#### Sada příkladů 1/8

# Limity funkcí podruhé

### Limity funkcí v nevlastních bodech

1. 
$$\lim_{x \to \infty} \frac{a_n x^n + \dots a_1 x + a_0}{A_m x^m + \dots A_1 x + A_0}, \ a_n \neq 0, \ A_m \neq 0$$

$$2. \lim_{x \to \infty} \frac{2x^2 + 1}{\sqrt{3x^4 - 6x^2 + 5}}$$

3. 
$$\lim_{x \to \infty} x(\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{x^2 - 1})$$

4. 
$$\lim_{x \to \infty} x^{\frac{4}{3}} (\sqrt[3]{x^2 + 1} - \sqrt[3]{x^2 - 1})$$

### Limity funkcí l'Hospitalovým pravidlem

$$5. \lim_{x \to 0} \frac{\operatorname{tg} x - x}{x - \sin x}$$

6. 
$$\lim_{x \to 0} \frac{x(e^x + 1) - 2(e^x - 1)}{x^3}$$

7. 
$$\lim_{x \to 0} \frac{1 - \cos x^2}{x^2 \sin x^2}$$

8. 
$$\lim_{x \to 0^+} x^x$$

$$9. \lim_{x \to \frac{\pi}{4}} (\operatorname{tg} x)^{\operatorname{tg} 2x}$$

# Symboly $O, o, \sim, \cong$

Dokažte platnost následujících tvrzení

10. 
$$\operatorname{arctg} x = O(1), x \to \infty$$

11. 
$$x^2 e^{-x} = o(x^a), x \to \infty, a < 0$$

12. 
$$\sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x}}} = O(\sqrt[8]{x}), x \to 0^+$$

13. 
$$\sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x}}} \cong \sqrt{x}, x \to \infty$$

Najděte reálné a, tak aby platilo

14. 
$$\frac{1+x}{1+x^4} \sim x^a, x \to \infty$$

15. 
$$e^x - \cos x \sim x^a, x \to 0.$$