

Matematická analýza II (NOFY152) – DÚ 8

Totální diferenciál, lokální a vázané extrémy funkcí více proměnných

1. U následujících funkcí zjistěte, ve kterých bodech existuje totální diferenciál (a určete ho).

(i) $f(x, y, z) = \cos x \cosh y$

(ii) $f(x, y) = |x||y|$

(iii) $f(x, y, z) = x^{\frac{y}{z}}$

2. Najděte lokální extrémy následujících funkcí.

(i) $f(x, y) = (x^2 + y^2)e^{-x^2 - y^2}$

(ii) $f(x, y) = \begin{cases} xy \ln(x^2 + y^2) & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$

(iii) $f(x, y) = x - 2y + \ln \sqrt{x^2 + y^2} + 3 \operatorname{arctg} \frac{y}{x}$

3. Najděte extrémy daných funkcí vzhledem k příslušné vazbě.

(i) $f(x, y) = \frac{x}{a} + \frac{y}{b}; \quad x^2 + y^2 = 1$

(ii) $f(x, y, z) = \sin x \sin y \sin z; \quad x + y + z = \frac{\pi}{2}, \quad x, y, z > 0$

4. Nalezněte největší a nejmenší hodnotu daných funkcí na příslušné množině.

(i) $f(x, y) = x^2 + y^2 - 12x + 16y; \quad x^2 + y^2 \leq 25$

(ii) $f(x, y, z) = x + y + z; \quad x^2 + y^2 \leq z \leq 1$