

# Matematická analýza II (NOFY152) – DÚ 3

## Mocninné řady

1. Pro každé  $z \in \mathbb{C}$  a  $a, b \in \mathbb{R}$  vyšetřete, zda mocninná řada

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{a^n + b^n}{n} z^n$$

konverguje (absolutně či neabsolutně).

2. Pro každé  $z \in \mathbb{C}$  vyšetřete, zda mocninná řada

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n^2} (z-1)^n$$

konverguje (absolutně či neabsolutně).

3. Pro každé  $z \in \mathbb{C}$  vyšetřete, zda mocninná řada

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(2n)!!}{(2n+1)!!} z^n$$

konverguje (absolutně či neabsolutně). Zde

$$\begin{aligned} (2n)!! &= 2n \cdot (2n-2) \cdots 4 \cdot 2, \\ (2n+1)!! &= (2n+1) \cdot (2n-1) \cdots 3 \cdot 1. \end{aligned}$$

*Nápověda:* Využijte Stirlingův vzorec.

4. S pomocí teorie mocninných řad vyšetřete konvergenci řady

$$\sum_{n=1}^{+\infty} n^2 \left( \frac{3x}{2+x^2} \right)^n, \quad x \in \mathbb{R}.$$

5. Sečtěte číselnou řadu

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^2}{n!}.$$

6. Sečtěte číselnou řadu

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{n(n+1)}.$$