

Seminarul 1

Utilizarea teoremelor lui Kirchhoff la calculul circuitelor electrice

https://www.electronics-tutorials.ws/dccircuits/dcp_4.html

S1.1. Noțiuni teoretice

a) Legea lui Ohm

$$U = R \cdot I$$

$$[U] = \text{V(volt)}$$

$$[R] = \Omega(\text{ohm})$$

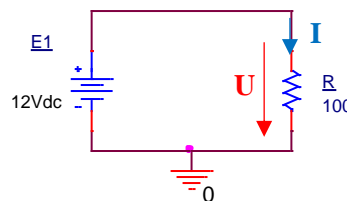
$$[I] = \text{A (amper)}$$

În acest circuit

$$E_1 = U$$

Se obține intensitatea curentului prin rezistor:

$$I = \frac{U}{R} = \frac{12\text{V}}{100\Omega} = 0,12\text{A} = 120\text{mA}$$



Nota: În electronică se tolerează denumirea “curentul **I**” în loc de “intensitatea curentului **I**”.

b) Teorema lui Kirchhoff pentru un ochi de circuit

Aceasta se mai numește și **teorema lui Kirchhoff pentru tensiuni** și o vom nota prescurtat **TKT**.

Enunț:

Într-un ochi de circuit, suma algebrică a tensiunilor electromotoare este egală cu suma algebrică a căderilor de tensiune.

Aplicarea acestei teoreme pe un circuit de curent continuu – c. c. conduce la o ecuație de forma:

$$\sum_{O_j} E = \sum_{O_j} R \cdot I \quad (\text{TKT})$$

c) Teorema lui Kirchhoff pentru un nod de circuit

Un nod de circuit se obține atunci când se conectează într-un punct mai mult de două laturi.

O latură este porțiunea de circuit dintre două noduri, prin care circulă un singur curent. O latură este formată dintr-un element de circuit sau din elemente de circuit în serie. Ca urmare, prin fiecare element de circuit al unei laturi circulă același curent.

Enunț:

Într-un nod de circuit, suma algebrică a curenților este zero.

$$\sum_{n_k} I = 0 \quad (\text{TKI})$$

d) Potențialul electric

Într-un circuit electric, potențialul unui punct este egal cu căderea de tensiune dintre acel punct și masă. Potențialul se notează cu V.

Prin definiție, masa unui circuit are potențialul egal cu zero.

e) Tensiunea electrică

Tensiunea dintre două puncte ale unui circuit electric este egală cu diferența dintre potențialele celor două puncte.

Exemplu

Punctul X din circuit are potențialul $V_X = 5V$ iar punctul Y din circuit are potențialul $V_Y = 15V$. Rezultă că:

- tensiunea dintre punctele X și Y este $U_{XY} = V_X - V_Y = 5 - 15 = -10V$
- tensiunea dintre punctele Y și X este $U_{YX} = V_Y - V_X = 15 - 5 = 10V$

Notă

Se tolerează în electronică notarea tensiunii tot cu V, ca și potențialul unui punct, dar indicele va conține numele celor două puncte între care se definește tensiunea. În cazurile de mai sus putem întâlni V_{XY} sau V_{YX} în loc de U_{XY} , U_{YX} .

S1.1. Aplicații

Ap. 1

Se consideră circuitul din fig. S1.Ap1. Se cere valoarea curenților prin laturi: I_1 , I_2 și I_3 .

$$\text{TKI(A): } I_1 - I_2 - I_3 = 0 \quad (1)$$

$$\text{TKT}(o_1): E_1 = R_1 \cdot I_3 \quad (2)$$

$$\text{TKT}(o_2): E_1 = R_2 \cdot I_2 \quad (3)$$

Din (2) și (3) rezultă:

$$I_3 = \frac{E_1}{R_1} = \frac{12V}{12\Omega} = 1A$$

$$I_2 = \frac{E_1}{R_2} = \frac{12V}{24\Omega} = 0,5A = 500mA$$

Din (1) se obține:

$$I_1 = I_2 + I_3 = 1 + 0,5 = 1,5A$$

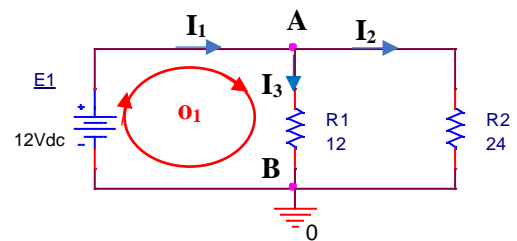


Fig. S1. Ap.1

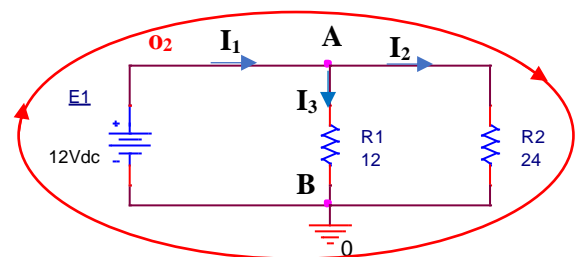


Fig. S1. Ap.1a

Ap. 2

Se consideră circuitul din fig. S1.Ap2. Se cere valoarea curenților prin laturi: I_1 , I_2 și I_3 și potențialele punctelor A, B și C, adică: V_A , V_B și V_C .

Rezolvare 1

$$\text{TKI(B): } I_1 - I_2 - I_3 = 0 \quad (1)$$

$$\text{TKT}(o_1): E_1 = R_1 \cdot I_1 + R_2 \cdot I_3 \quad (2)$$

$$\text{TKT}(o_2): 0 = -R_2 \cdot I_3 + R_3 \cdot I_2 + R_4 \cdot I_2 \quad (3)$$

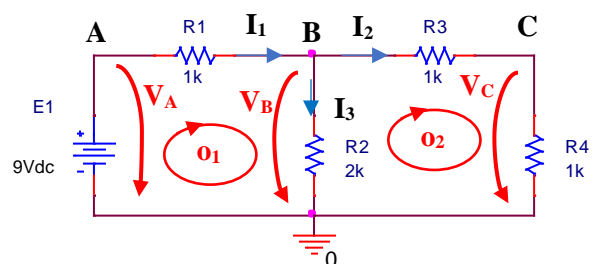


Fig. S1.Ap.2

$$V_A = E_1 = 9V \quad (4)$$

$$V_B = R_2 \cdot I_3 \quad (5)$$

$$V_C = R_4 \cdot I_2 \quad (6)$$

Rezolvare 2

Pe latura cu R_3 și R_4 , cele două rezistoare sunt în serie. Se calculează rezistența echivalentă, $R_{3,4}$:

$$R_{3,4} = R_3 + R_4 = 1 + 1 = 2k\Omega$$

$R_{3,4}$ este în paralel cu R_2 .

Când un mai multe rezistoare, R_1, R_2, R_3, \dots sunt conectate în paralel, rezistența echivalentă se calculează cu relația:

$$\frac{1}{R_{ech}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots$$

Aplicând formula pentru $R_{3,4} \parallel R_2$, rezultă:

$$R_{2,3,4} = \frac{R_2 \cdot R_{3,4}}{R_2 + R_{3,4}} = \frac{2 \cdot 2}{2 + 2} = 1k\Omega$$

$R_{2,3,4}$ este în serie cu R_1 . Ca urmare, rezistența echivalentă a întregului grup de rezistoare va fi:

$$R_{1,2,3,4} = R_1 + R_{2,3,4} = 1 + 1 = 2k\Omega$$

$R_{1,2,3,4}$ va fi parcursă de curentul I_1 . Se poate scrie:

$$E_1 = R_{1,2,3,4} \cdot I_1$$

Rezultă:

$$I_1 = \frac{E_1}{R_{1,2,3,4}} = \frac{9V}{2k\Omega} = 4,5mA$$

Pe circuitul din fig. S1.Ap2a se poate determina potențialul V_B .

$$V_B = R_{2,3,4} \cdot I_1 = 1k\Omega \cdot 4,5mA = 4,5V$$

Din figura anterioara, folosind legea lui Ohm, rezultă:

$$I_3 = \frac{V_B}{R_2} = \frac{4,5V}{2k\Omega} = 2,25mA$$

$$I_2 = \frac{V_B}{R_3 + R_4} = \frac{4,5V}{2k\Omega} = 2,25mA$$

$$V_C = R_4 \cdot I_2 = 1k\Omega \cdot 2,25mA = 2,25V$$

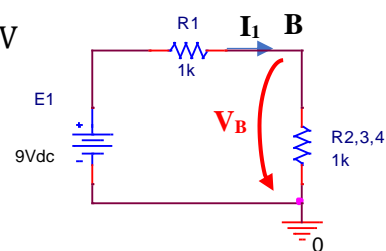


Fig. S1. Ap. 2a

Ap. 3**Divizorul de tensiune**

Acest circuit permite obținerea unei tensiuni mai mici dintr-o tensiune dată. Vom considera că tensiunea pe cele două rezistoare în serie, R_A și R_B este furnizată de o baterie.

TKT(o):

$$E_1 = R_A \cdot I + R_B \cdot I$$

$$V_{RB} = R_B \cdot I$$

$$V_{RA} = R_A \cdot I$$

Se obține regula divizorului de tensiune:

$$V_{RA} = \frac{R_A}{R_A + R_B} E_1$$

$$V_{RB} = \frac{R_B}{R_A + R_B} E_1$$

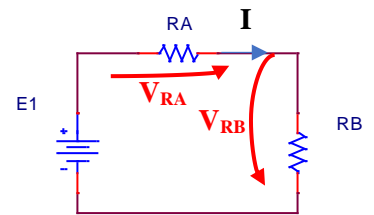


Fig. S1. Ap. 3

Ap. 4**Divizorul de curent**

Acest circuit permite obținerea unui curent mai mic dintr-un curent dat. În cazul de față, curentul este furnizat de un generator de curent.

$$V = R_X \cdot I_X = R_Y \cdot I_Y$$

$$V = R_X \cdot I_X = R_Y \cdot I_Y$$

$$I_1 - I_X - I_Y = 0$$

Se obține regula divizorului de curent:

$$I_X = \frac{R_Y}{R_X + R_Y} I_1$$

$$I_Y = \frac{R_X}{R_X + R_Y} I_1$$

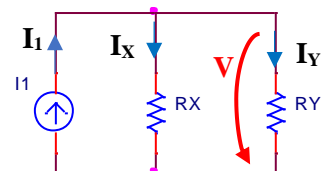


Fig. S1. Ap.4

Ap. 5

Pentru circuitul din fig. S1.Ap5 se cere:

- curentul I_1 ;
- potențialele punctelor A și B, $V_A = ?$ și $V_B = ?$

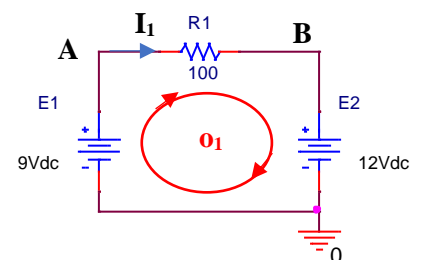
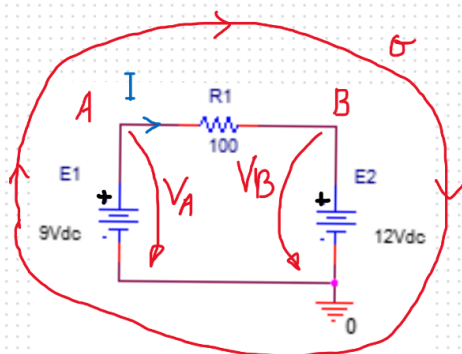


Fig. S1. Ap.5



$$\text{TKT}(0): E_1 - E_2 = R_1 \cdot I$$

$$I = \frac{E_1 - E_2}{R_1} = \frac{9 - 12}{100} = -\frac{3V}{100\Omega} = -0.03A = -30mA$$

$$V_A = 9V = E_1$$

$$V_B = E_2 = 12V$$

Ap. 6

Se consideră circuitul din fig. S1.A6. Se cere:

- Curenții marcați pe schemă, I_1 , I_2 și I_3 ;
- Potențialul V_X .

Rezolvare 1

$$I_1 = \frac{E_1}{R_1} = \frac{12V}{100\Omega} = 0.12A = 120mA$$

$$I_2 = I_3 = \frac{E_1}{R_2 + R_3} = \frac{12V}{300\Omega + 300\Omega} = 0.02A = 20mA$$

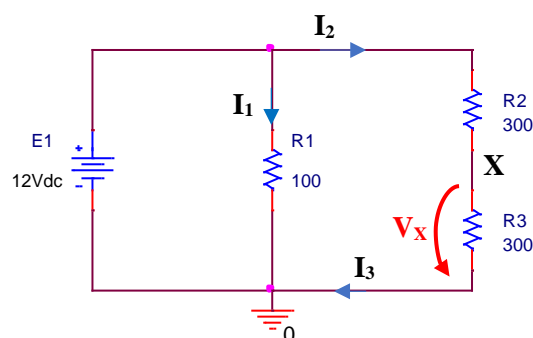


Fig. S1.Ap. 6

Pentru determinarea potențialului V_X se poate folosi:

$$V_X = R_3 \cdot I_3 = 300\Omega \cdot 0.02A = 6V$$

Sau, ținând cont că potențialului V_X cade pe rezistorul R_3 , se folosește regula divizorului de tensiune:

$$V_X = \frac{R_3}{R_2 + R_3} \cdot E_1 = \frac{300}{300 + 300} \cdot 12 = 6V$$

Temă

Ap. 7

Să se arate că:

- $V_A = 2^0 = 1V$
- $V_B = 2^1 = 2V$
- $V_C = 2^2 = 4V$
- $V_D = 2^3 = 8V$

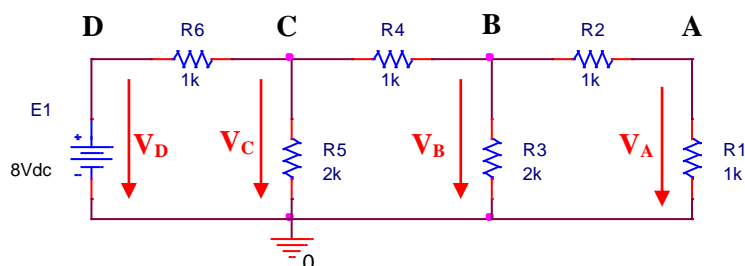
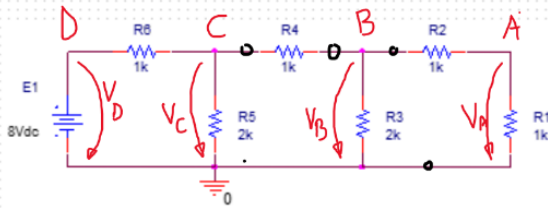


Fig. S1.Ap. 7

Seminarul 1

b) Să se modifice circuitul astfel încât să se obțină și $V_E = 16V$.



$$R_{1,2} = R_1 + R_2 = 1k + 1k = 2k\Omega$$

$$R_{1,2,3} = \frac{R_{1,2} \cdot R_3}{R_{1,2} + R_3} = \frac{2 \cdot 2}{2 + 2} = 1k\Omega$$

$$R_{1,2,3,4} = R_{1,2,3} + R_4 = 1 + 1 = 2k\Omega$$

$$R_{1,2,3,4,5} = \dots = 1k\Omega$$

$$R_{1,\dots,6} = R_{1,\dots,5} + R_6 = 2k\Omega$$

$$V_A = \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_B = \frac{1}{2} V_B$$

$$V_B = \frac{R_{1,2,3}}{R_{1,2,3} + R_4} V_C = \frac{1}{2} V_C$$

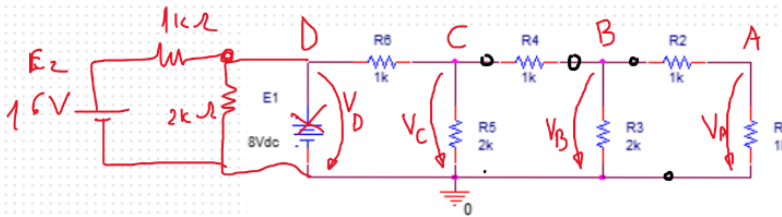
$$V_C = \frac{R_{1,2,3,4,5}}{R_{1,2,3,4,5} + R_6} V_D = \frac{1}{2} V_D$$

$$V_D = E_1 = 8V = 2^3 V$$

$$V_C = \frac{1}{2} V_D = 4V = 2^2 V$$

$$V_B = \frac{1}{2} V_C = 2V = 2^1 V$$

$$V_A = \frac{1}{2} V_B = 1V = 2^0 V$$



Ap. 8

Se consideră schema din fig. S1.Ap8. Să se determine rezistența echivalentă între punctele:

- A și B, $R_{AB} = ?$
- A și C, $R_{AC} = ?$
- C și B, $R_{BC} = ?$

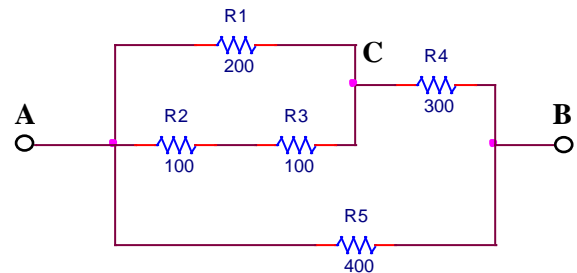


Fig. S1.Ap. 8

Ap. 9

În aplicația precedentă se consideră că se aplică o tensiune $V_{AB} = 12V$. Să se calculeze curentul prin R_1 .

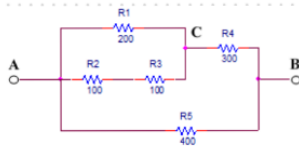


Fig. S1.Ap8

- a) $R_{AB} = ?$
 b) $R_{AC} = ?$ Temă
 c) $R_{BC} = ?$ Temă

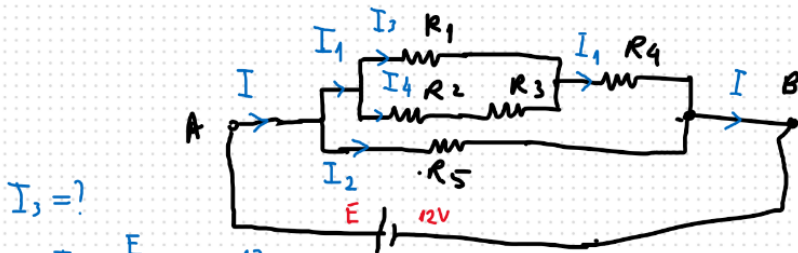
a)

$$R_{2,3} = R_2 + R_3 = 100 + 100 = 200 \Omega$$

$$R_{1,2,3} = \frac{R_1 \cdot R_{2,3}}{R_1 + R_{2,3}} = \frac{200 \cdot 200}{200 + 200} = 100 \Omega$$

$$R_{1,2,3,4} = R_{1,2,3} + R_4 = 100 + 300 = 400 \Omega$$

$$R_{1,2,3,4,5} = \frac{R_{1,2,3,4} \cdot R_5}{R_{1,2,3,4} + R_5} = \frac{400 \cdot 400}{400 + 400} = 200 \Omega$$



$$I = \frac{E}{R_{1,2,3,4,5}} = \frac{12}{200} = 0,06 A = 60 mA$$

$$I_1 = \frac{R_5}{R_{1,2,3,4} + R_5} \cdot I = \frac{1}{2} I = 30 mA$$

$$I_3 = \frac{R_2 + R_3}{R_1 + R_2 + R_3} I_1 = \frac{1}{2} 30 = 15 mA$$