

Počítání limit funkcí

Mark Dostálík

mark.dostalik@gmail.com

17. října 2019

Binomická věta

$$(x + y)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} x^{n-k} y^k.$$

Speciálně, pro $n = 2, 3$

$$(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2,$$

$$(x - y)^2 = x^2 - 2xy + y^2,$$

$$(x + y)^3 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3,$$

$$(x - y)^3 = x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3.$$

Faktorizace $x^n - y^n$

$$x^n - y^n = (x - y) \left(\sum_{k=0}^{n-1} x^{n-1-k} y^k \right).$$

Speciálně, pro $n = 2, 3$

$$x^2 - y^2 = (x - y)(x + y),$$

$$x^3 - y^3 = (x - y)(x^2 + xy + y^2).$$

Aritmetika limit

Pro $x_0 \in \mathbb{R}^*$ platí

$$\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) + g(x)] = \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) + \lim_{x \rightarrow x_0} g(x),$$

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)g(x) = \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \lim_{x \rightarrow x_0} g(x),$$

$$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)}{\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)},$$

pokud pravé strany mají smysl v \mathbb{R}^* . Výrazy

$$\pm(+\infty - \infty), \quad \frac{\pm\infty}{\pm\infty}, \quad \pm\infty \cdot 0, \quad \frac{a}{0}.$$

kde $a \in \mathbb{R}^*$, nemají smysl v \mathbb{R}^* .

Důležité limity

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[n]{1+x} - 1}{x} = \frac{1}{n},$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1,$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2} = \frac{1}{2},$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1,$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1.$$

Limita funkce tvaru $f(x)^{g(x)}$

$$\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x)]^{g(x)} = e^{\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) \ln[f(x)]}$$