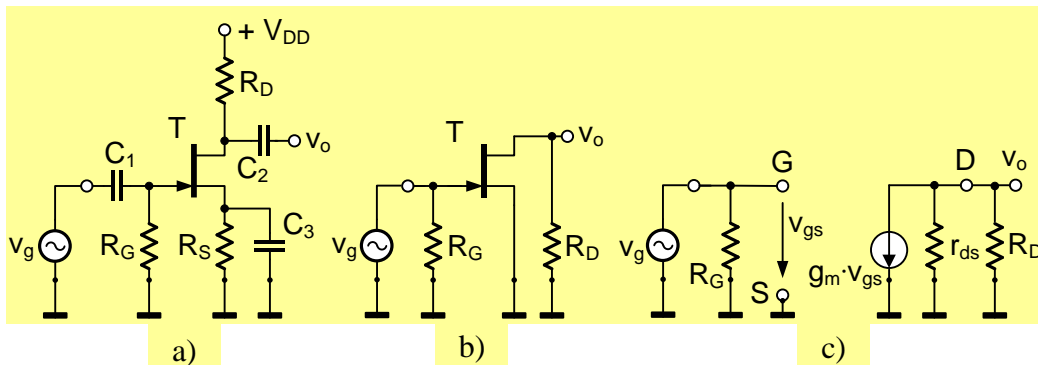


Fig. 4.16. Aplicația 4.3. a) schema de principiu; b) schema de c.a.; c) schema echivalentă la semnal mic, frecvențe medii.

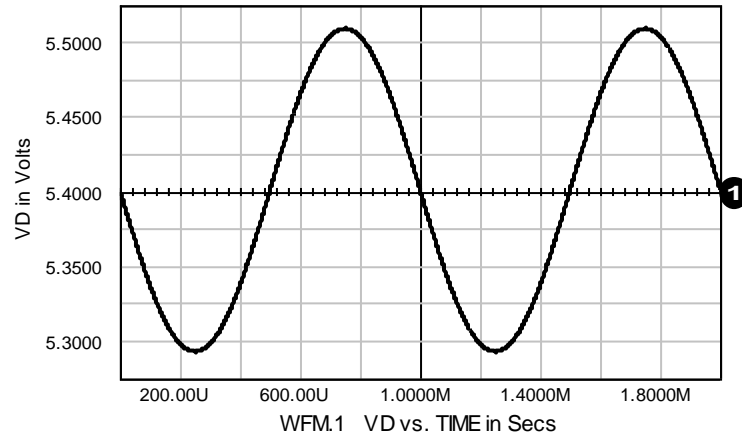


Fig. 4.17. Aplicația 4.3. Forma de undă pentru v_D .

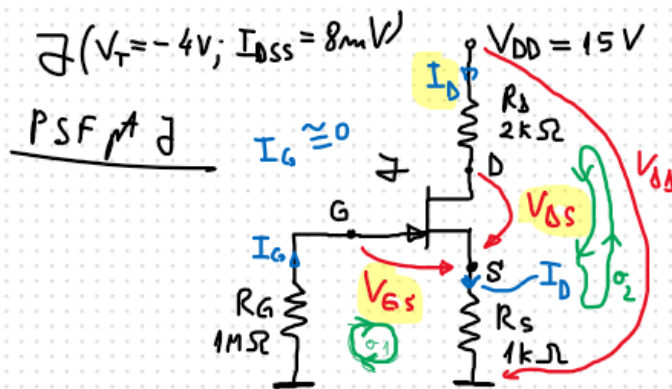
În relația anterioară s-a neglijat r_{ds} (de ordinul zecilor de $k\Omega$) în raport cu R_D .
Rezistența de intrare este:

$$R_i = \frac{v_i}{i_i} = \frac{v_g}{i_{R_G}} = R_G = 10 \text{ M}\Omega$$

f) Tensiunea variabilă v_d este de fapt v_o . Rezultă că:

$$v_D = V_D + v_d = V_{DD} - R_D \cdot I_D + v_o = 12 - 3,3 \cdot 2 + a_v \cdot v_g = 5,4 - 10,82 \cdot 0,01 \cdot \sin \omega t = 5,4 - 0,1082 \cdot \sin \omega t$$

În fig. 4.17 este ilustrată forma de undă pentru v_D , obținută prin simularea în SPICE a circuitului din fig. 4.16a. S-a ales frecvența semnalului de intrare $f = 1 \text{ kHz}$ (corespunzătoare unei perioade $T = 1 \text{ ms}$).



Ec. de dispozitiv

$$I_D = I_{DSS} \left(1 - \frac{V_{GS}}{V_T}\right)^2 \quad (1)$$

Ec. de circuit

$$\text{TKT}(V_G): R_G \cdot I_G + V_{GS} + R_S \cdot I_D = 0 \quad (2)$$

$$\text{TKT}(V_D): -V_{DD} + R_D \cdot I_D + V_{DS} + R_S \cdot I_D = 0 \quad (3)$$

$$(2) \quad I_D = -\frac{V_{GS}}{R_S} \rightarrow (1)$$

$$-\frac{V_{GS}}{R_S} = I_{DSS} \left(1 - \frac{V_{GS}}{V_T}\right)^2$$

$$\Rightarrow -V_{GS} = 8 \left(1 + \frac{V_{GS}}{4}\right)^2$$

$$-V_{GS} = 8 \left(1 + \frac{V_{GS}}{2} + \frac{V_{GS}^2}{16}\right) \quad | \cdot 2$$

$$V_{GS}^2 + 8V_{GS} + 16 = 0$$

$$\Delta = 100 - 64 = 36 = 6^2$$

$$V_{GS_{1,2}} = \frac{-10 \pm 6}{2} \quad \begin{cases} -8V \\ -2 \end{cases}$$

$$I_D = -\frac{V_{GS}}{R_S} = -\frac{-2V}{1k\Omega} = 2mA$$

$$(3) \Rightarrow V_{DS} = V_{DD} - (R_S + R_D) I_D = 15 - (1+2)2 = 9V$$

$$\zeta(V_{GS} = -2V; V_{DS} = 9V; I_D = 2mA)$$

$$V_{DS, \text{net}} = V_{GS} - V_T = -2 - (-4) = 2V$$

$$V_{DS} = 9V > V_{DS, \text{net}} \Rightarrow \zeta \text{ in RA}$$

Sch. c. a.

$J(V_T = -4V; I_{DSS} = 8mA)$
 $C_1, C_2, C_3 \rightarrow C\infty$

a) PSF

$J(V_{GS} = -2V; I_D = 2mA, V_{DS} = 9V)$

b) $g_m = ?$ (pentru pt. J)

$$I_D = I_{DSS} \left(1 - \frac{V_{GS}}{V_T}\right)^2$$

$$g_m = \left. \frac{\partial I_D}{\partial V_{GS}} \right|_{PSF} = \frac{2 \cdot I_{DSS}}{-V_T} \left(1 - \frac{V_{GS}}{V_T}\right)$$

$$g_m = \frac{2 \cdot 8}{-(-4)} \left(1 - \frac{-2}{-4}\right) = 2 \text{ mA/V}$$

c) Sch. c. a. → c. a.

d) Sch. echivalentă la punctul nic, frec. medii

e) $a_v = \frac{v_o}{v_i}$

$$v_i = v_{gs} \quad v_o = -g_m v_{gs} \cdot R_D$$

$$a_v = \frac{-g_m v_{gs} \cdot R_D}{v_{gs}} = -g_m \cdot R_D =$$

$$= -2 \frac{\text{mA}}{\text{V}} \cdot 2 \text{ k}\Omega = -4$$

$$\frac{1 \text{ mA}}{\text{V}} \cdot 1 \text{ k}\Omega = 1 \cdot 10^{-3} \frac{\text{A}}{\text{V}} \cdot 1 \cdot 10^3 \frac{\text{V}}{\text{A}} = 1$$

$$U = R \cdot I, R = \frac{U}{I}, [R] = \frac{[U]}{[I]}$$

$$1 \Omega = \frac{1 \text{ V}}{1 \text{ A}}$$

4.2. Tranzistorul cu efect de câmp metal-oxid-semiconductor (TEC-MOS)

4.2.1. Introducere. Structuri, simboluri și notații ale TEC-MOS

TEC-MOS este un dispozitiv electronic ce se bazează pe **conducția curentului electric la suprafața semiconductorului**. Uneori este denumit și TEC-MIS (metal-izolator-semiconductor). Poarta este din aluminiu (metal – M) sau polisiliciu, izolatorul este un strat subțire de oxid de siliciu (oxid – O) obținut prin oxidarea termică a semiconductorului, iar restul este din siliciu (semiconductor – S). Această structură a determinat denumirea MOS pentru acest dispozitiv, iar „efectul de câmp” se datorează faptului că, așa cum se va arăta ulterior, conducția în tranzistorul MOS este controlată de un câmp electric extern.

TEC-MOS se remarcă prin:

- impedanță de intrare foarte mare;**
- câștig în tensiune mediu-mare;**
- consum mic de putere;**
- dimensiuni mici** (se pot realiza milioane de dispozitive pe un chip în microprocesoare, la TB numărul dispozitivelor pe chip fiind mai mic cu unul până la două ordine de mărime).

Consumul mic de putere și dimensiunile mici pentru TEC-MOS reprezintă avantaje majore pentru realizarea de circuite digitale. În momentul de față TEC-MOS este predominant și în circuitele analogice.

Deși poarta nu se mai realizează actual din aluminiu ci din polisiliciu, totuși acronimul TEC-MOS s-a păstrat.

Clasificarea TEC-MOS

Există două tipuri uzuale de tranzistoare **TEC-MOS**, clasificate după modul de operare:

- cu canal **inițial** (n sau p);
- cu canal **indus** (n sau p).

Structuri, simboluri și notații ale TEC-MOS

În TEC-MOS, conducția se realizează la suprafața substratului de siliciu, între două zone cu tip de conducție diferit de tipul substratului (de exemplu, dacă substratul este de tip p, atunci conducția se realizează între două zone de tip n). Cele două zone se numesc sursă (S) și drenă (D). Pentru ca între D și S să apară conducție electrică este necesar să se inducă un canal de același tip cu S și D, de către un câmp electric aplicat între poartă și substrat. În fig. 4.18 este ilustrată structura unui TEC-MOS cu canal n indus. Dacă se schimbă tipul zonelor semiconductoare din n în p și invers, atunci se obține un TEC-MOS cu canal p indus. Pentru dimensiunile canalului s-au făcut următoarele notații:

L – lungimea canalului;

W – lățimea canalului.

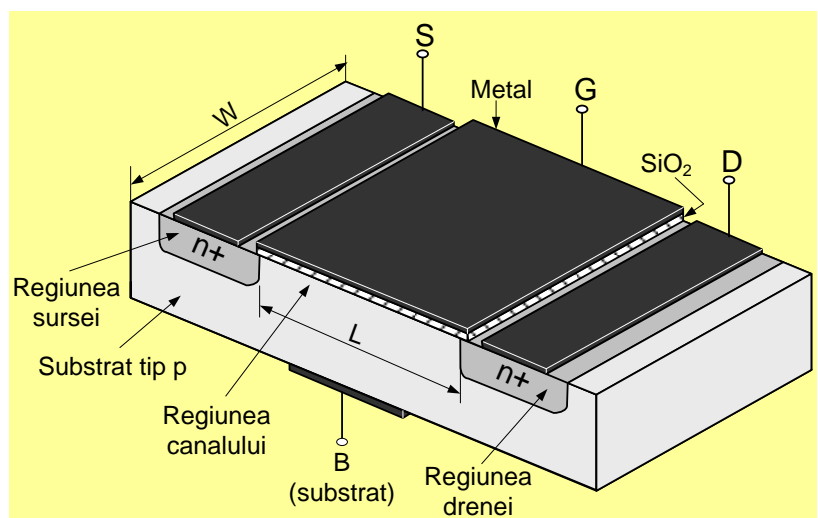


Fig. 4.18. Structura unui TEC-MOS cu canal n indus.

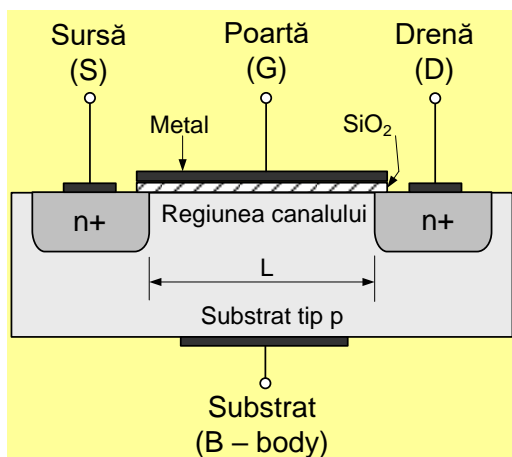


Fig. 4.19. Secțiune prin TEC-MOS cu canal n indus.

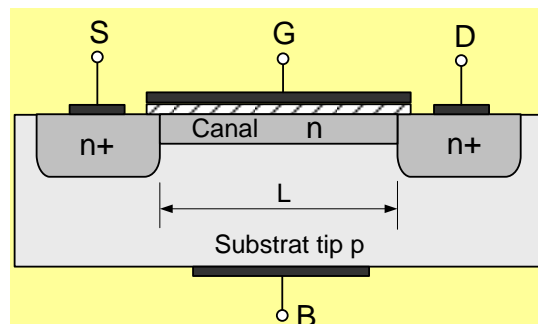


Fig. 4.20. Secțiune prin TEC-MOS cu canal n inițial.

În fig. 4.19 este prezentată o secțiune printr-un TEC-MOS cu canal n indus. Substratul este de tip p și este slab dopat. Regiunea sursei și cea a drenei sunt de tip n (același tip cu cel al canalului) și sunt puternic dopate (n+). Stratul de SiO₂ formează un foarte bun izolator între poartă și celelalte regiuni ale dispozitivului.

TEC-MOS cu canal inițial permit conducția curentului electric și pentru $V_{GS} = 0$. În fig. 4.20 este prezentată secțiunea printr-un TEC-MOS cu canal n inițial. Aplicarea unei tensiuni V_{GS} va determina modificarea înălțimii canalului inițial în funcție de polaritatea acesteia.

Simbolurile și notațiile pentru TEC-MOS cu canal indus și cu canal inițial sunt ilustrate în fig. 4.21. Ca și la TEC-J, curentul de poartă este:

$$i_G = 0 \Rightarrow i_D = i_S$$

astfel că prin dispozitiv va circula un singur curent, i_D . Dispozitivele MOS discrete au borna de substrat (B) conectată la sursă, astfel că sunt accesibile numai trei borne.

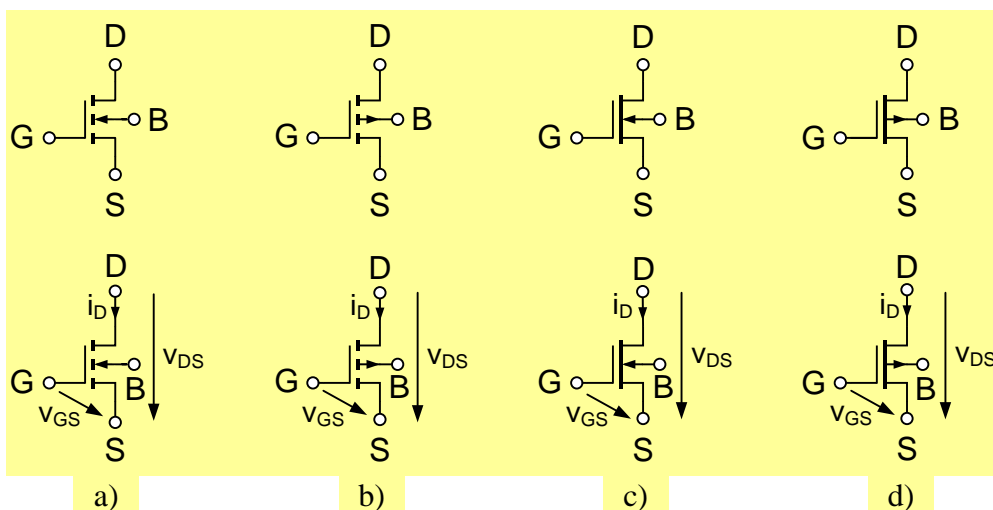


Fig. 4.21. TEC-MOS – simboluri și notații; a) canal n indus; b) canal p indus; c) canal n inițial; d) canal p inițial.

Cârpăcitorul MOS (14.11.2022)

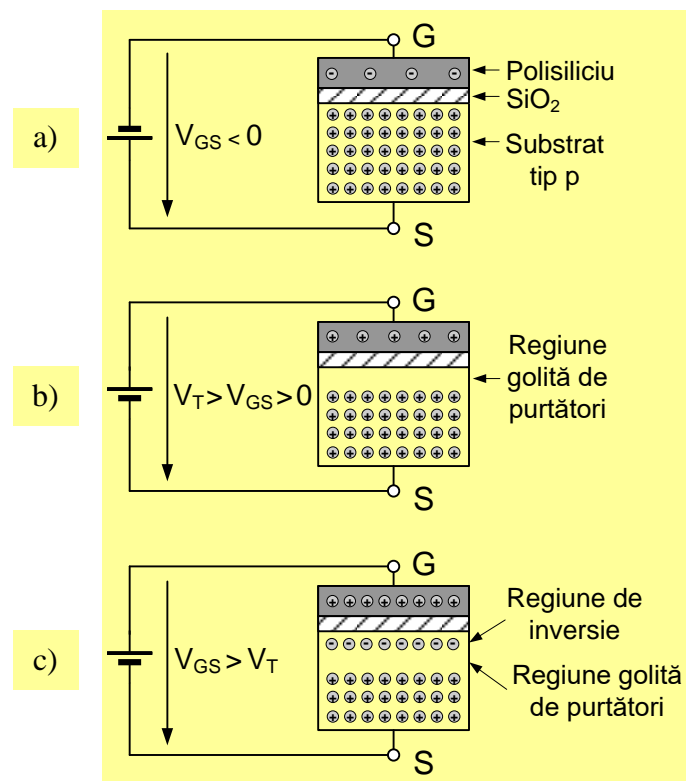


Fig. 4.22. Distribuția purtătorilor mobili de sarcină în capacitorul MOS, pentru diferite tensiuni de polarizare: a) $V_{GS} < 0$; b) $V_T > V_{GS} > 0$; c) $V_{GS} > V_T$.

O secțiune verticală prin regiunea porții TEC-MOS permite o descriere calitativă a fenomenelor care au loc în dispozitiv. În fig. 4.22 este reprezentat capacitorul MOS rezultat din această secționare a unui TEC-MOS cu canal n indus.

Pentru o tensiune $V_{GS} < 0$, fig. 4.22a, sub stratul de oxid vor predomina golurile (purtătorii mobili de sarcină pozitivi), conducția în dispozitiv rămânând neschimbată, deoarece nu există canal de conducție între D și S. Dispozitivul se comportă ca două diode înseriate cu anozii conectați împreună – ambele diode fiind polarizate invers.

Dacă tensiunea dintre poartă și substrat respectă relația: $V_T > V_{GS} > 0$, fig. 4.23b, atunci sub stratul de oxid de siliciu se obține o regiune golită de purtători, care nu permite conducția curentului electric.

Pentru $V_{GS} > V_T$, în care V_T se mai numește și tensiune de prag, se produce sub stratul de oxid de siliciu o inversie de purtători, adică se obține o regiune în care semiconductorul este de tip n (purtătorii mobili de sarcină sunt electronii). Crearea acestei zone între D și S permite conducția curentului electric între D și S. Deoarece canalul de conducție a curentului electric este rezultatul apariției câmpului electric extern în regiunea de semiconductor aflată sub poartă (câmpul electric este rezultatul aplicării tensiunii V_{GS}) se spune că s-a indus canalul n în TEC-MOS.

4.2.2. Caracteristicile statice și regimurile de lucru

Caracteristicile statice ale TEC-MOS cu canal n indus

În fig. 4.23c,d sunt ilustrate caracteristicile acestui tip de dispozitiv, împreună cu notațiile folosite – fig. 4.23a – și modul de polarizare - fig. 4.23b.

Canalul reprezentat în fig. 4.23b apare pentru $V_{GS} > V_T$.

Pentru ca TEC-MOS cu canal n indus să funcționeze în regim activ (în amplificatoare de semnal), acesta trebuie polarizat astfel încât: $V_{GS} > V_T > 0$ și $V_{DS} > V_{DS,sat} > 0$.

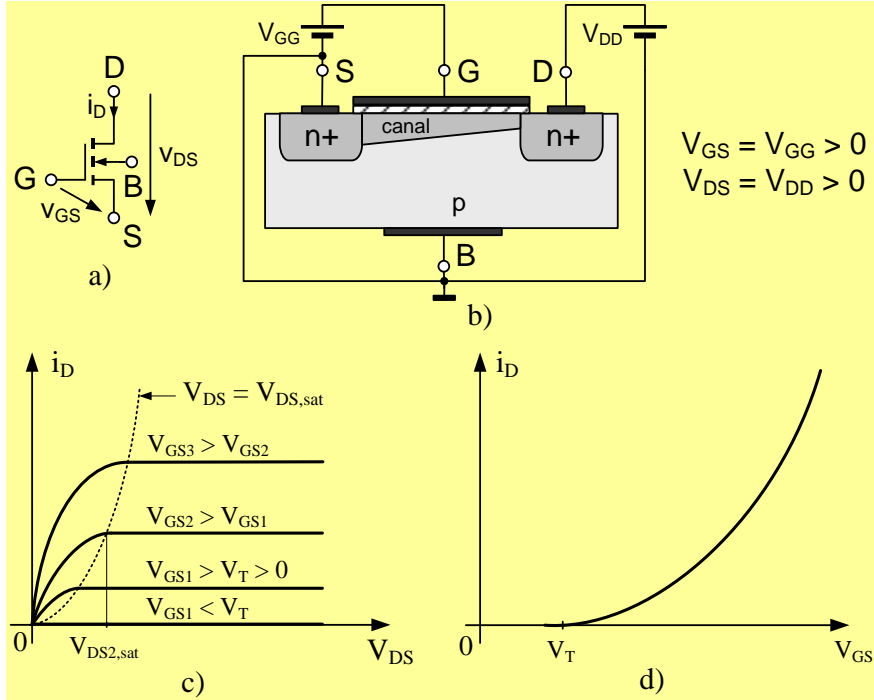


Fig. 4.23. TEC-MOS cu canal n indus: a) notații; b) polarizare; c) caracteristică de ieșire; d) caracteristică de transfer.

Caracteristicile statice ale TEC-MOS cu canal p indus

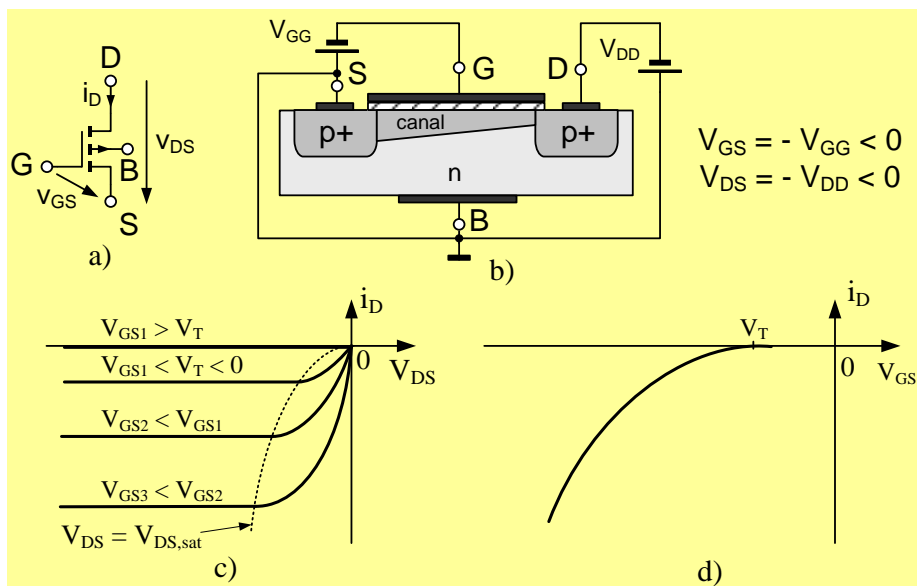
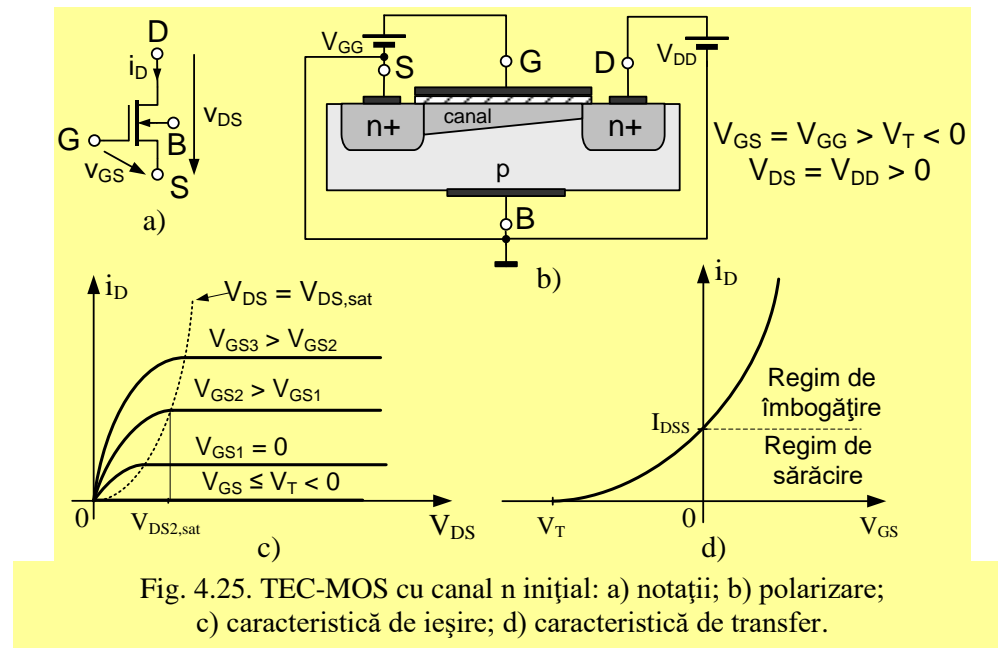
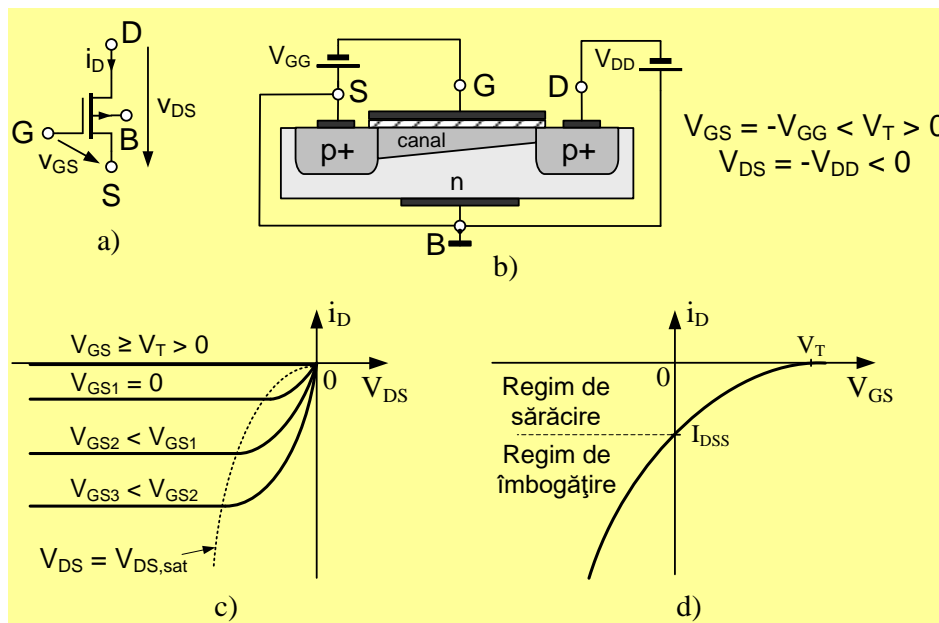


Fig. 4.24. TEC-MOS cu canal p indus: a) notații; b) polarizare; c) caracteristică de ieșire; d) caracteristică de transfer.

Caracteristicile statice ale TEC-MOS cu canal n inițial



Caracteristicile statice ale TEC-MOS cu canal p inițial



Regimurile de lucru

TEC-MOS are 3 regimuri de lucru [8]:

- a) regimul de **tăiere**;
- b) regimul de **triodă** (o zonă liniară + o zonă neliniară);
- c) regimul **activ** (sau de **saturație**).

În circuitele digitale, dispozitivele MOS pot trece prin toate cele 3 regimuri. În circuitele analogice, cum ar fi amplificatoarele, se utilizează în special regiunea activă.

În regimul (regiunea) de tăiere $I_D = 0$.

În regimul (regiunea) de triodă

$$I_D \neq 0 \text{ și } i_D = i_D(v_{GS}, v_{DS}),$$

dependența curentului i_D fiind puternică față de ambele tensiuni. Această regiune se mai numește și regiune ohmică.

În regiunea activă i_D depinde foarte slab de tensiunea v_{DS} .

$$I_D \neq 0 \text{ și } i_D \approx i_D(v_{GS}),$$

Descrierea matematică a caracteristicilor statice ale TEC-MOS cu canal n indus, în regiunea activă (de saturație)

La limita dintre regiunea de triodă și regiunea activă, tensiunea drenă – sursă are expresia:

$$V_{DS} = V_{DS,sat} = V_{GS} - V_T$$

Curentul de drenă este:

$$I_D = \beta \cdot (V_{GS} - V_T)^2, \quad \text{pentru } V_{GS} > V_T \text{ și } V_{DS} = V_{DS,sat} \quad (4.7)$$

Ținând cont și de slaba dependență a curentului i_D de v_{DS} , în regiunea activă, **caracteristica TEC-MOS cu canal n indus** este descrisă matematic de relația:

$$I_D = \beta \cdot (V_{GS} - V_T)^2 [1 + \lambda(V_{DS} - V_{DS,sat})], \text{ pt. } V_{GS} > V_T \text{ și } V_{DS} \geq V_{DS,sat} \quad (4.8)$$

unde λ este factorul de modulație a lungimii canalului.

Cel mai adesea însă se utilizează relația (5.7) pentru întreaga zonă activă a TEC-MOS.

Pentru **TEC-MOS cu canal p indus**, este valabilă relația (5.8), cu următoarele amendamente: $\beta < 0$, $V_{GS} < V_T$ și $V_{DS} \leq V_{DS,sat}$.

Pentru **TEC-MOS cu canal n inițial**, în regiunea activă se utilizează o relație similară cu cea de la TEC-J cu canal n:

$$I_D = I_{DSS} \left(1 - \frac{V_{GS}}{V_T} \right)^2 [1 + \lambda(V_{DS} - V_{DS,sat})] \text{ pt. } V_{GS} > V_T \text{ și } V_{DS} \geq V_{DS,sat} \quad (4.9)$$

Pentru **TEC-MOS cu canal p inițial** este valabilă relația (4.9) cu următoarele amendamente: $I_{DSS} < 0$, $V_{GS} < V_T$ și $V_{DS} \leq V_{DS,sat}$.

Aplicația 4.5 (18.11.2024)

Pentru circuitul din fig. 4.27 **se cunoaște**: T ($\beta = 1 \text{ mA/V}^2$, $V_T = 1 \text{ V}$, $\lambda = 0$).
Se cere să se determine PSF-ul și regimul de funcționare pentru T .

Rezolvare

$$V_G = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot V_{DD}$$

$$-V_G + V_{GS} + R_S \cdot I_D = 0$$

$$I_D = \beta \cdot (V_{GS} - V_T)^2$$

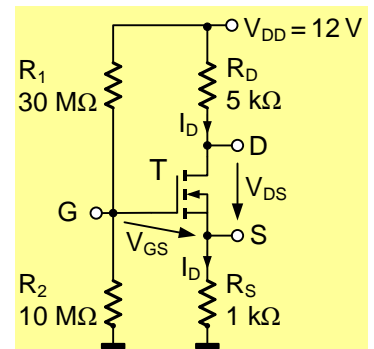


Fig.4.27. Aplicația 4.5.

$$V_{DD} = V_{DS} + (R_D + R_S) \cdot I_D$$

$$V_{DS,sat} = V_{GS} - V_T$$

Rezolvarea sistemului de ecuații conduce la următoarele rezultate:

T ($V_{GS} = 2 \text{ V}$, $V_{DS} = 6 \text{ V}$, $I_D = 1 \text{ mA}$), $V_{DS,sat} = 1 \text{ V} < V_{DS} = 6 \text{ V}$.

Rezultă că T este în regiunea activă (de saturație).

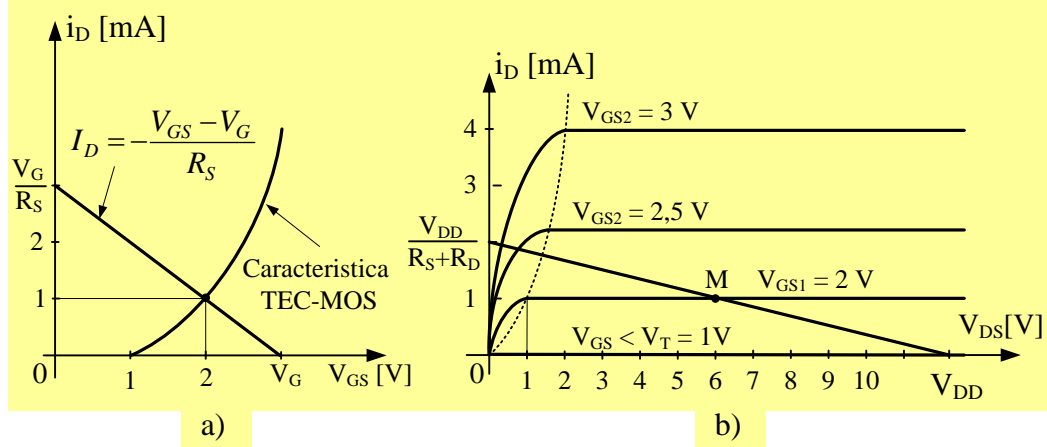


Fig. 4.28. Determinarea grafică a PSF-ului pentru TEC-MOS din circuitul din fig. 4.27: a) pe caracteristica de transfer și b) pe caracteristica de ieșire.

4.2.3. Polarizarea TEC-MOS

O modalitate de polarizare pentru TEC-MOS cu canal n indus este ilustrată în fig. 4.27. Pentru determinarea grafică a PSF-ului pentru T sunt necesare următoarele relații:

$$V_G = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot V_{DD}$$

$$V_{GS} = V_G - R_S \cdot I_D$$

$$I_D = \beta \cdot (V_{GS} - V_T)^2 \text{ pt. } V_{GS} > V_T$$

În fig. 4.28a s-au reprezentat grafic ultimele două ecuații: pentru dreapta de sarcină și pentru caracteristica de transfer a TEC-MOS, din intersecția lor rezultând: $I_D = 1 \text{ mA}$ și $V_{GS} = 2 \text{ V}$ (s-au folosit datele din aplicația 4.5).

Aplicația 4.6

În circuitul din fig. 4.29 se cunoaște: T ($I_{DSS} = 0,5 \text{ mA}$, $V_T = -1 \text{ V}$, $\lambda = 0$).

Se cere să se determine PSF-ul și regimul de funcționare pentru T.

Rezolvare

$$V_G = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot V_{DD}$$

$$-V_G + V_{GS} + R_S \cdot I_D = 0$$

$$I_D = I_{DSS} \left(1 - \frac{V_{GS}}{V_T} \right)^2$$

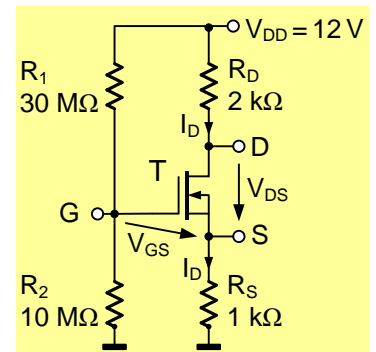


Fig. 4.29. Circuit pentru polarizarea TEC-MOS cu canal n inițial.

$$V_{DD} = V_{DS} + (R_D + R_S) \cdot I_D$$

$$V_{DS,sat} = V_{GS} - V_T$$

Rezolvarea sistemului de ecuații conduce la următoarele rezultate:

T ($V_{GS} = 1 \text{ V}$, $V_{DS} = 6 \text{ V}$, $I_D = 2 \text{ mA}$), $V_{DS,sat} = 2 \text{ V} < V_{DS} = 6 \text{ V}$. Rezultă că T este în regiunea activă (de saturație).

Folosind relațiile scrise pentru aplicația 4.6, în fig. 4.30 s-a ilustrat metoda grafică de determinare a PSF-ului pentru TEC-MOS cu canal n inițial. S-au folosit datele din aplicația 4.6. Se observă că punctul M este aproximativ în zona centrală pe dreapta de sarcină. Totuși este mai aproape de regiunea de triodă și pentru o polarizare optimă ar trebui fie scăzut potențialul V_G , fie scăzută valoarea rezistenței R_D , sau a rezistenței R_S .

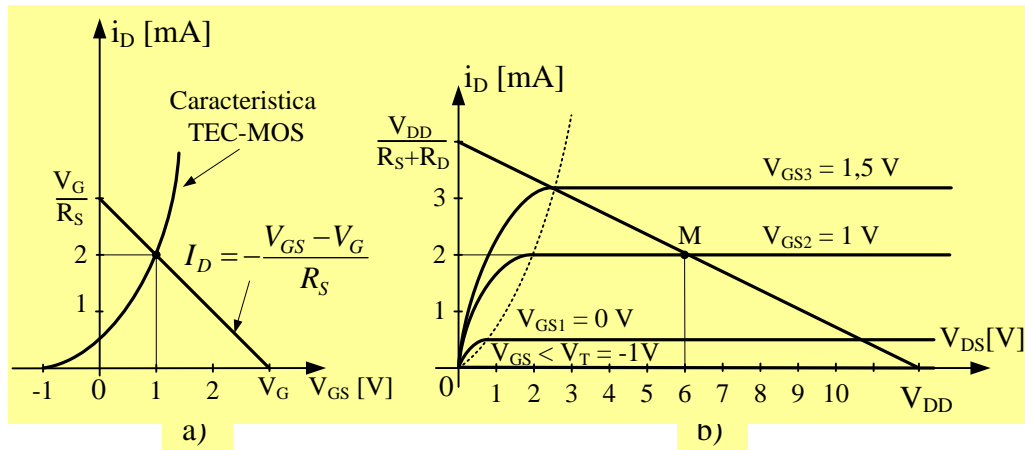


Fig. 4.30. Determinarea grafică a PSF-ului pentru TEC-MOS din circuitul din fig. 4.29: a) pe caracteristica de transfer și b) pe caracteristica de ieșire.

Aplicația 4.7

În circuitul din fig. 4.31 **se cunoaște**: $T(\beta = 1 \text{ mA/V}^2, V_T = 1 \text{ V}$ și $\lambda = 0$).

Se cere să se determine PSF-ul pentru T și regimul de funcționare.

Rezolvare

$$I_G = 0, \quad V_{DS} = R_1 \cdot I_G + V_{GS}$$

$$V_{DD} = R_D \cdot I_D + V_{DS}, \quad I_D = \beta \cdot (V_{GS} - V_T)^2$$

$$V_{DS,sat} = V_{GS} - V_T$$

Rezolvarea sistemului de ecuații conduce la următoarele rezultate:

T ($V_{GS} = 3 \text{ V}$, $V_{DS} = 3 \text{ V}$, $I_D = 4 \text{ mA}$), $V_{DS,sat} = 2 \text{ V} < V_{DS} = 3 \text{ V}$.

Rezultă că T este în regiunea activă (de saturație).

Observație: Deoarece $V_{GS} = V_{DS}$, excursia maximă a tensiunii de ieșire către regiunea de triodă este independentă de circuitul de polarizare:

$$V_{DS} - V_{DS,sat} = V_{GS} - V_{GS} + V_T = V_T$$

Ca urmare, acest tip de polarizare este recomandat pentru circuite cu tensiuni mici de alimentare sau pentru TEC-MOS cu V_T suficient de mare.

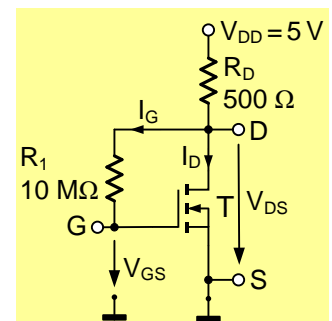


Fig. 4.31. Circuit pentru polarizarea TEC-MOS cu canal n indus.

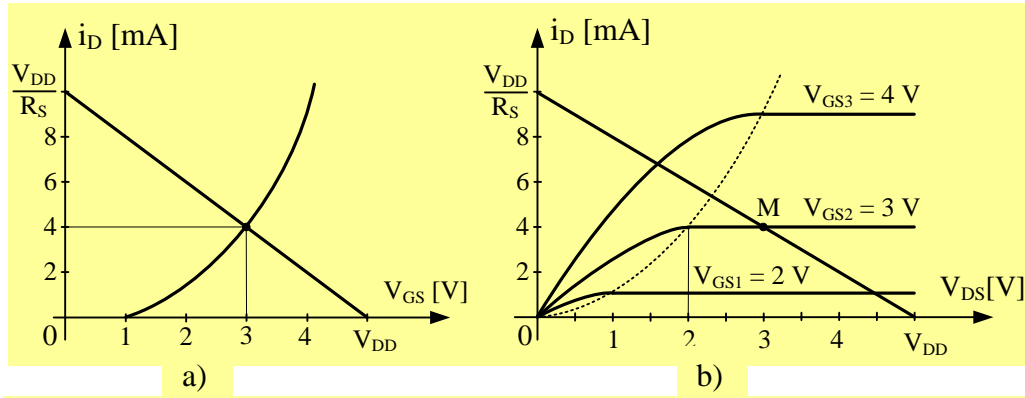


Fig. 4.32. Determinarea grafică a PSF-ului pentru TEC-MOS din circuitul din fig. 4.31: a) pe caracteristica de transfer și b) pe caracteristica de ieșire.

În fig. 4.32 este ilustrată determinarea grafică a PSF-ului pentru circuitul din fig. 4.31. S-au utilizat datele din aplicația 4.7. Se observă că excursia de tensiune pe dreapta de sarcină, fig. 4.32b, către regiunea de triodă este chiar mai mică decât V_T , ceea ce reprezintă un dezavantaj al acestei variante de polarizare a TEC-MOS.

4.2.4. Modelarea TEC-MOS în curent alternativ, la semnal mic Circuitul echivalent la joasă și medie frecvență

Ca și la TEC-J, curentul i_D depinde atât de v_{GS} cât și de v_{DS} .

$$i_D = i_D(v_{GS}, v_{DS})$$

De asemenea, componenta variabilă a curentului de drenă se poate exprima astfel:

$$d i_D = \frac{\partial i_D}{\partial v_{GS}} \cdot d v_{GS} + \frac{\partial i_D}{\partial v_{DS}} \cdot d v_{DS}$$

Se fac aceleași notații ca la TEC-J:

$$g_m = \frac{\partial i_D}{\partial v_{GS}} \quad \text{și} \quad g_{ds} = \frac{\partial i_D}{\partial v_{DS}} = \frac{1}{r_{ds}}$$

unde g_m este panta (transconductanța), iar g_{ds} este conductanța TEC-MOS.

Pentru **TEC-MOS cu canal indus** se utilizează relația (4.8), valabilă în regiunea activă:

$$i_D = \beta \cdot (v_{GS} - V_T)^2 [1 + \lambda(v_{DS} - V_{DS,sat})]$$

Rezultă:

$$g_m = \left. \frac{\partial i_D}{\partial v_{GS}} \right|_{v_{DS}=cst.} = 2 \cdot \beta \cdot (V_{GS} - V_T) [1 + \lambda \cdot (V_{DS} - V_{DS,sat})] = \frac{2 \cdot I_D}{V_{GS} - V_T} \quad (4.10)$$

$$r_{ds} = \left. \frac{1}{\frac{\partial i_D}{\partial v_{DS}}} \right|_{v_{GS}=cst.} = \frac{1}{\lambda \cdot \beta \cdot (V_{GS} - V_T)^2} \cong \frac{1}{\lambda \cdot I_D} \quad (4.11)$$

Pentru **TEC-MOS cu canal inițial** se utilizează relația (5.9), valabilă în regiunea activă:

$$i_D = I_{DSS} \left(1 - \frac{v_{GS}}{V_T} \right)^2 [1 + \lambda(v_{DS} - V_{DS,sat})]$$

Rezultă:

$$g_m = \left. \frac{\partial i_D}{\partial v_{GS}} \right|_{v_{DS}=cst.} = 2 \frac{I_{DSS}}{-V_T} \left(1 - \frac{V_{GS}}{V_T} \right) [1 + \lambda \cdot (V_{DS} - V_{DS,sat})] = \frac{2 \cdot I_D}{V_{GS} - V_T} \quad (4.12)$$

$$r_{ds} = \frac{1}{\lambda \cdot I_{DSS} \cdot \left(1 - \frac{V_{GS}}{V_T}\right)^2} \cong \frac{1}{\lambda \cdot I_D}$$

(4.13)

Circuitul echivalent al TEC-MOS în c.a. la semnal mic, la joasă și medie frecvență este același cu cel ilustrat pentru TEC-J în fig. 4.14. Parametrii acestuia se calculează cu relațiile (4.10) și (4.11) pentru TEC-MOS cu canal indus și cu relațiile (4.12) și (4.13) pentru TEC-MOS cu canal inițial.

Aplicația 4.8

Pentru circuitul din fig. 4.33 se cunoaște: T ($\beta = 1 \text{ mA/V}^2$, $V_T = 1 \text{ V}$ și $\lambda = 0$) și C_1, C_2, C_3 sunt C_∞ .

Se cere:

- Să se determine PSF-ul pentru T și regimul de funcționare;
- Parametrii dinamici pentru T ;
- Schema de curent alternativ;
- Schema echivalentă la semnal mic, frecvențe medii;
- Amplificarea în tensiune și rezistența de intrare.

Rezolvare

a) PSF-ul și regimul de funcționare au fost determinate în aplicația 4.5:

T ($V_{GS} = 2 \text{ V}$, $V_{DS} = 6 \text{ V}$, $I_D = 1 \text{ mA}$), $V_{DS,sat} = 1 \text{ V} < V_{DS} = 6 \text{ V}$. T este în regiunea activă (de saturație).

b) Parametrii dinamici se determină cu relațiile (4.10) și (4.11):

$$g_m = 2 \cdot \beta \cdot (V_{GS} - V_T) = 2 \cdot 1 \cdot (2 - 1) = 2 \text{ mA/V}$$

$$r_{ds} = \frac{1}{\lambda \cdot I_D} \rightarrow \infty \text{ deoarece } \lambda = 0.$$

c), d) Schema de c.a. și schema echivalentă la semnal mic, frecvențe medii sunt ilustrate în fig. 4.34a, respectiv 4.34b.

e) Pentru schema din fig. 4.34b se pot scrie următoarele ecuații:

$$v_{gs} = v_i, \quad r_{ds} \rightarrow \infty$$

$$v_o = -g_m \cdot v_{gs} \cdot (r_{ds} \parallel R_D \parallel R_L)$$

Se obține amplificarea în tensiune, respectiv rezistența de intrare:

$$a_v = \frac{v_o}{v_i} = -g_m \cdot (R_D \parallel R_L) = -2 \frac{5 \cdot 5}{5 + 5} = -5$$

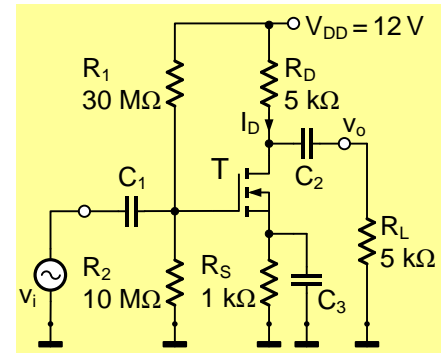


Fig. 4.33. Aplicația 4.8.

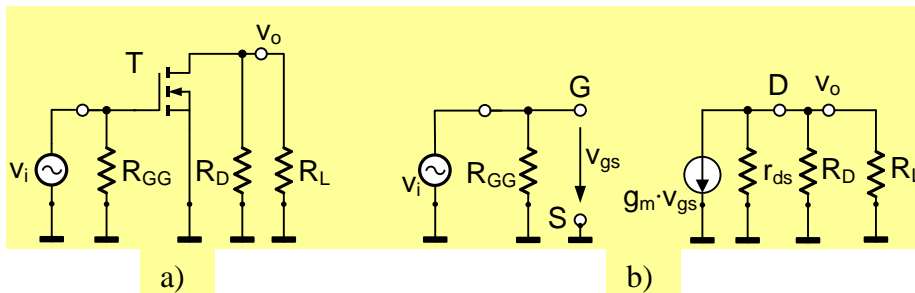


Fig. 4.34. Aplicația 4.8: a) schema de c. a.; b) schema echivalentă la semnal mic, frecvențe medii.

$$R_i = \frac{v_i}{i_i} = R_{GG} = R_1 \parallel R_2 = 7,5 M\Omega$$

Aplicația 4.9 (21.11.2022)

Pentru circuitul din fig. 4.35 se cunoaște: T ($V_T = 0,8$ V), C_1 , și C_2 sunt C_∞ . Pentru $I_{D1} = 100$ μ A s-au măsurat $g_{m1} = 2$ mA/V și $r_{ds1} = 180$ k Ω .

Se cere:

- $R_1 = ?$ astfel încât $V_{DS} = 6$ V;
- Parametrii dinamici în PSF;
- Amplificarea în tensiune și rezistența de intrare la frecvențe medii.

Rezolvare

$$I_{D2} = \frac{V_{DD} - V_D}{R_D}, \quad I_D = \beta \cdot (V_{GS} - V_T)^2$$

$$g_m = 2 \cdot \beta \cdot (V_{GS} - V_T)$$

$$V_{GS} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot V_{DD}$$

$$r_{ds} = \frac{1}{\lambda \cdot I_D}$$

Rezultă:

$$I_{D2} = \frac{V_{DD} - V_D}{R_D} = \frac{10 - 6}{5} = 0,8 \text{ mA}$$

$$\beta = \frac{g_{m1}^2}{4 \cdot I_{D1}} = \frac{2^2}{4 \cdot 0,1} = 10 \text{ mA/V}^2$$

$$V_{GS} = V_T + \sqrt{\frac{I_D}{\beta}} = 0,8 + \sqrt{\frac{0,8}{10}} = 1,0828 \text{ V}$$

$$\text{a) } R_1 = \frac{V_{DD}}{V_{GS}} \cdot R_2 - R_2 = \frac{10}{1,0828} \cdot 100 - 100 = 823,5 \text{ k}\Omega, \text{ aleg } R_1 = 820 \text{ k}\Omega$$

$$\text{b) } g_{m2} = 2 \cdot \beta \cdot (V_{GS} - V_T) = 2 \cdot 10 \cdot (1,086 - 0,8) = 5,72 \text{ mA/V}$$

$$r_{ds2} = \frac{r_{ds1} \cdot I_{D1}}{I_{D2}} = \frac{180 \cdot 0,1}{0,8} = 22,5 \text{ k}\Omega$$

c) T este în conexiunea sursă comună (SC), ca și în aplicația 4.8, ca urmare amplificarea în tensiune și rezistența de intrare la frecvențe medii sunt:

$$a_v = \frac{v_o}{v_i} = -g_{m2} \cdot (r_{ds2} \parallel R_D \parallel R_L) = -g_{m2} \cdot \frac{1}{\frac{1}{r_{ds2}} + \frac{1}{R_D} + \frac{1}{R_L}} = -12,87$$

$$R_i = R_1 \parallel R_2 = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{100 \cdot 820}{100 + 820} = 89,13 \cong 89 \text{ k}\Omega$$

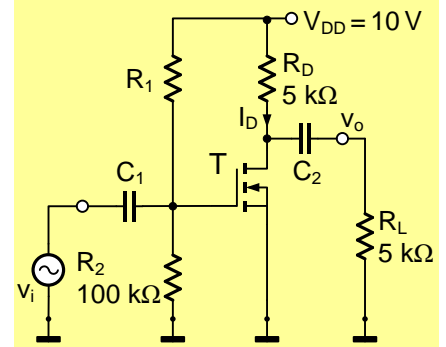


Fig. 4.35. Aplicația 4.9.

Modelarea TEC-MOS la înaltă frecvență

Circuitul echivalent în c. a. al TEC-MOS, valabil la înaltă frecvență este prezentat în fig. 4.36. S-a avut în vedere că între fiecare pereche de borne și între borne și substrat există capacități parazite. Acestea sunt de două feluri:

- **capacități plan-paralele**, care constau în două materiale conductoare plane, separate de un dielectric și care sunt relativ independente de tensiunea aplicată la borne;
- **capacități asociate cu regiunile de sarcină spațială**, care sunt puternic dependente de tensiunea aplicată.

Ambele tipuri de capacități sunt funcție de dimensiune.

Capacitatea C_{gs} este în principal una plan paralelă în regiunea activă. Cea mai mare componentă a acestei capacități este între poartă și canalul indus.

Capacitatea C_{gd} este determinată în primul rând de capacitatea de suprapunere și se poate estima cu relația similară cu cea anterioară. Deși C_{gdov} este uzual mică, aceasta poate fi multiplicată prin efect Miller în conexiunea sursă comună, limitând frecvența superioară a amplificatorului.

Capacitatea C_{db} este constituită din capacitatea regiunii de sarcină spațială a joncțiunii drenă-substrat. Această joncțiune este polarizată invers. C_{db} include și capacitatea dintre drenă și regiunile mai puternic dopate ale dispozitivelor MOS adiacente. Aceste capacități depind de tensiuni dar și de ariile implicate.

Capacitatea C_{sb} este similară cu C_{db} exceptând faptul că C_{sb} include și capacitatea regiunii de sarcină spațială dintre sursă și substrat. **Componenta C_{sb} devine nesemnificativă când S și B sunt conectate la masă.** Capacitatea dintre canal și substrat este distribuită pe toată lungimea canalului.

Utilizarea modelului TEC-MOS pentru înaltă frecvență în analiza manuală a circuitelor electronice este laborioasă din cauza complexității capacităților parazite. În general se preferă utilizarea unui program de simulare bazat pe SPICE.

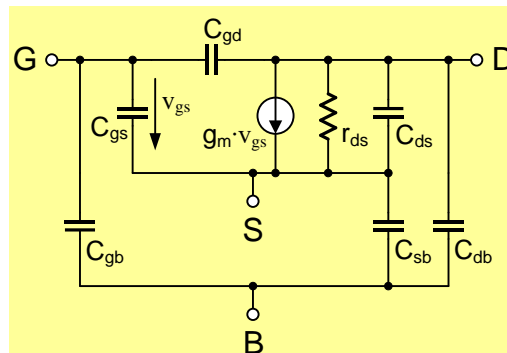


Fig. 4.36. Circuitul echivalent în c.a. al TEC-MOS, valabil la înaltă frecvență.

Probleme propuse

1. Determinați în ce regim (de sărăcire, de îmbogățire sau nici unul dintre acestea) este polarizat fiecare TEC-MOS cu canal inițial din fig. 4.37.

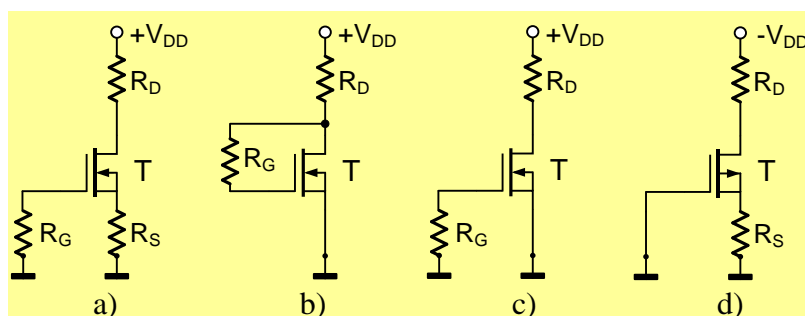


Fig. 4.37. Problema 1

2. Tranzistoarele TEC-MOS cu canal indus din fig. 4.38 au $|V_T| = 5$ V. Să se precizeze dacă $I_D = 0$ sau $I_D \neq 0$ (tranzistoarele sunt în conducție sau sunt blocate).

3. Să se determine V_{DS} pentru TEC-MOS cu canal inițial din fig. 4.39, dacă $I_{DSS} = 8$ mA.

4. Să se determine V_{GS} și V_{DS} pentru dispozitivele MOS din fig. 4.40.

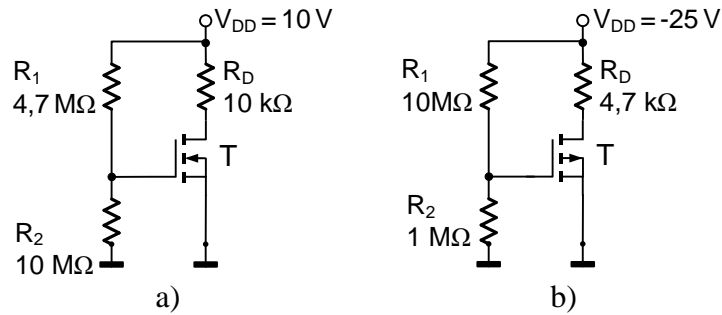


Fig. 4.38. Problema 2.

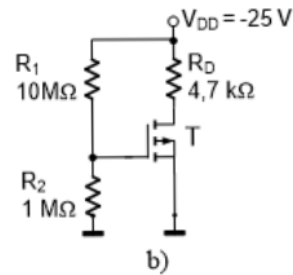
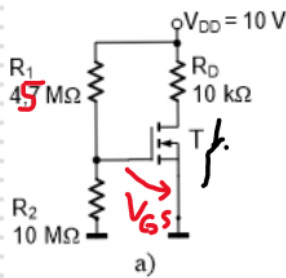
5. Pentru $T(V_T = 2 \text{ V})$ din fig. 4.41 se cunoaște că dacă $V_{GS1} = 4 \text{ V}$, atunci $I_{D1} = 200 \text{ mA}$ și $g_{m1} = 23 \text{ mA/V}$. Amplitudinea tensiunii de intrare este $V_i = 25 \text{ mV}$.

Se cere: a) $V_{GS} = ?$, $V_{DS} = ?$, $I_D = ?$.

Problema
propusă 2

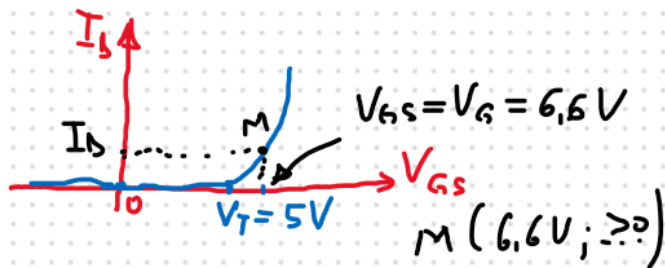
a) $V_T = 5 \text{ V}$

$I_D = 0$ a)
 $I_D \neq 0$ b)



$$V_{GS} = V_G$$

$$V_G = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot V_{DD} = \frac{10}{4.7 + 10} \cdot 10 = \frac{100}{14.7} = 6.8 \text{ V}$$



$\Rightarrow I_D \neq 0$

$\beta = \dots$

$$I_D = \beta (V_{GS} - V_T)^2$$

0.5 mA/V^2 \uparrow 5 V

$$I_D = 1 \text{ mA}$$

$$(V_{GS} - V_T)^2 = 2 \text{ V}^2$$

$$V_{GS} - V_T = \pm \sqrt{2} \text{ V}$$

$$V_{GS} = V_T + \sqrt{2} \text{ V} = \underline{\underline{6.41 \text{ V}}}$$

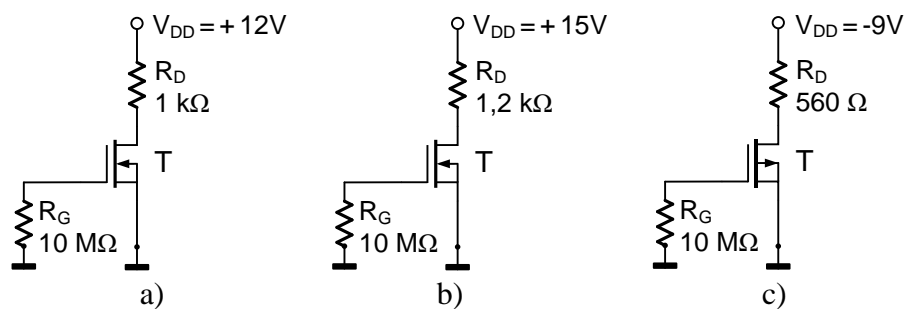


Fig. 4.39. Problema 3.

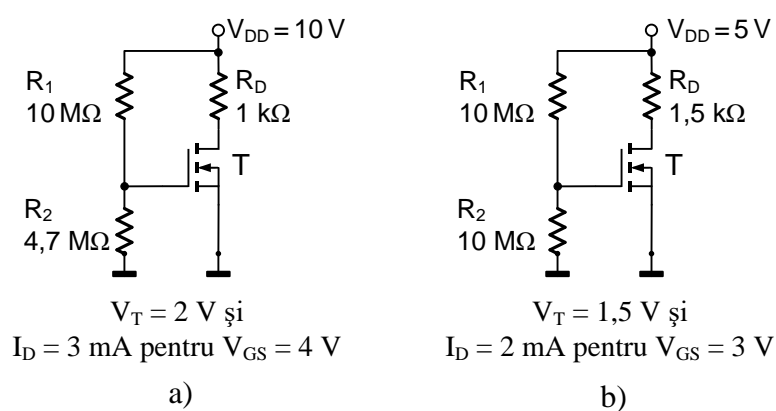


Fig. 4.40. Problema 4

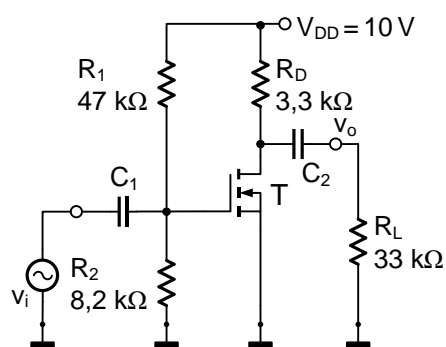


Fig. 4.41. Problema 5.