

Velkommen til IN2010

Repitisjonstime for sortering

(Bubblesort, Selectionsort, Insertionsort)



Repetisjons plan for sortering

- Denne uken
 - Sortering generelt
 - Bubble, Selection, Insertion
- Neste uke (fredag og ikke torsdag)
 - Merge, Quick
- Neste neste uke (torsdag og ikke fredag)
 - Heap, Bucket, Radix



Planen for i dag

- Motivasjon for sortering
- Hvordan man sorterer naivt
- Kjøretid til sorteringsalgoritmene
- Gjennomgang av eksamensoppgaver
- Kattis oppgaver

Hvorfor sortere?

- Se for deg en fin jul og du har fått favorittleken din i gave... LEGO!
- En dag åpner du opp legoen og heller ALLE legobitene i en boks og rister på boksen.
- Så starter du å sette sammen legoen og bruker $O(n)$ tid på å lete for hver eneste brikke...
- Juleferien er ødelagt

Med sortering så kan vi...

- **kategorisere** forskjellige elementer
- finne **matches** av elementer i to forskjellige lister
- gjøre **søk** etter et element i et **array** betydelig raskere



Over til noen begreper

In-place

- En algoritme bruker kun **datastrukturen** fra **input**
- Er ikke **in-place** dersom det skapes **midlertidige datastrukturer** under kjøring
- Eksempel på ikke **In-place**, Two-sum:
 - Du får en **liste med tall** og et **mål**
 - Skal finne **to elementer** i listen som summerer opp til **målet**
 - Skal returnere indeksen til disse to elementene
 - Kan løses i $O(n)$ tid ved å...

In-place

- En algoritme bruker kun **datastrukturen** fra **input**
- Er ikke **in-place** dersom det skapes **midlertidige datastrukturer** under kjøring
- Eksempel på ikke **In-place**, Two-sum:
 - Du får en **liste med tall** og et **mål**
 - Skal finne **to elementer** i listen som summerer opp til **målet**
 - Skal returnere indeksen til disse to elementene
 - Kan løses i $O(n)$ tid ved å gå over listen og lagre elementene i et HashMap der hvor element --> indeks også slå opp for hvert element om de matcher

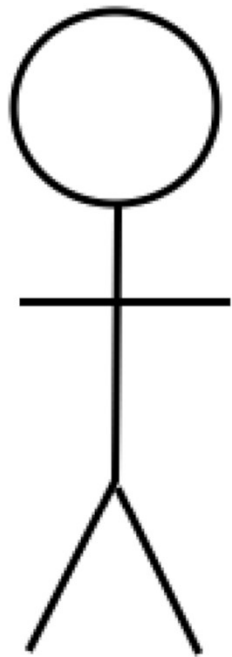


```
def two_sum(nums: List, target: int):  
    num_map = {}  
  
    for i, num in enumerate(nums):  
        difference = target - num  
  
        if difference in num_map: # look up difference in dict  
            return [num_map[difference], i]  
  
        num_map[num] = i  
  
    return []
```

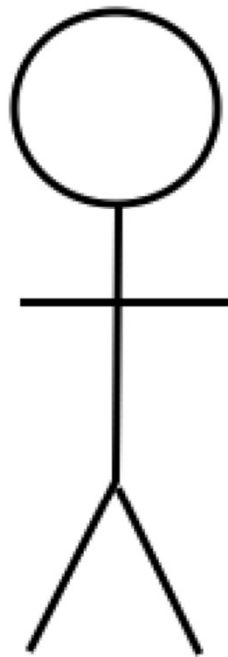
Stabilitet

- Tar for oss elementene **a** og **b**, og **a** forekommer før **b** i listen **før sortering**
- I tillegg er **a** mindre enn **b** (a skal ligge før b i listen)
- Sorteringen er stabil dersom **a** forekomme før **b** i listen **etter sortering**
- Dersom **a** forekommer etter **b etter sorteringen** er algoritmen ikke stabil

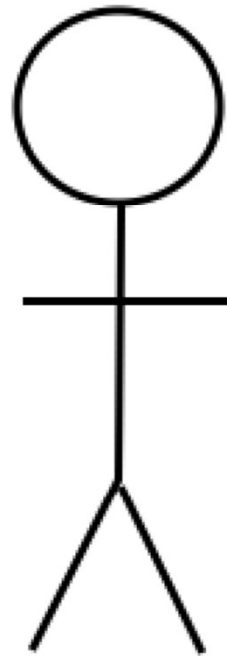
Ole
24år



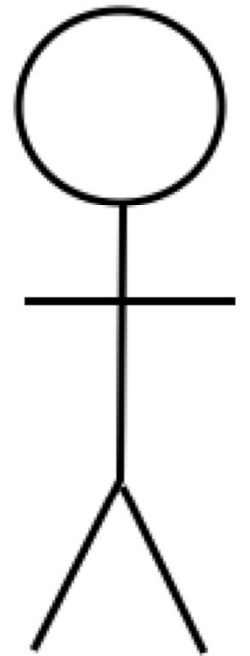
Dole
10år



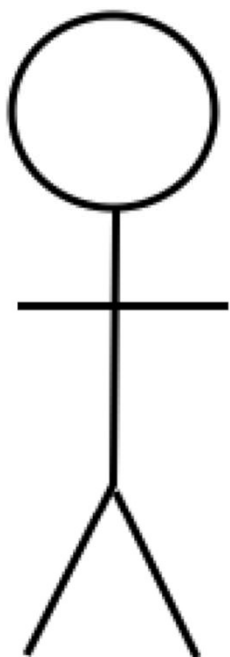
Trond
24år



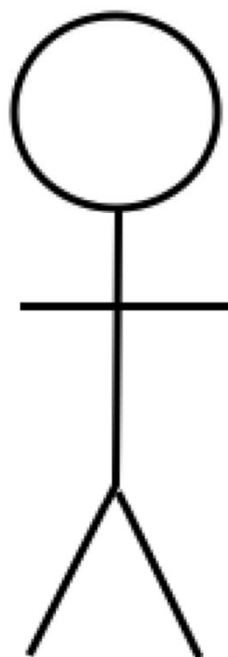
Stein
20år



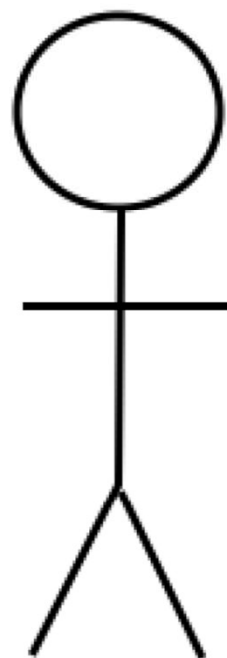
Ole
24år



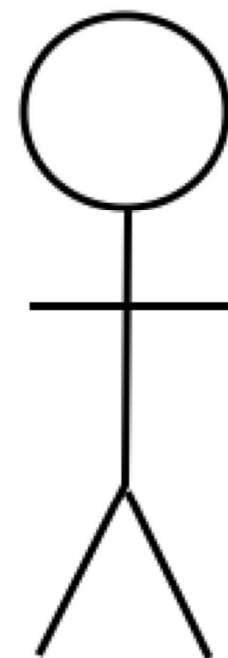
Dole
10år



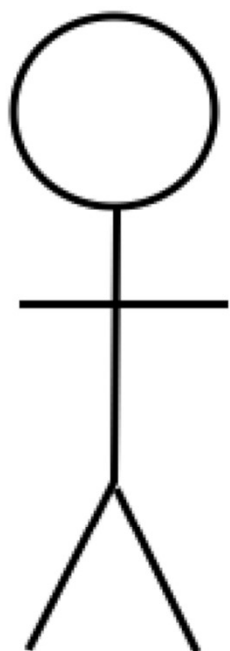
Trond
24år



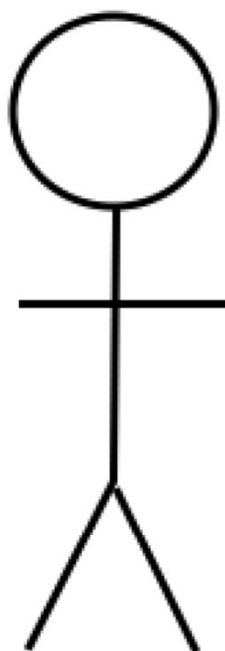
Stein
20år



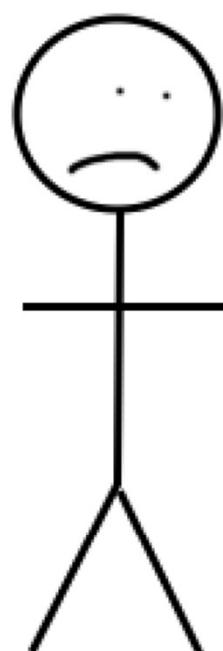
Dole
10år



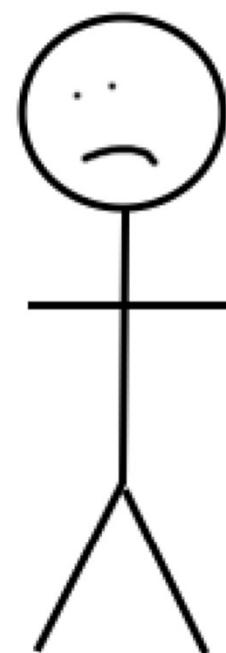
Stein
20år



Trond
24år



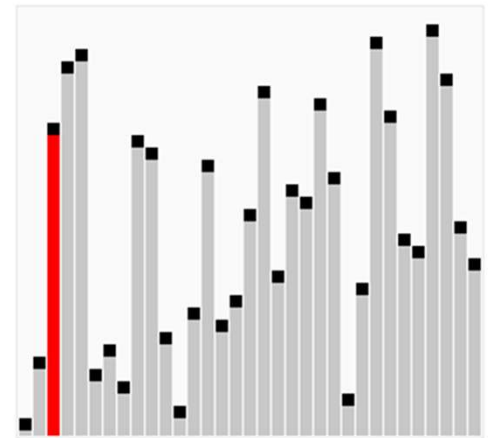
Ole
24år



Hvordan å sortere (naivt)

Bubble sort

- Går over listen og **drar** med seg det **største** elementet til plass **n-1**
 - Går over listen igjen og **drar** opp det **nest største** opp til plass **n-2**
 - Repeterer dette til **n-n**
-
- Mer konkret går vi over **hvert element** i listen
 - For hvert element sjekker vi med **neste element**
 - Dersom det neste elementet er mindre **bytter** vi om på plassene deres

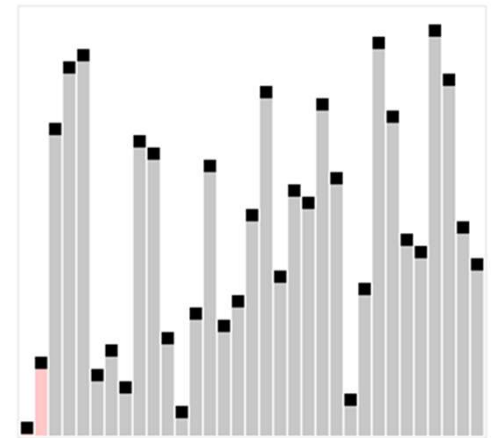


```
n = len(a)
for i in range(n-1):
    for j in range(n-i-1):
        if a[j] > a[j+1]:
            a[j], a[j+1] = a[j+1], a[j]
```

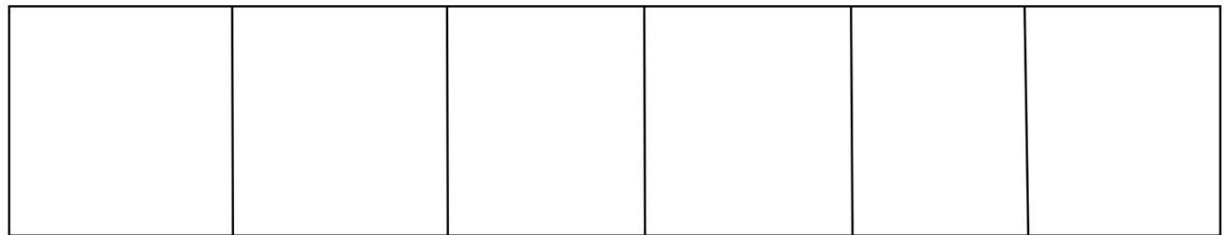
--	--	--	--	--	--

Selection sort

- Starter på **plass 0** og leter igjennom **resten av listen** (1 til $n-1$)
 - Finner det **minste** elementet og **bytter** om plass
 - Går til neste plass og repeterer
-
- Mer konkret går vi over hver indeks i
 - Finner hvor det minste elementet fra $i+1$ til $n-1$ ligger
 - Hvis det nye elementet ikke ligger på i gjør vi et bytte

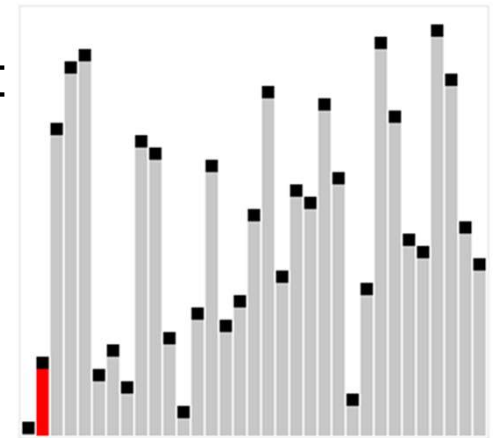


```
n = len(a)
for i in range(n):
    k = i
    for l in range(i+1,n):
        if a[l] < a[k]:
            k = l
    if i != k:
        a[i], a[k] = a[k], a[i]
```



Insertion sort

- Inne i listen vi sorterer er det en **sub-liste** som er sortert til alle tider
- Ekspanderer denne sorterte listen for hver iterasjon
- Mer konkret har vi en indeks i som starter på 1
- Drar elementet på plass i bakover til det ligger sortert
- Øker i med 1 så fortsett til $i = n$



```
n = len(a)
for i in range(1, n):
    while i > 0 and a[i-1] > a[i]:
        a[i-1], a[i] = a[i], a[i-1]
        i -= 1
```

--	--	--	--	--	--

Kjøretid

- Vi gjør $n-1$ operasjoner (kaller dette i -ende operasjon)
 - For hver av disse operasjonene gjør vi n minus i operasjoner
 - $n-1 + n-2 + n-3 + n-4 \dots n-(n+1) \Rightarrow \frac{n(n-1)}{2}$
 - $O\left(\frac{n(n-1)}{2}\right) \Rightarrow O\left(\frac{n^2-n}{2}\right) \Rightarrow O\left(\frac{n^2}{2}\right) \Rightarrow O(n^2)$

```
n = len(a)
for i in range(n-1):
    for j in range(n-i-1):
        if a[j] > a[j+1]:
            a[j], a[j+1] = a[j+1], a[j]
```



Mentimeter

Eksamensoppgaver

Finn duplikat

12 poeng

Du er gitt et array A med sammenlignbare elementer. Du får vite at A inneholder nøyaktig ett duplikat. Altså er alle elementer i A unike, bortsett fra *ett* element, som forekommer nøyaktig to ganger.

- (a) Anta at du er gitt et *sortert* array A , og får vite at x er duplikatet i A . Skriv en effektiv prosedyre som skriver ut de to posisjonene som inneholder x . Oppgi kjøretidskompleksiteten på algoritmen.

Input: Et *sortert* array A med n sammenlignbare elementer, og et element x som forekommer nøyaktig to ganger

Output: Skriver ut de to posisjonene $0 \leq i < j < n$ hvor $A[i] = A[j] = x$ forekommer

Procedure FindSortedIndicesOfDuplicate(A, x)

| // ...

- (b) Anta at du er gitt et *sortert* array A (og nå får du ikke oppgitt elementet som er duplisert). Skriv en effektiv prosedyre som skriver ut de to posisjonene til elementet som forekommer to ganger. Oppgi kjøretidskompleksiteten på algoritmen.

Input: Et *sortert* array A med n sammenlignbare elementer

Output: Skriver ut de to posisjonene $0 \leq i < j < n$ hvor $A[i] = A[j]$

Procedure FindSortedDuplicateIndices(A)

| // ...

- (c) Anta at du er gitt et array A (nå kan du ikke anta at arrayet er sortert). Skriv en effektiv prosedyre som skriver ut de to posisjonene til elementet som er duplisert. Oppgi kjøretidskompleksiteten på algoritmen.

Input: Et array A med sammenlignbare n elementer

Output: Skriver ut de to posisjonene $0 \leq i < j < n$ hvor $A[i] = A[j]$

Procedure FindDuplicateIndices(A)

| // ...

Gnome sort

10 poeng



Gnome sort er en enkel sorteringsalgoritme som *ikke* er kjent fra pensum. Illustrasjonen ovenfor er generert fra en kjøring av Gnome sort. Pseudokode for algoritmen er gitt nedenfor.

Input: Et array A med n elementer

Output: Et *sortert* array med de samme n elementene

```
1 Procedure GnomeSort( $A$ )
2    $i \leftarrow 0$ 
3   while  $i < n$  do
4     if  $i > 0$  and  $A[i-1] > A[i]$  then
5        $A[i-1], A[i] \leftarrow A[i], A[i-1]$  // swap  $A[i]$  and  $A[i - 1]$ 
6        $i \leftarrow i - 1$ 
7     else
8        $i \leftarrow i + 1$ 
```

I denne oppgaven skal du drøfte fordeler og ulemper ved Gnome sort sammenlignet med andre sorteringsalgoritmer kjent fra pensum. Teksten din bør inneholde:

- en kort forklaring på hvordan Gnome sort fungerer (med naturlig språk),
- kjøretidskompleksiteten til Gnome sort (sammen med en kort begrunnelse),
- en sammenligning av Gnome sort med sorteringsalgoritmer fra pensum, og
- en kort redegjørelse for hvorvidt Gnome sort er stabil og/eller in-place.

Eksamen 2023

Stabilitet

3 poeng

Anta at arrayet A er usortert og inneholder personobjekter som alle har et felt for alder. Anta videre at personobjektene som ligger på A[3] og A[42] begge er 22 år gamle.

Arrayet A blir sortert etter alder. Etter sorteringen får du vite at:

- Personobjektet som lå på A[3] før sorterting, ligger nå på A[9]
- Personobjektet som lå på A[42] før sorterting, ligger nå på A[7]

- (a) Var sorteringen stabil?
- (b) Hva er alderen til personobjektet som ligger på A[8] etter sortering?
- (c) Dersom du får vite at ingen personer i A er eldre enn 100 år gammel. Hvilken sorteringsalgoritme bør da benyttes, med hensyn til kjøretidseffektivitet?



Kattis oppgaver om sortering

- Emneside -> grupper -> gruppe6 -> github -> repetisjon -> README