

به نام خدا

تمرین سری سوم_مرجان مودت

```
close all;
clear variables;
clc;

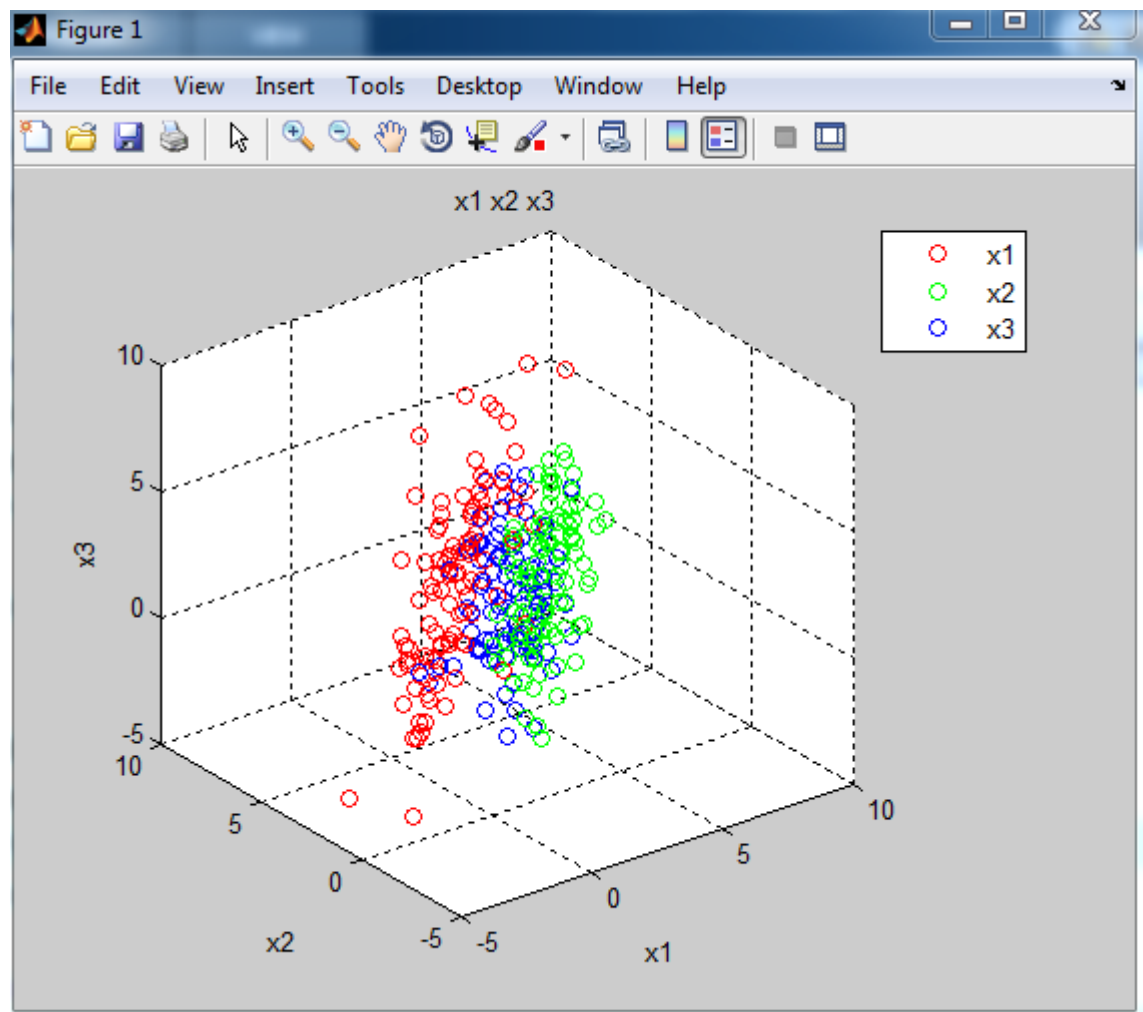
% means and covariances
mean_1 = [1;3;3];
mean_2 = [3;1;3];
mean_3 = [3;3;1];
cov_1 = [2.5 0.5 3.6;0.5 0.5 1.1; 3.6 1.1 8];
cov_2 = [2.5 2 1;2 2.5 0.5;1 0.5 2.5];
cov_3 = [2.5 1.5 1;1.5 2 1.5;1 1.5 2.5];

% samples
xa = mvnrnd(mean_1, cov_1, 100);
xb = mvnrnd(mean_2, cov_2, 100);
xc = mvnrnd(mean_3, cov_3, 100);

% transpose
x1=xa';
x2=xb';
x3=xc';

%show samples
plot3(x1(1,:),x1(2,:),x1(3,:), 'ro')
grid on
hold on
plot3(x2(1,:),x2(2,:),x2(3,:), 'go')
hold on
plot3(x3(1,:),x3(2,:),x3(3,:), 'yo')
legend('x1','x2','x3')
title('x1 x2 x3')
xlabel('x1')
ylabel('x2')
zlabel('x3')
```

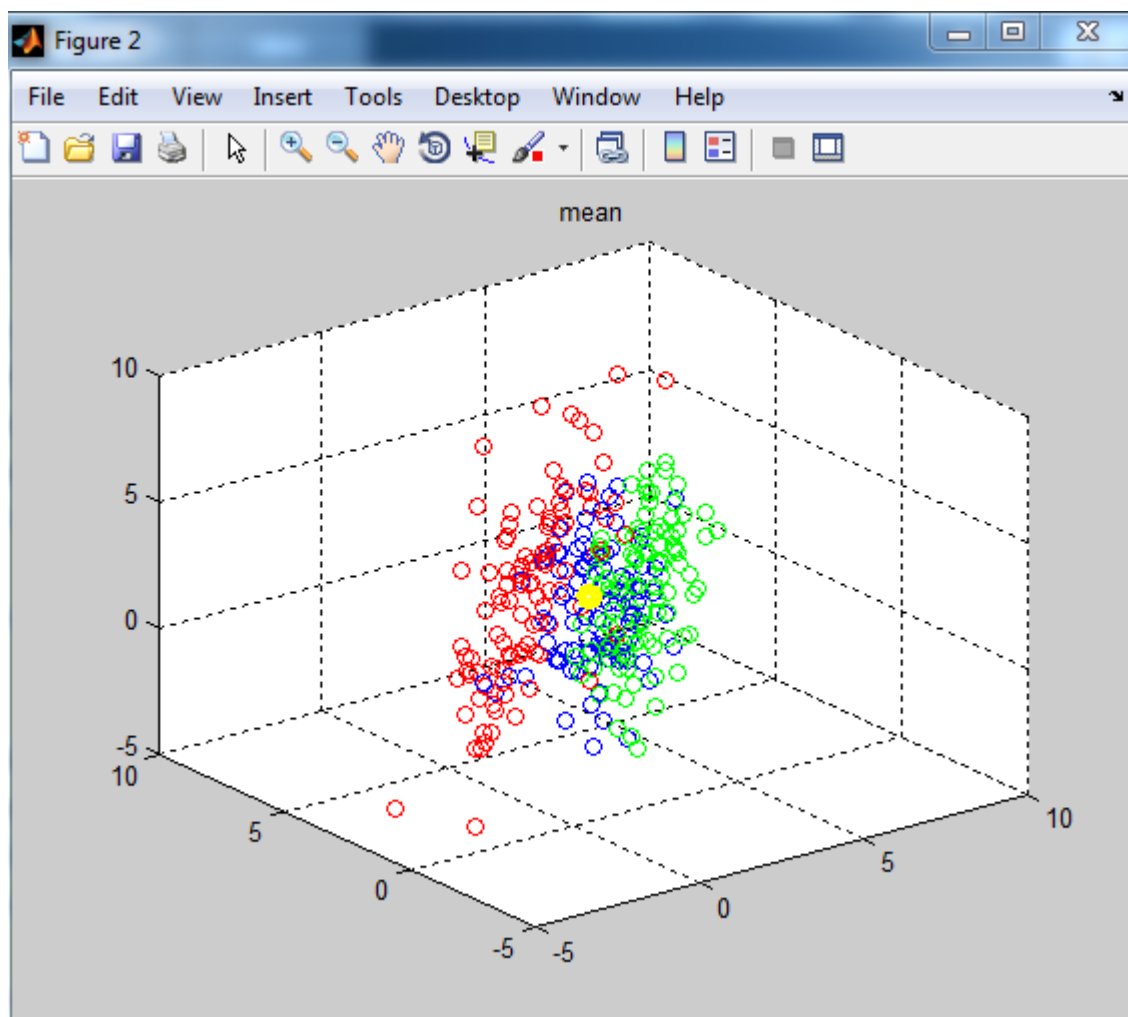
در کد بالا با استفاده از تابع `mvnrnd()` و دادن میانگین و کواریانس و تعداد نمونه ها و رسم تابع گوسین در فضای 3 بعدی است.



الف)

```
%mean of sample (pca)
x=[xa; xb; xc];
mx=(mean(x))';
plot3(mx(1,:),mx(2,:),mx(3,:), 'bo', 'LineWidth', 2)
```

بعد از آن میانگین نمونه ها را که حاصل جمع نمونه ها تقسیم بر تعداد نمونه ها بدست آورده و نمایش می دهیم و این نقطه همان نقطه ایست که مجموع مربع فاصله نقطه های تولید شده تا این نقطه کمینه است.



(ب)

```
x=x-repmat(mx',300,1); %Xi-MeanX
Sw=x'*x;

[V,D] = eig(Sw);
[D, ind] = sort(diag(D), 'descend');

w(:,1)=V(:,ind(1,1));
w(:,2)=V(:,ind(2,1));

y1=w'*x1;
plot(y1(1,:),y1(2:,:), 'ro')
hold on

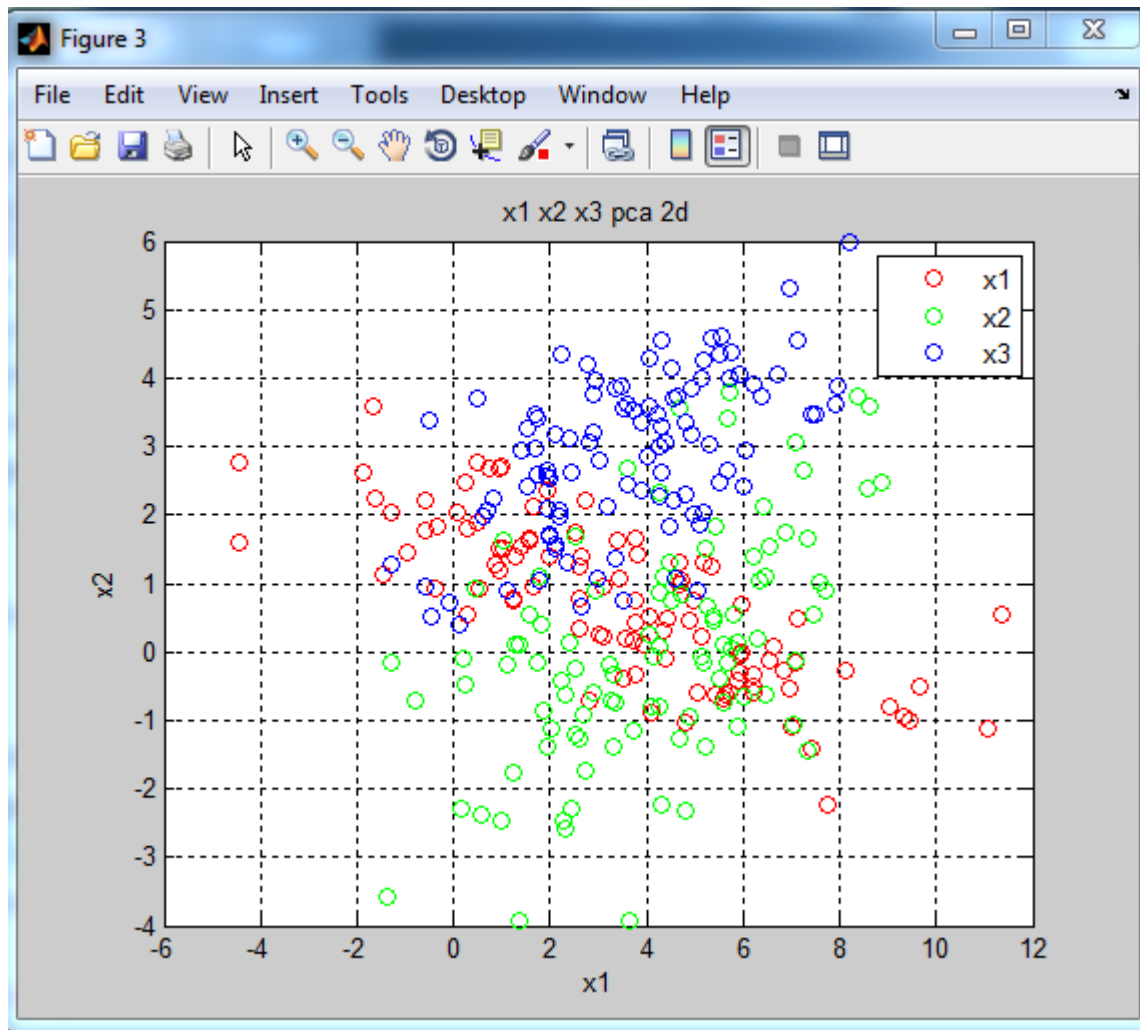
y2=w'*x2;
plot(y2(1,:),y2(2:,:), 'go')
hold on

y3=w'*x3;
plot(y3(1,:),y3(2:,:), 'bo')

grid on
legend('x1','x2','x3')
title('x1 x2 x3 pca 2d')
xlabel('x1')
ylabel('x2')
zlabel('x3')
```

برای نگاشت نمونه ها را با استفاده از PCA به یک زیر فضای دوبعدی، ابتدا میانگین نمونه ها را از همه نمونه ها کم کرده و سپس در ترانهاده خودش ضرب می کنیم چون ضرب ماتریسی است و به این صورت ماتریس اسکتر را تشکیل می دهیم.

بعد با استفاده از تابع `eig()` مقدار ویژه و بردار ویژه ماتریس اسکتر را بدست آورده و سپس مقادیر ویژه را از بزرگ به کوچک مرتب می کنیم. اندیس بزرگ ترین تا کوچک ترین مقدار ویژه به ترتیب در متغیر `ind` است بردار ویژه متناظر با بزرگ ترین مقدار ویژه را به صورت ستونی در ماتریس تبدیل `w` نگاشت می دهیم چون می خواهیم یک بعد از سه بعد را حذف کنیم و در فضا دوبعدی نمایش دهیم دو بار این کار را انجام می دهیم و ماتریس `w`، 3×2 می شود و سپس ترانهاده ماتریس تبدیل `w` را در نمونه ها ضرب کرده و با تابع `plot` در فضای دو بعدی نمایش می دهیم.



```

x=x-repmat(mx',300,1); %Xi-MeanXi
Sw=x'*x;

[V,D] = eig(Sw);
[D, ind] = sort(diag(D), 'descend');

w(:,1)=V(:,ind(1,1));
w(:,2)=V(:,ind(2,1));
w(:,3)=V(:,ind(3,1));

y1=w'*x1;
plot3(y1(1,:),y1(2,:),y1(3:),'ro')
hold on

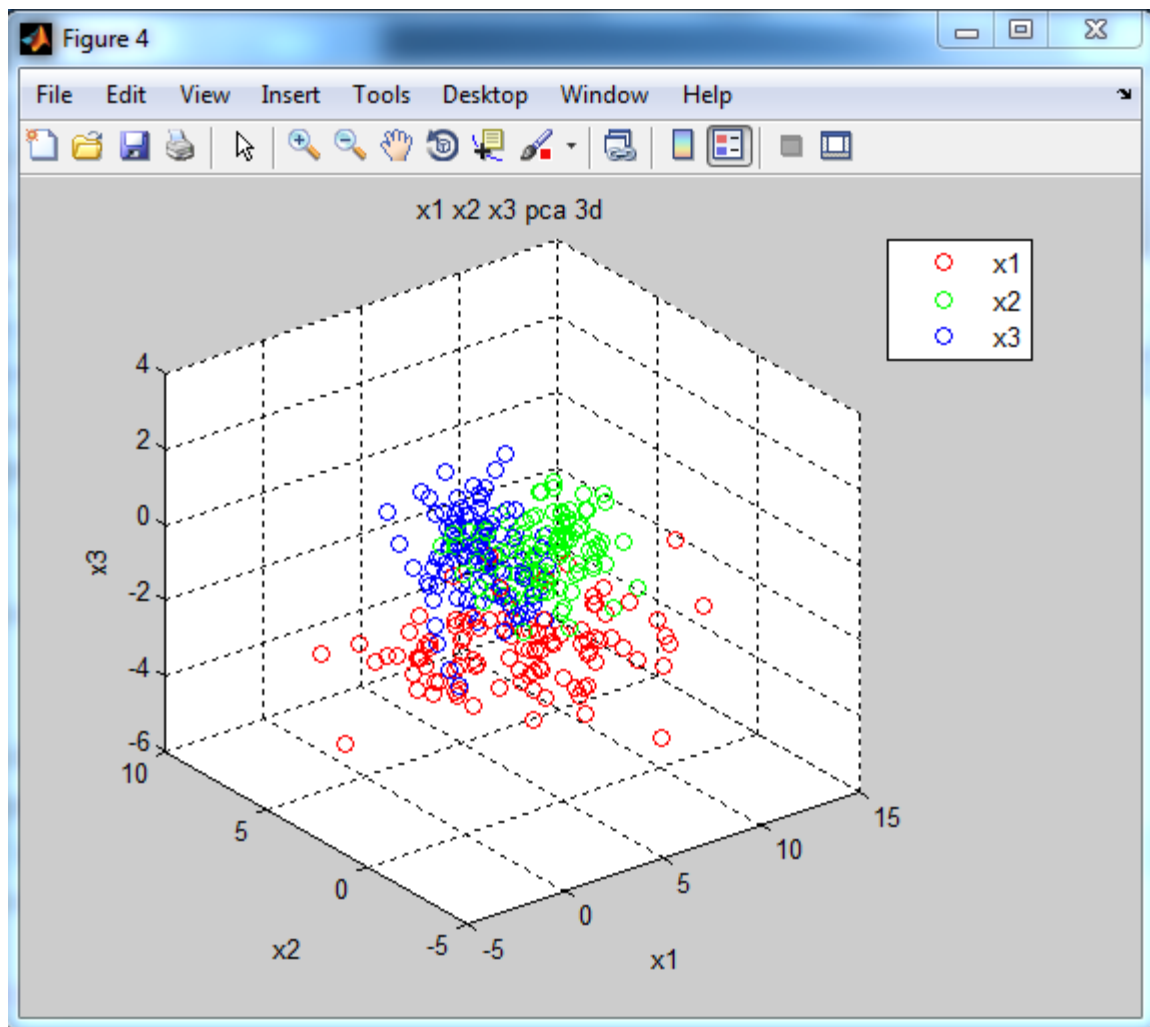
y2=w'*x2;
plot3(y2(1,:),y2(2,:),y2(3:),'go')
hold on

y3=w'*x3;
plot3(y3(1,:),y3(2,:),y3(3:),'bo')

grid on
legend('x1','x2','x3')
title('x1 x2 x3 pca 3d')
xlabel('x1')
ylabel('x2')
zlabel('x3')

```

pca در حالت سه بعدی همان کارهایی که برای دو بعدی انجام دادیم را انجام می دهیم فقط $w(:,3)=V(:,ind(3,1))$ را حذف نمیکنیم و w در این حالت 3×3 است و در فضای سه بعدی با دستور `plot3` نمایش می دهیم.



سپس برای هر کلاس موثرترین مولفه (اولین مولفه) را بر حسب کم اثرترین مولفه نمایش دهید.

```
Xa=xa-repmat(mean_1',100,1); %X1-MeanX1
Sw1=Xa'*Xa;
[V1,D1] = eig(Sw1);
[D1, ind1] = sort(diag(D1), 'descend');
w1(:,1)=V1(:,ind1(1,1));
w1(:,2)=V1(:,ind1(2,1));
w1(:,3)=V1(:,ind1(3,1));
g1=(w1(:,1)/w1(:,3))'*x1;
plot3(g1(1,:),g1(2,:),g1(3:,:), 'rp')
hold on
```

```

Xb=xb-repmat(mean_2',100,1); %X2-MeanX2
Sw2=Xb'*Xb;
[V2,D2] = eig(Sw2);
[D2, ind2] = sort(diag(D2), 'descend');
w2(:,1)=V2(:,ind2(1,1));
w2(:,2)=V2(:,ind2(2,1));
w2(:,3)=V2(:,ind2(3,1));
g2=(w2(:,1)/w2(:,3))'*x2;
plot3(g2(1,:),g2(2,:),g2(3,),'gp')
hold on

```

```

Xc=xc-repmat(mean_3',100,1); %X3-MeanX3
Sw3=Xc'*Xc;
[V3,D3] = eig(Sw3);
[D3, ind3] = sort(diag(D3), 'descend');
w3(:,1)=V3(:,ind3(1,1));
w3(:,2)=V3(:,ind3(2,1));
w3(:,3)=V3(:,ind3(3,1));
g3=(w3(:,1)/w3(:,3))'*x3;
plot3(g3(1,:),g3(2,:),g3(3,),'bp')
hold on

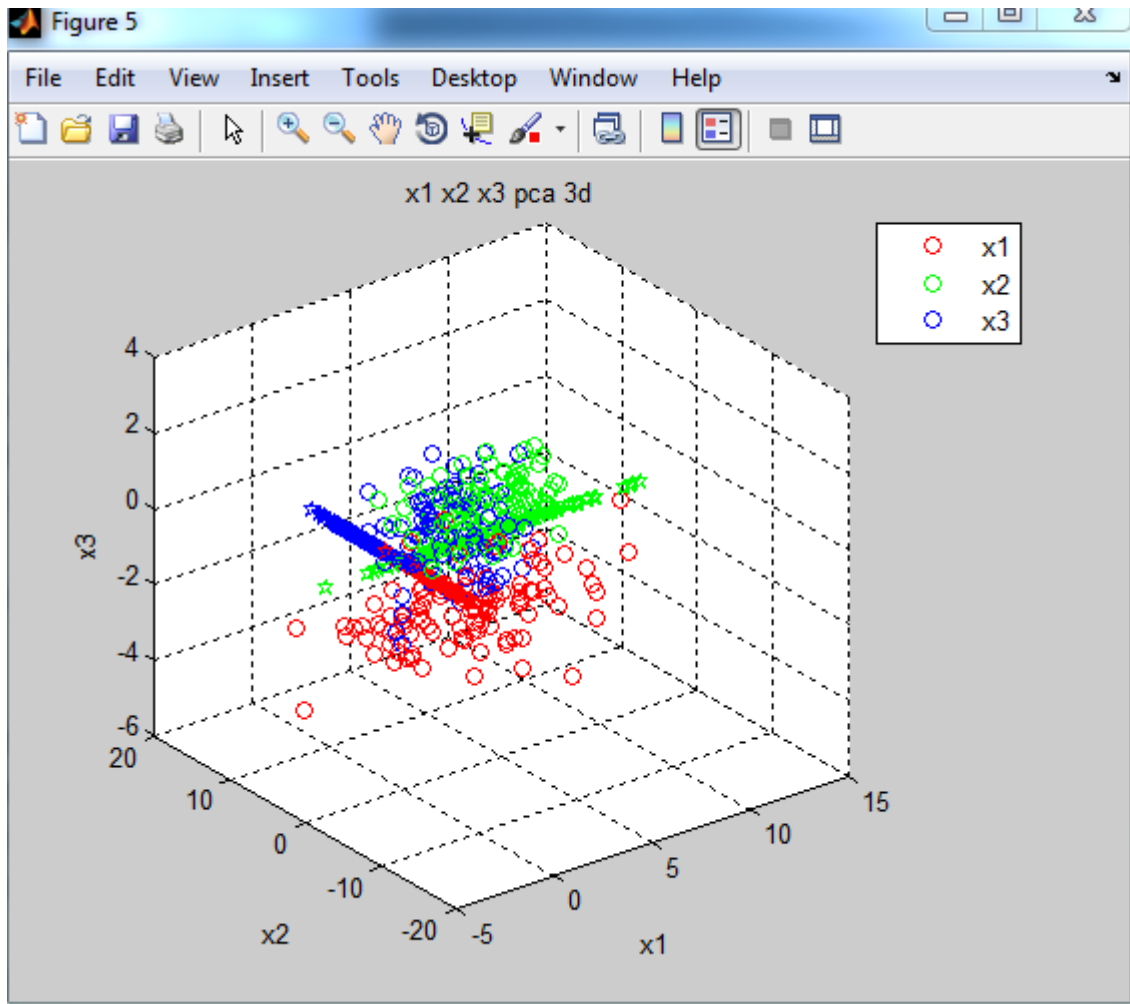
```

```

grid on
legend('x1','x2','x3')
title('x1 x2 x3 pca 3d')
xlabel('x1')
ylabel('x2')
zlabel('x3')

```

همان کارهای قبلی را این بار برای هر کلاس انجام دادم، فقط برای تابع تبدیل موثرترین مولفه را بر کم اثر ترین مولفه تقسیم کردم، یعنی حاصل برای هر کلاس یک خط شد که هر کلاس را از سایر کلاس ها جدا نمود و برای سه کلاس وجود دوخط متمایز کننده کافیست و می توان یکی از g1 یا g2 یا g3 را حذف نمود.



```

%mda
n1=100;
n2=100;
n3=100;
d=3;
c=3;

%% within-class scatter matrix
Xa=xa-repmat(mean_1',100,1); %X1-MeanX1
Sw1=Xa'*Xa;
Xb=xb-repmat(mean_2',100,1); %X2-MeanX2
Sw2=Xb'*Xb;
Xc=xc-repmat(mean_3',100,1); %X3-MeanX3
Sw3=Xc'*Xc;
Sw=Sw1+Sw2+Sw3;

%% between -class scatter matrix
SB1=(n1)*(mean_1-mu)*(mean_1-mu)';
SB2=(n2)*(mean_2-mu)*(mean_2-mu)';
SB3=(n3)*(mean_3-mu)*(mean_3-mu)';
SB=SB1+SB2+SB3;

%% Computing the LDA projection W=Sw \ SB
W=inv(Sw)*SB;
% W=Sw \ SB;

%% getting the projection vectors
[V,D]=eig(W);
[D, ind] = sort(diag(D), 'descend');

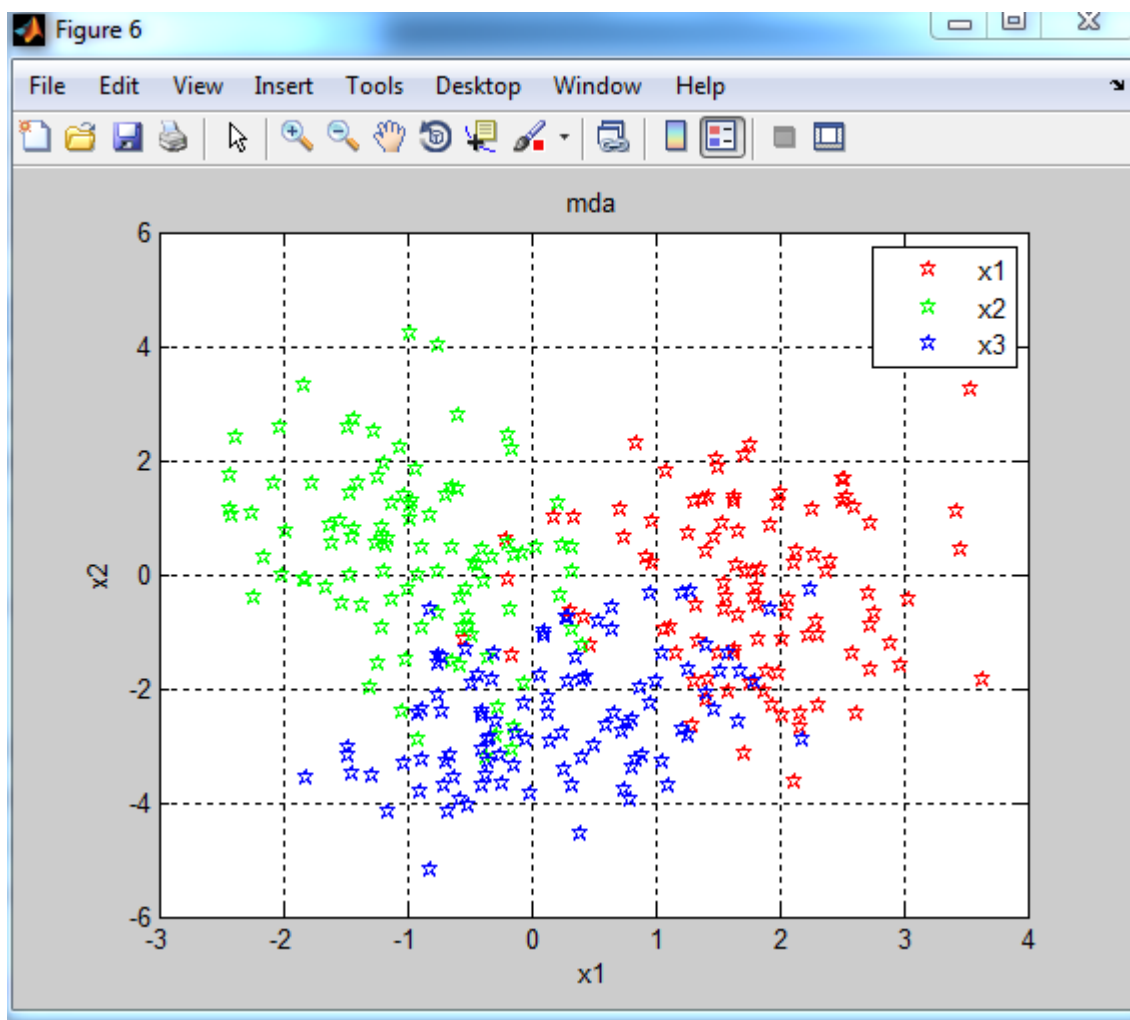
w=zeros(d,c-1);
w(:,1)=V(:,ind(1,1));
w(:,2)=V(:,ind(2,1));

y1=(w'*x1);
plot(y1(1,:),y1(2,:), 'rp')
hold on
y2=(w'*x2);
plot(y2(1,:),y2(2,:), 'gp')
hold on
y3=(w'*x3);
plot(y3(1,:),y3(2,:), 'bp')

```

ماتریس اسکتر را بر اساس within-class و between-class scatter matrix تشکیل می‌دهیم برای S_B و S_W مقادیر ویژه را حساب کرده و $C-1$ بردار ویژه متناظر با بزرگ ترین مقدار ویژه را انتخاب کرده و به صورت ستونی در ماتریس تبدیل W قرار داده و ترانپاده اش را در X ضرب کرده و در فضا دو بعدی نمایش می‌دهیم.

به طور کلی دسته بندی فیشر ضعیف عمل می‌کند.



```

close all;
clear variables;
clc;

% means and covariances
mean_1 = [1;3;3];
mean_2 = [3;1;3];

cov_1 = [2.5 0.5 3.6;0.5 0.5 1.1; 3.6 1.1 8];
cov_2 = [2.5 2 1;2 2.5 0.5;1 0.5 2.5];

% samples
xa = mvnrnd(mean_1, cov_1, 100);
xb = mvnrnd(mean_2, cov_2, 100);

% transpose
x1=xa';
x2=xb';

%% within-class scatter matrix
Xa=xa-repmat(mean_1',100,1); %Xi-MeanXi
Sw1=Xa'*Xa;
Xb=xb-repmat(mean_2',100,1); %Xi-MeanXi
Sw2=Xb'*Xb;

Sw=Sw1+Sw2;
%% Computing the LDA projection W=Sw \ (m1-m2)
W=(inv(Sw))*(mean_1-mean_2);
% W=Sw \ SB;
%% getting the projection vectors
y1=(W'*x1);
plot(y1(1,:),0,'rp')
hold on
y2=(W'*x2);
plot(y2(1,:),0,'bp')

%pdf

```

```

da=y_1';
m1=mean(da);
c1=da-repmat(m1,100,1); %Xi-MeanXi
cov1=c1'*c1;
figure
plot(da,normpdf(da,m1,cov1),'r*')
hold on
db=y_2';
m2=mean(db);
c2=db-repmat(m2,100,1); %Xi-MeanXi
cov2=c2'*c2;
plot(db,normpdf(db,m2,cov2),'b*')
grid on
title('PDF')

```

ابتدا ماتریس اسکتر را برای کلاس اول و دوم مثل مراحل قبل حساب کرده سپس ماتریس W را از اینورس ماتریس اسکتر ضرب در تفاضل میانگین کلاس اول و دوم از هم می کنیم و سپس ترانهاده ماتریس W بدست آمده را در نمونه های هر کلاس ضرب می کنیم حاصل ماتریس یک بعدی است که با دستور `plot` نمایش می دهیم همانطور که در شکل می بینیم در نقطه ای به طول 0.02 و عرض 0 بهترین آستانه برای جدا سازی دو کلاس از هم است و نمونه ها در این نقطه کاملاً از هم تفکیک شده اند.

با بدست آوردن نمونه های یک بعدی فیشر و بدست آوردن میانگین و واریانس نمونه ها با استفاده از تابع `normpdf` آن ها را رسم می کنیم.

بعد از رسم تابع گوسی متوجه می شویم که نقطه تلاقی دو منحنی گوسی همان نقطه آستانه است که دو کلاس را از هم دیگر تفکیک کرده است.

بله، در بیزین نمونه ای که مربوط به تابع چگالی اول است را به کلاس اول و نمونه ای که مربوط به تابع چگالی دوم است را به کلاس دوم متناظر می کند به این معنی که آنجا شانس بیشتری دارد پس هر نمونه جدیدی که داشته باشیم متوجه می شویم که به کدام کلاس تعلق دارد.

