

Отчет по лабораторной работе №6

Задача об эпидемии

Щепелева Марина Евгеньевна

Содержание

Цель работы	1
Задание	1
Постановка задачи. Задача об эпидемии (Вариант 39)	1
Теоретическое введение	2
Выполнение лабораторной работы	2
Выводы.....	4
Список литературы	4

Цель работы

1. Изучить задачу об эпидемии
2. Построить графики изменения числа особей в каждой из трёх групп: восприимчивые к болезни, но пока здоровые особи; инфицированные особи (распространители инфекции); здоровые особи с иммунитетом к болезни. Рассмотреть, как будет протекать эпидемия в двух случаях.

Задание

Постановка задачи. Задача об эпидемии (Вариант 39)

На одном острове вспыхнула эпидемия. Известно, что из всех проживающих на острове ($N = 12800$) в момент начала эпидемии ($t = 0$) число заболевших людей (являющихся распространителями инфекции) $I(0) = 180$, А число здоровых людей с иммунитетом к болезни $R(0) = 58$. Таким образом, число людей восприимчивых к болезни, но пока здоровых, в начальный момент времени $S(0) = N - I(0) - R(0)$ [2].

Постройте графики изменения числа особей в каждой из трех групп. Рассмотрите, как будет протекать эпидемия в случае:

1. если $I(0) \leq I^*$
2. если $I(0) > I^*$

Теоретическое введение

Рассмотрим простейшую модель эпидемии. Предположим, что некая популяция, состоящая из N особей, (считаем, что популяция изолирована) подразделяется на три группы. Первая группа - это восприимчивые к болезни, но пока здоровые особи, обозначим их через $S(t)$. Вторая группа - это число инфицированных особей, которые также при этом являются распространителями инфекции, обозначим их $I(t)$. А третья группа, обозначающаяся через $R(t)$ - это здоровые особи с иммунитетом к болезни [1].

До того, как число заболевших не превышает критического значения I^* , считаем, что все больные изолированы и не заражают здоровых. Когда $I(t) > I^*$, тогда инфицирование способны заражать восприимчивых к болезни особей.

Таким образом, скорость изменения числа $S(t)$ меняется по следующему закону:

$$\frac{dS}{dt} = \begin{cases} -\alpha S, & \text{если } I(t) > I^* \\ 0, & \text{если } I(t) \leq I^* \end{cases} \quad (1)$$

Поскольку каждая восприимчивая к болезни особь, которая, в конце концов, заболевает, сама становится инфекционной, то скорость изменения числа инфекционных особей представляет разность за единицу времени между заразившимися и теми, кто уже болеет и лечится, т.е.:

$$\frac{dI}{dt} = \begin{cases} -\alpha S - \beta I, & \text{если } I(t) > I^* \\ -\beta I, & \text{если } I(t) \leq I^* \end{cases} \quad (2)$$

А скорость изменения выздоравливающих особей (при этом приобретающие иммунитет к болезни)

$$\frac{dR}{dt} = \beta I \quad (3)$$

Постоянные пропорциональности α, β - это коэффициенты заболеваемости и выздоровления соответственно.

Для того, чтобы решения соответствующих уравнений определялось однозначно, необходимо задать начальные условия. Считаем, что на начало эпидемии в момент времени $t = 0$ нет особей с иммунитетом к болезни $R(0) = 0$, а число инфицированных и восприимчивых к болезни особей $I(0)$ и $S(0)$ соответственно. Для анализа картины протекания эпидемии необходимо рассмотреть два случая: $I(t) \leq I^*$ и $I(t) > I^*$.

Выполнение лабораторной работы

Выполнение работы будем проводить, используя OpenModelica.

Напишем программу для построения графиков изменения числа особей в каждой из трёх групп: восприимчивые к болезни, но пока здоровые особи; инфицированные особи (распространители инфекции); здоровые особи с иммунитетом к болезни (рис.1).

```

model Lab6
  parameter Real a = 0.01; // Коэффициент заболеваемости
  parameter Real b = 0.02; // Коэффициент выздоровления
  parameter Integer N = 12800; // Общая численность популяции
  parameter Integer IO = 180; // Начальное число заражённых
  parameter Integer RO = 58; // Начальное число имеющих иммунитет
  parameter Integer SO = N - IO - RO; // Начальное число восприимчивых к болезни
  Real S(start = SO);
  Real I(start = IO);
  Real R(start = RO);

equation
  der(S) = 0;
  der(I) = -b * I;
  der(R) = b * I;

end Lab6;

```

рис.1: Код программы для построения графиков модели

Смоделируем графики изменения числа особей в каждой из трёх групп для первого случая (рис.2).

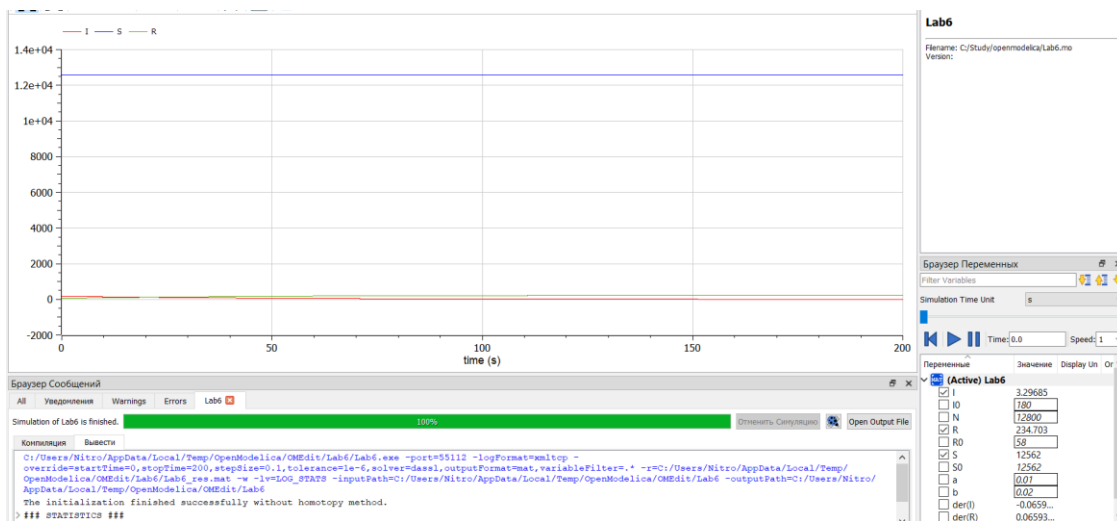


рис.2: Графики изменения числа особей в каждой из трёх групп для первого случая

Смоделируем графики изменения числа особей в каждой из трёх групп для второго случая (рис.3).

```

1 model Lab6_2
2   parameter Real a = 0.01; // Коэффициент заболеваемости
3   parameter Real b = 0.02; // Коэффициент выздоровления
4   parameter Integer N = 12800; // Общая численность популяции
5   parameter Integer I0 = 180; // Начальное число заражённых
6   parameter Integer R0 = 58; // Начальное число имеющих иммунитет
7   parameter Integer S0 = N - I0 - R0; // Начальное число восприимчивых к болезни
8   Real S(start = S0);
9   Real I(start = I0);
10  Real R(start = R0);
11
12 equation
13   der(S) = -a * S;
14   der(I) = a * S - b * I;
15   der(R) = b * I;
16
17 end Lab6_2;
18

```

рис.3: Код программы для построения графиков модели

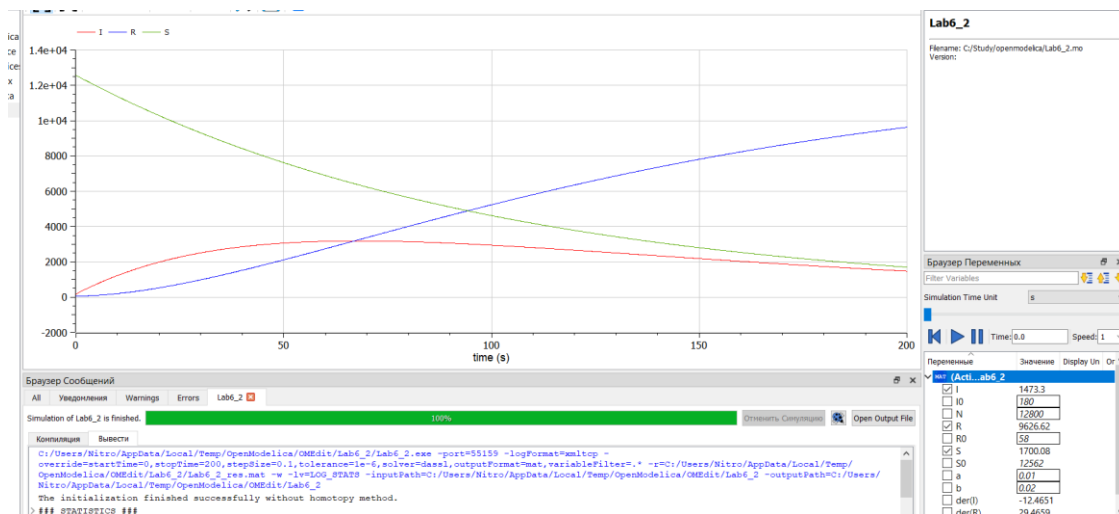


рис.4: Графики изменения числа особей в каждой из трёх групп для второго случая

Выводы

1. Изучена задача об эпидемии
2. Построены графики изменения числа особей в каждой из трёх групп: восприимчивые к болезни, но пока здоровые особи; инфицированные особи (распространители инфекции); здоровые особи с иммунитетом к болезни. Рассмотрено, как будет протекать эпидемия в двух случаях.

Список литературы

1. Методические материалы курса
2. Задания к лабораторной работе № 6 (по вариантам)