

Matematická analýza II (NOFY152) – DÚ 9

Věta o implicitní funkci, ODR ve tvaru totálního diferenciálu

1. Ukažte, že rovnice

$$z^3 - xz + y = 0,$$

na jistém okolí bodu $(x^0, y^0) = (3, -2)$ jednoznačně určuje funkci $z(x, y)$ a spočtěte hodnotu

$$\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}(3, -2).$$

2. Ukažte, že rovnice

$$\begin{aligned}x_1 e^{y_2} + y_1 \ln x_2 - e &= 0, \\x_1 y_1 + x_2 e^{y_2} - (2 + e) &= 0,\end{aligned}$$

na jistém okolí bodu $(x_1^0, x_2^0) = (1, 1)$ jednoznačně určují funkce $y_1(x_1, x_2)$ a $y_2(x_1, x_2)$ a spočtěte hodnoty

$$\frac{\partial y_1}{\partial x_1}(1, 1) \quad \text{a} \quad \frac{\partial y_2}{\partial x_1}(1, 1).$$

3. Najděte implicitní vztah pro obecné řešení rovnice

$$x^2 y^3 + y + (x^3 y^2 - x)y' = 0.$$

Nápověda: Převedte rovnici do rovnice ve tvaru totálního diferenciálu pomocí integračního faktoru $\mu = \mu(xy)$.