

Thermodynamik 1 ZF

Tim Reinhart - rtim

Version: 3. Mai 2021

Grundlagen

Konstanten

Avogadro Zahl $N_A = 6.022 \cdot 10^{26} \frac{1}{kmol}$

Bolzmannkonstante $k_B = 1.383 \cdot 10^{-23} \frac{J}{K}$

Univer. Gaskonstante $\bar{R} = R_0 = 8.314 \cdot \frac{kJ}{kmolK} = N_A \cdot k_B$

Normdruck $p_0 = 101325 Pa = 1.01325 bar$

Normfallbeschleunigung $g_0 = 9.81 \frac{m}{s^2}$

Normtemperatur $T_0 = 298 K = 25^\circ C$

Tripelpunkt Wasser $T_c = 273.16 K = 0.01^\circ C$

Einheiten

Molmasse $M : \left[\frac{kg}{kmol} \right]$ $N = \frac{m}{M} \cdot N_A$

Druck $p : \left[\frac{N}{m^2} \right] = [Pa]$ $1 bar = 10^5 Pa$

$$1 MPa = 10 bar$$

Spez. Volumen $v = \frac{V}{m} = \frac{1}{\rho} : \left[\frac{m^3}{kg} \right]$ $1 l = 0.001 m^3$

Innere Energie $U : [kJ]$ $u : \left[\frac{kJ}{kg} \right]$ $\bar{u} : \left[\frac{kJ}{kmol} \right]$

Enthalpie $H : [kJ]$ $h : \left[\frac{kJ}{kg} \right]$ $\bar{h} : \left[\frac{kJ}{kmol} \right]$

Entropie $S : \left[\frac{kJ}{K} \right]$ $s : \left[\frac{kJ}{kgK} \right]$ $\bar{s} : \left[\frac{kJ}{kmolK} \right]$

Spez. Gaskonstante $R = \frac{\bar{R}1000}{M} : \left[\frac{J}{kgK} \right]$ $R = \frac{\bar{R}}{M} : \left[\frac{kJ}{kgK} \right]$

Kraft $F : [N] = \left[\frac{kg \cdot m}{s^2} \right]$

Energie $E : [J] = \left[\frac{kg \cdot m^2}{s^2} \right] = [Nm]$

Exergie $Ex : [J] = \left[\frac{kg \cdot m^2}{s^2} \right] = [Nm]$

Arbeit $W : [J]$

Leistung $P : [W] = \left[\frac{J}{s} \right] \hat{=} \text{Arbeit pro Zeit}$

Nützliche Umformungen:

$$w^2 : \left[\frac{m^2}{s^2} \right] = \left[\frac{kg \cdot m^2}{kg \cdot s^2} \right] = \left[\frac{J}{kg} \right] = \frac{1}{1000} \left[\frac{kJ}{kg} \right]$$

$$p \cdot v : \left[\frac{bar \cdot m^3}{kg} \right] = 10^5 \left[\frac{N \cdot m^3}{m^2 \cdot kg} \right] = 10^5 \left[\frac{J}{kg} \right] = 10^2 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$$

Achtung: Einheiten im Idealen Gasgesetz beachten: $pV = m \frac{\bar{R}}{M} T$

$$[\textcolor{red}{Pa} \cdot m^3] = [\textcolor{red}{kg} \cdot \frac{J}{kg \cdot K} \cdot K] \quad \text{oder} \quad [\textcolor{red}{bar} \cdot m^3] = 100 [\textcolor{red}{kg} \cdot \frac{kJ}{kg \cdot K} \cdot K]$$

$$\rightarrow \text{verwende } \bar{R} = 8314 \left[\frac{J}{kmolK} \right] \quad \rightarrow \text{verwende } \bar{R} = 8.314 \left[\frac{kJ}{kmolK} \right]$$

SI-Präfixe

P	T	G	M	k	h	d	c	m	μ	n	p
10^{15}	10^{12}	10^9	10^6	10^3	10^2	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-6}	10^{-9}	10^{-12}

Peta

Tera

Giga

Mega

Kilo

Hekto

Dezi

Zenti

Milli

Mikro

Nano

Pico

Phasenübergänge

fest	\Rightarrow	dampfförmig	Sublimation
dampfförmig	\Rightarrow	fest	Desublimation
flüssig	\Rightarrow	dampfförmig	Verdampfen
dampfförmig	\Rightarrow	flüssig	Kondensation
fest	\Rightarrow	flüssig	Schmelzen
flüssig	\Rightarrow	fest	Erstarren / Gefrieren

Thermodynamische Größen

Zustandsgrößen

Thermische	Kalorische	Prozessgrößen
------------	------------	---------------

Druck p	Innere Energie U	Wärme Q
-----------	--------------------	-----------

Volumen V	Entropie S	Arbeit W
-------------	--------------	------------

Stoffmenge n	Enthalpie H
----------------	---------------

Masse m

Extensive Größen auf Masseneinheiten bezogen (m, V, \dots)

Intensive Größen ändern Größe bei Teilung des Systems nicht (p, T)

Spezifische Grösse $x = \frac{X}{m}$, Größe pro Masse (ext. \Rightarrow int.)

Molare Größen \bar{u} $U = n \cdot \bar{u} \Rightarrow u = \frac{\bar{u}}{M}$

Bsp. Molares Volumen $\bar{v} = \frac{M}{\rho} \left[\frac{m^3}{kmol} \right]$

$W > 0$ System verrichtet Arbeit

$W < 0$ An System wird Arbeit verrichtet

$Q > 0$ Wärme fliesst in System

$Q < 0$ Wärme fliesst aus System

Thermodynamische Systeme

Massenstrom

geschlossen offen adiabat diatherm homogen heterogen

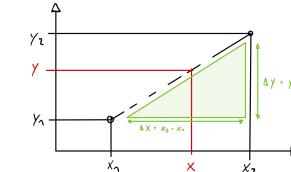
$n = const.$ $n \neq const.$ isoliert nicht isoliert

0. Hauptsatz

Wenn sich zwei Systeme mit einem dritten im thermischen GGW befinden, sind sie auch untereinander im thermischen GGW

Tabellen-Werte Linear Interpolieren

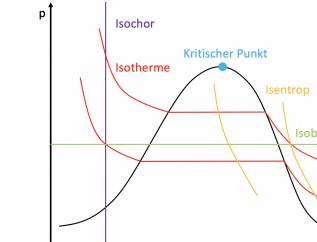
$$y = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot (x - x_1) + y_1$$



Reale Gase/Fluide:

p-v-T Beziehung

Achtung: Folgendes gilt nur für **Reale Gase!**



$$\text{Masse im Zustand } A: m_A = \frac{V_A}{v_A}$$

$$\text{Dampfanteil } x: \frac{v_x - v_f}{v_g - v_f} = \frac{m_x - m_f}{m_g - m_f}$$

Im Nassdampfgebiet gilt:

$$\begin{aligned} v(x, T) &= v_f(T) + x \cdot v_{fg}(T) && \text{wobei } v_{fg} = v_g - v_f \\ u(x, T) &= u_f(T) + x \cdot u_{fg}(T) && \text{wobei } u_{fg} = u_g - u_f \\ h(x, T) &= h_f(T) + x \cdot h_{fg}(T) && \text{wobei } h_{fg} = h_g - h_f \\ s(x, T) &= s_f(T) + x \cdot s_{fg}(T) && \text{wobei } s_{fg} = s_g - s_f \end{aligned}$$

$$h_{fg} \hat{=} \text{Verdampfungsenthalpie}$$

Polytrope Zustandsänderungen

$$p \cdot V^n = const.$$

$$\text{Allgemein: } W_{12} = \int_{V_1}^{V_2} \frac{p_2 \cdot V_2^n}{V^n} dV \stackrel{\text{Anhang}}{=} \frac{1}{1-n} \cdot (p_2 V_2 - p_1 V_1)$$

$$\Delta U = m(u_2 - u_1) = m(c_v T_2 - c_v T_1)$$

$$\text{Isotherm: } \Delta U = Q - W \Leftrightarrow W = Q - \Delta U$$

$$W_{12} = p(V_2 - V_1) = mp(v_2 - v_1)$$

falls inkompressibel ($c = const.$): $h_2 - h_1 = c \cdot (T_2 - T_1)$

$$W_{12} = 0$$

$$\text{Isentrop: } Q = 0$$

1. Hauptsatz

Der Energiebegriff

Gesamtenergie eines Systems: $E = U + KE + PE$

Energiedifferenz zw. Zustand 1 & 2: $\Delta E = \Delta U + \Delta KE + \Delta PE$

$$\text{1. Hauptsatz: } \Delta E = Q - W$$

oft KE und PE vernachlässigbar $\Delta U = Q - W$

$$(\text{Volumen-}) \text{Arbeit: } W = \int_{V_1}^{V_2} p(V) dV \stackrel{\text{isobar}}{=} p(V_2 - V_1)$$

$$\text{Differenz der Inneren Energie: } \Delta U = m(u_2 - u_1) = \frac{m}{M} (\bar{u}_2 - \bar{u}_1)$$

Leistungsbilanz am geschlossenen System: $\Delta E = \Delta t \cdot (\dot{Q} - \dot{W})$

Energieanalyse von Kreisprozessen: $Q_{KP} = W_{KP}$ $\Delta U = 0$

Ideale Gase

Gasgleichungen

$$pv = RT \quad pV = mRT \quad pV = n\bar{R}T$$

$$p = \rho RT \quad \rho = \frac{1}{v} \quad R = \frac{\bar{R}}{M} \quad U = U(T) \quad c_p - c_v = R \quad \bar{c}_p - \bar{c}_v = \bar{R}$$

Polytropen Zustandsänderung

Grundlagen

$$p \cdot V^n = \text{const.} \quad \text{wobei } n \text{ der Polytropenkonstante ist}$$

Zustandsänderung von 1 nach 2:

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^n \quad \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{n-1}$$

$$\Delta u = u(T_2) - u(T_1) = \int_{T_1}^{T_2} c_v(T) dT \quad c_v = \text{const} \Rightarrow \Delta u = c_v \cdot (T_2 - T_1)$$

$$\Delta h = h(T_2) - h(T_1) = \int_{T_1}^{T_2} c_p(T) dT \quad c_p = \text{const} \Rightarrow \Delta h = c_p \cdot (T_2 - T_1)$$

Isothermer Prozess

$n = 1$

$$T = \text{const.} \Rightarrow p \cdot V = \text{const.} \Rightarrow p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2$$

$$\begin{aligned} \text{Zustand 1 bekannt} \quad W_{12} &= p_1 V_1 \cdot \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = mRT \cdot \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) \\ &W_{12} = p_1 V_1 \cdot \ln\left(\frac{p_1}{p_2}\right) = mRT \cdot \ln\left(\frac{p_1}{p_2}\right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Zustand 2 bekannt} \quad W_{12} &= p_2 V_2 \cdot \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = p_2 V_2 \cdot \ln\left(\frac{p_1}{p_2}\right) \\ \Delta U = 0 \Rightarrow Q_{12} &= W_{12} \end{aligned}$$

Isobarer Prozess

$n = 0$

$$p = \text{const.} \Rightarrow \frac{T}{V} = \text{const.} \Rightarrow \frac{T_1}{V_1} = \frac{T_2}{V_2}$$

$$\text{Volumen / Druck bekannt} \quad W_{12} = p_1 \cdot (V_2 - V_1) = mp_1 \cdot (v_2 - v_1)$$

$$\text{Temperatur bekannt} \quad W_{12} = mR \cdot (T_2 - T_1)$$

$$\Delta Q = \Delta H = m \cdot c_p \cdot \Delta T$$

Isochorer Prozess

$n = \infty$

$$V = \text{const.} \Rightarrow \frac{T}{p} = \text{const.} \Rightarrow \frac{T_1}{p_1} = \frac{T_2}{p_2}$$

$$W_{12} = \int_{V_1}^{V_2} p(V) dV \stackrel{0}{=} \mathbf{W}_{12} = 0 \Rightarrow \Delta U = Q_{12}$$

$$Q_{12} = m \cdot (u_2 - u_1) = m \cdot c_v \cdot (T_2 - T_1) = \Delta U$$

Isenthalper Prozess

$$H = \text{const.} \Rightarrow U + p \cdot V = \text{const.}$$

$$\Delta H = 0 \Rightarrow H_1 = H_2 \Rightarrow dH = 0$$

$$dH = dU + d(pV) = mc_v dT + mRdT \Rightarrow \underline{mc_p dT = 0}$$

⇒ im idealen Gas auf der isothermen

Isentroper Prozess

$n = \kappa$

Isentrop ($\Delta S = 0$) ist ein Prozess bei dem **kein Wärmeaustausch** (= adiabat) stattfindet und **reversibel** ist.

$$S = \text{const.} \Rightarrow p \cdot V^\kappa = c, \quad T \cdot V^{\kappa-1} = c, \quad p^{1-\kappa} \cdot T^\kappa = c$$

$$n = \kappa = \frac{c_p}{c_v} = \frac{c_v + R}{c_v} \quad \text{wobei } \kappa \text{ der Isentropenkonstante ist}$$

$$Q_{12} = 0 \Rightarrow \Delta U = -W_{12} \Rightarrow W_{12} = U_1 - U_2 = m \cdot (u_1 - u_2)$$

Vol. / Druck bekannt

$$W_{12} = \frac{1}{1-\kappa} (p_2 V_2 - p_1 V_1)$$

Temperatur bekannt

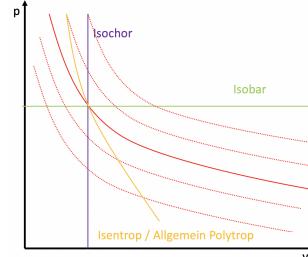
$$W_{12} = mc_v \cdot (T_1 - T_2) = \frac{mR}{\kappa-1} \cdot (T_1 - T_2)$$

Allgemeiner Prozess

$n \neq 1$

$$p \cdot V^n = \text{const.} \quad T \cdot V^{n-1} = \text{const.} \quad p^{1-n} \cdot T^n = \text{const.}$$

$$W_{12} = \frac{Rm}{1-n} \cdot (T_2 - T_1) = \frac{p_2 V_2 - p_1 V_1}{1-n} = \frac{p_1 V_1^n}{1-n} \cdot (V_2^{1-n} - V_1^{1-n})$$



Achtung: Je grösser n oder κ , desto steiler ist die Kurve im pv-Diagramm.

Thermodynamische Zustandsdaten

Enthalpie

$$H = U + pV \quad h = \frac{H}{m} = u + pv$$

Enthalpie entspricht der Inneren Energie plus die Arbeit, die aufgewendet werden muss, um den Außendruck zu überwinden.

Spezifische Wärmekapazitäten

$$\text{Wärmemenge} \quad \Delta Q = m \cdot c \cdot \Delta T$$

Spezifische Wärmekapazität c : Energie, die nötig ist, um 1kg Masse um 1K zu erwärmen. Man unterscheidet c_v und c_p :

$$c_p = c_v + R$$

Wärmekapazität bei konstantem Volumen

$$c_v = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V \quad du = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V dT + \left(\frac{\partial U}{\partial v} \right)_T dv \stackrel{0}{=} \underline{du = c_v dT} \quad \Delta u = \int_{T_1}^{T_2} c_v dT$$

Wärmekapazität bei konstantem Druck

$$c_p = \left(\frac{\partial h}{\partial T} \right)_p \quad dh = \left(\frac{\partial h}{\partial T} \right)_p dT + \left(\frac{\partial h}{\partial p} \right)_T dp \stackrel{0}{=} \underline{dh = c_p dT} \quad \Delta h = \int_{T_1}^{T_2} c_p dT$$

1. Hauptsatz am offenen System

Massenstrombilanz

$$\text{allgemeine Massenbilanz} \quad \frac{dM_s}{dt} = \sum \dot{m}_{i,\text{rein}} - \sum \dot{m}_{i,\text{raus}}$$

stationäre ($\frac{d}{dt} = 0$) Massenbilanz: $\sum \dot{m}_{i,\text{rein}} = \sum \dot{m}_{i,\text{raus}}$

Energiebilanz

$$\frac{dE_s}{dt} = \dot{E}_s = \dot{Q} - \dot{W}_{tot} + \sum \dot{m}_{rein} \cdot e - \sum \dot{m}_{raus} \cdot e$$

Energie-Inhalt des zufließenden Massenstromes Energie-Inhalt des abfließenden Massenstromes

Arbeitsleistung \dot{W}_{tot} setzt sich aus 2 Komponenten zusammen:

- gewünschte Arbeitsleistung (über z.B. Wellen) \dot{W}_s
- notwendige Arbeitsleistung zum Ein- und Ausschieben des bewegten Fluids (\dot{W}_e und \dot{W}_a)

$$\dot{E}_s = \dot{Q} - \dot{W}_s + \sum \dot{m}_i (h_i + \frac{w_i^2}{2} + gz_i) - \sum \dot{m}_j (h_j + \frac{w_j^2}{2} + gz_j)$$

wobei h die Enthalpie, $\frac{w^2}{2}$ die kin. Energie und gz die pot. E ist.

Falls das System stationär ist: $\frac{dE_s}{dt} = 0$, $\dot{m}_{rein} = \dot{m}_{raus}$

$$\Rightarrow \dot{Q} - \dot{W}_s = \dot{m} \cdot (h_2 - h_1 + \frac{1}{2} \cdot (w_2^2 - w_1^2) + g \cdot (z_2 - z_1))$$

$$\dot{m} = \frac{\dot{V}}{v} = \frac{A \cdot w}{v} \quad \text{Für Ideale Gase: } \dot{m} = \frac{p \cdot A \cdot w}{RT} = \frac{p \cdot A \cdot w}{RT}$$

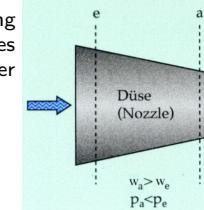
Bauteile

Düse und Diffusor

Eine Düse ist eine Verengung in einer Strömung und ein Diffusor eine Erweiterung. Die Enthalpie des Fluids wird in kinetische Energie umgewandelt (oder umgekehrt). Dabei gilt:

Stationär, $\Delta PE = 0$, $\dot{W}_s = 0$, $\dot{m}_1 = \dot{m}_2$

$$\text{wenn } \dot{Q} = 0 \Rightarrow h_1 + \frac{w_1^2}{2} = h_2 + \frac{w_2^2}{2} = \text{const.}$$



$$\text{Isentroper Düsenwirkungsgrad} \quad \eta_{D,s} = \frac{w_2^2}{w_{2,max}^2} = \frac{h_2 - h_1}{h_{2,s} - h_1}$$

Turbine

Turbinen werden von einem Fluid durchströmt, welches dabei von einem hohen Druckniveau auf ein tieferes entspannt und dabei **Arbeit leistet**.

Stationäres System, $\Delta PE = 0$, $\dot{m}_1 = \dot{m}_2 = \dot{m}$

Häufig: $\Delta KE = 0$, $Q = 0$

$$\text{Allgemeine Arbeit} \quad \dot{W}_s = \dot{Q} + \dot{m} \cdot (h_1 + \frac{w_1^2}{2} - h_2 - \frac{w_2^2}{2})$$

wenn $\dot{Q} = 0$ (isoliert) und $\Delta KE = 0$: $\dot{W}_s = \dot{m} \cdot (h_{ein} - h_{aus})$

$$\text{Isentroper Turbinenwirkungsgrad} \quad \eta_{T,s} = \frac{\dot{W}_{irrev}}{\dot{W}_{rev}} = \frac{h_1 - h_2}{h_1 - h_{2,s}}$$

Kompressor / Pumpe

Umgekehrte Turbinen: Über Antriebswelle wird Arbeit aufgenommen und Druck des Fluids wird erhöht.

$$\dot{W}_s - \dot{Q} = \dot{m}(h_e - h_a)$$

Pumpe: Durch aufwenden der Arbeit wird der Massenstrom erhöht bei möglichst wenig Druckanstieg.

isentrop und inkompressibel:

$$h_{2,s} - h_1 = v \cdot \Delta p$$

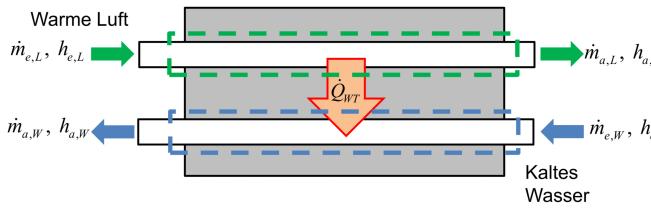
$$\text{Isentroper Pumpenwirkungsgrad } \eta_{P,s} = \frac{\dot{W}_{rev}}{\dot{W}_{irrev}} = \frac{h_{2,s} - h_1}{h_2 - h_1}$$

Kompressor: Möglichst höher Druckanstieg.

$$\text{Isentroper Kompressorwirkungsgrad } \eta_{K,s} = \frac{\dot{W}_{rev}}{\dot{W}_{irrev}} = \frac{h_1 - h_{2,s}}{h_1 - h_2}$$

Wärmetauscher

Bei Durchströmung soll möglichst viel Wärme aufgenommen/abgegeben werden. Arbeit wird keine geleistet ($\dot{W}_s = 0$) und das System kann als isoliert betrachtet werden ($\dot{Q} = 0$).



$$\text{Luft: } \dot{Q}_{WL} = \dot{m}_L(h_{e,L} - h_{a,L}) \quad \text{Wasser: } \dot{Q}_{WL} = \dot{m}_W(h_{a,W} - h_{e,W})$$

$$\text{Exergetischer Wirkungsgrad: } \varepsilon = \frac{\dot{m}_W \cdot (e_{x,Str,a,W} - e_{x,Str,e,W})}{\dot{m}_L \cdot (e_{x,Str,e,W} - e_{x,Str,a,W})}$$

Drossellement / Ventil

In einer Drossel wird ein Fluid von einem hohen Druckniveau auf ein tieferes entspannt ohne dass Arbeit geleistet wird. Keine Wärmeübertragung und konstante Entnahmepfeile.

$$h_1 = h_2$$

⇒ Für Berechnung von T_2 oder p_2 hilfreich

Halboffene Systeme

Systemmasse nicht konstant, Ein-/Ausschubbedingung konstant.

$$\Delta E = Q - W + \sum \Delta m_{i,ein} \cdot \left(h_{i,ein} + \frac{v_{i,ein}^s}{2} + gz_{i,ein} \right) - \sum \Delta m_{i,aus} \cdot \left(h_{i,aus} + \frac{v_{i,aus}^s}{2} + gz_{i,aus} \right)$$

Beispiele

Halb Offenes System

Man betrachte ein System, welches über ein Ventil mit einem Tank verbunden ist. Es fliesst über eine Zeit eine Masse Δm vom Tank in das System und das Volumen des Systems nimmt um ΔV zu. Dann schreibt sich die Energiebilanz für das System wie folgt:

$$\Delta E = \Delta U = Q - W + \Delta m \cdot h_{T_E}$$

Wobei T_E die Eintrittstemperatur der Masse in das System ist. Unter Annahme, dass die Temperatur im System konstant bleibt und es sich um ein ideales Gas handelt, gilt folgendes:

$$W = p \cdot \Delta V = p \cdot \frac{\Delta m R T_S}{p} = \Delta m R T_S$$

$$\Delta U = \frac{\bar{u}_{T_S}}{M} \cdot \Delta m$$

Wobei T_S die Temperatur im System ist, welche anders als T_E sein kann.

Turbine: Wärmeverlust als %-Anteil der Leistung

Turbine, die ein %-Teil (x) ihrer Leistung als Wärmeabstrahlung verliert ($= Q < 0$). Berechnung der Leistung:

$$\begin{aligned} \dot{p}_s^0 &= \dot{Q} - \dot{W}_s + \dot{m}(h_1 - h_2 + \frac{w_1^2 - w_2^2}{2} + g(z_1 - z_2)) \\ \Rightarrow 0 &= -\frac{x}{100} \cdot \dot{W}_s - \dot{W}_s + \dot{m}(h_1 - h_2) \Rightarrow \dot{W}_s = \frac{\dot{m}(h_1 - h_2)}{1 + \frac{x}{100}} \end{aligned}$$

2. Hauptsatz der Thermodynamik

Formulierungen

Clausius: Wärme kann nicht von selbst (spontan) von einem Körper mit tieferer Temp. auf einen Körper mit höherer Temp. übertragen werden.

Kelvin-Planck: Ein Kreisprozess kann zugeführte Wärme nicht zu 100% in Arbeit umwandeln. Es gibt immer Abwärme.

Reversible und Irreversible Prozesse

Reversible Prozesse: Umkehrbar. Der Ausgangszustand im System und alle Teile der Umgebung kann wieder hergestellt werden. Die abgeföhrte Arbeit wird ohne Verlust gespeichert um das System wieder in den Ausgangszustand zu bringen.

Irreversible Prozesse: Nicht umkehrbar. Alle in der Natur und Technik auftretenden Prozesse sind irreversibel, weil sie irreversible Teilprozesse enthalten. Beispiele:

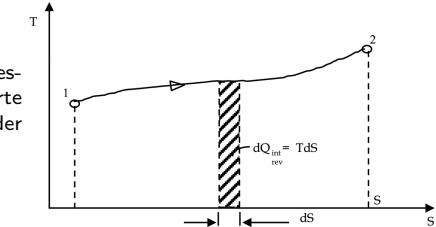
- Wärmeübertragung, Reibung, spontane chem. Reaktionen
- Expansion zu tieferem Druck, thermodyn. UnGGW
- Vermischung Stoffe unterschiedlicher Temp.

	Reversibel	Irreversibel
Expansion	$W_{rev} = \int_{V_1}^{V_2} p(V)dV > 0$	$W_{irr} = W_{rev} \cdot \eta_{irr}$ $\Rightarrow W_{rev} > W_{irr} $ $\Rightarrow Q_{rev} > Q_{irr} $
Kompression	$W_{rev} = \int_{V_1}^{V_2} p(V)dV < 0$	$W_{irr} = \frac{W_{rev}}{\eta_{irr}}$ $\Rightarrow W_{rev} < W_{irr} $ $\Rightarrow Q_{rev} < Q_{irr} $

- Bei gleicher Zustandsänderung leistet ein reversibles System mehr Arbeit als ein irreversibles.
- In ein reversibles System muss weniger Arbeit reingesteckt werden, um die gleiche Zustandsänderung zu erreichen.
- Irreversibilität ist im p-v-Diagramm nicht zu erkennen!

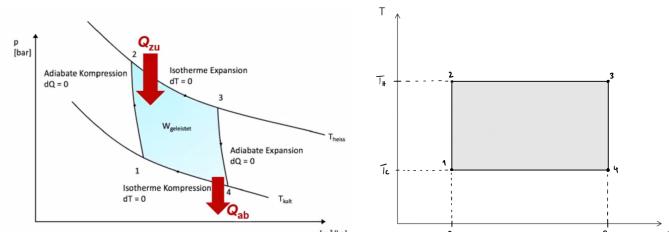
Für reversible Prozesse gilt:

$$dS = \left(\frac{\delta Q}{T} \right)_{rev} \Rightarrow \delta Q_{rev} = T \cdot dS \Rightarrow Q_{rev} = \int_1^2 T \cdot dS$$



Der Carnot Kreisprozess

Ein idealisierter reversibler Kreisprozess, der zwischen zwei Temperaturniveaus T_H und T_C arbeitet. Dient zur Definition der theoretisch max. umsetzbaren Wärmemenge / Wirkungsgrad.



$$\textcircled{1} \Rightarrow \textcircled{2}$$

Adiabate Kompression:

Arbeit $W_{12} < 0$ wird hineingesteckt. Temperatur steigt von T_C auf T_H . $\Delta S = \Delta H = 0 \Rightarrow Q = 0$

$$\textcircled{2} \Rightarrow \textcircled{3}$$

Isotherme Expansion:

System leistet Arbeit $W_{23} > 0$. Temperatur ist konstant bei T_H und Wärme wird zugeführt ($Q_{zu} = W_{23}$)

$$\textcircled{3} \Rightarrow \textcircled{4}$$

Adiabate Expansion:

System leistet Arbeit $W_{34} > 0$. Temperatur fällt von T_H auf T_C . $\Delta S = \Delta H = 0 \Rightarrow Q = 0$

$$\textcircled{4} \Rightarrow \textcircled{1}$$

Isotherme Kompression:

Arbeit $W_{41} < 0$ wird hineingesteckt. Temperatur ist konstant bei T_C und Wärme wird abgeführt ($Q_{ab} = W_{41}$)

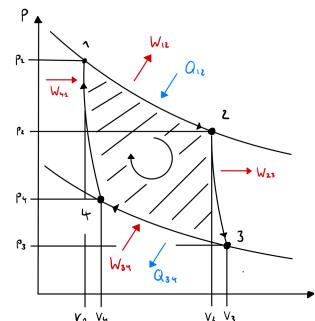
	Wärmekraftmaschine	Wärmepumpe	Kältemaschine
Richtung	Rechtsläufig (Wärme ⇒ Arbeit)	Links läufig (Arbeit ⇒ Wärme)	
Aufwand	$Q_H = Q_{zu}$	$W_{KP} = W_{zu}$	
Nutzen	$W_{KP} = W_{Nutz}$	$Q_H = Q_{ab}$	$Q_C = Q_{zu}$
	$\text{Wirkungsgrad } \eta_{th} = 1 - \frac{Q_C}{Q_H} = 1 - \frac{T_C}{T_H}$	$\text{Leistungsziffer } \epsilon$	
Beispiel	Verbrennungs-, Stirlingmotor	$\epsilon_W = \frac{Q_H}{Q_H - Q_C}$	Kühlschrank

Wärmekraft-Prozess

Carnot Kreisprozess im Uhrzeigersinn. Prozess liefert Arbeit ($W_{KP} > 0$), Wärme aus dem heißen Reservoir und Abwärme an das kalte Reservoir.

$$W_{KP} = Q_H - Q_C$$

- $$\begin{aligned} \textcircled{1} \Rightarrow \textcircled{2} \quad W_{12} &= p_1 V_1 \cdot \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) \\ Q_{12} &= p_1 V_1 \cdot \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) \\ \textcircled{2} \Rightarrow \textcircled{3} \quad W_{23} &= m \cdot (u_2 - u_3) \\ Q_{23} &= 0 \\ \textcircled{3} \Rightarrow \textcircled{4} \quad W_{34} &= p_3 V_3 \cdot \ln\left(\frac{V_4}{V_3}\right) \\ Q_{34} &= p_3 V_3 \cdot \ln\left(\frac{V_4}{V_3}\right) \\ \textcircled{4} \Rightarrow \textcircled{1} \quad W_{41} &= m \cdot (u_4 - u_1) \\ Q_{41} &= 0 \end{aligned}$$

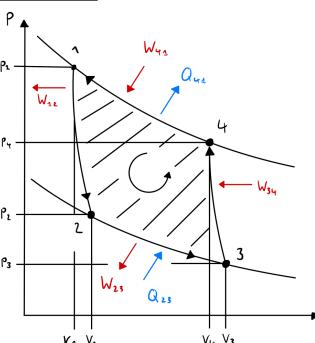


Kältemaschinen / Wärmepumpen-Prozess

Carnot Kreisprozess im Gegenuhzeigersinn. Es muss Arbeit hineingesteckt werden ($W_{KP} < 0$) um Wärme aus dem Kalten Reservoir an das Heisse abzugeben.

$$-W_{KP} = Q_H - Q_C$$

- $$\begin{aligned} \textcircled{1} \Rightarrow \textcircled{2} \quad W_{12} &= m \cdot (u_1 - u_2) \\ Q_{12} &= 0 \\ \textcircled{2} \Rightarrow \textcircled{3} \quad W_{23} &= p_2 V_2 \cdot \ln\left(\frac{V_3}{V_2}\right) \\ Q_{23} &= p_2 V_2 \cdot \ln\left(\frac{V_3}{V_2}\right) \\ \textcircled{3} \Rightarrow \textcircled{4} \quad W_{34} &= m \cdot (u_3 - u_4) \\ Q_{34} &= 0 \\ \textcircled{4} \Rightarrow \textcircled{1} \quad W_{41} &= p_4 V_4 \cdot \ln\left(\frac{V_1}{V_4}\right) \\ Q_{41} &= p_4 V_4 \cdot \ln\left(\frac{V_1}{V_4}\right) \end{aligned}$$



Leistungsziffer

$$\epsilon_k = \frac{Q_C}{-W_s}$$

$$\text{Falls reversibel} \quad \epsilon_k = \epsilon_{k,max} = \frac{Q_C}{Q_H - Q_C} = \frac{T_C}{T_H - T_C}$$

Thermischer Wirkungsgrad

Allgemein

Der Thermische Wirkungsggrad ist das **Verhältnis von Nutzen** (oft mech. Arbeit) und **Aufwand** (oft Wärme).

$$\eta_{th} = \frac{\text{Nutzen}}{\text{Aufwand}} = \frac{W_{Nutz}}{Q_{zu}} = \frac{\sum W_{ij}}{Q_{zu}}$$

Kreisprozesse: $Q_{KP} = W_{KP}, \quad \Delta U = 0$

$$\Rightarrow \eta_{th,KP} = \frac{W_{Nutz}}{Q_{zu}} = \frac{Q_{zu} - Q_{ab}}{Q_{zu}} = 1 - \frac{Q_{ab}}{Q_{zu}}$$

Wirkungsgrad des Carnot Prozess

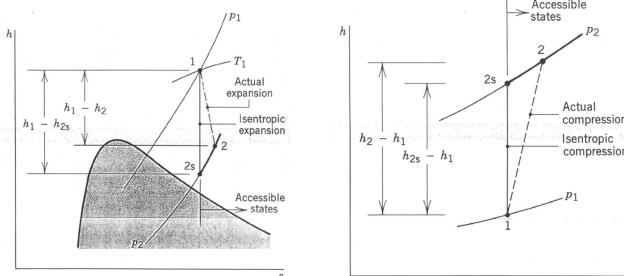
Der Wirkungsgrad des Carnotprozess gilt auch für jeden beliebigen reversiblen Kreisprozess und stellt das **theoretische Maximum** dar, welches ein Kreisprozess erreichen kann. Der Wirkungsgrad ist nach dem 2. HS auf einen Wert deutlich < 1 limitiert.

$$\eta_{th,KP} = 1 - \frac{Q_{ab}}{Q_{zu}} \Rightarrow \eta_{Carnot} = 1 - \frac{Q_C}{Q_H} = 1 - \frac{T_C}{T_H}$$

Der therm. Wirkungsgrad eines irreversiblen Wärmekraftprozesses ist **immer geringer als derjenige eines Reversiblen**.

Isentroper Wirkungsgrad

Der Isentrope Wirkungsgrad vergleicht die Leistungsfähigkeit eines realen Elementes mit der Leistungsfähigkeit eines idealen, verlustfreiarbeitenden Elementes bei den selben Eintrittsbedingungen und dem selben Austrittsdruck.



Bei Expansion:

$$\eta_s = \frac{\dot{W}}{\dot{W}_{max}} = \frac{h_1 - h_2}{h_1 - h_{2,s}}$$

Anwendungen

Massenspezifische Arbeit einer Pumpe:

Gesucht ist $\frac{\dot{W}_P}{m}$, Gegeben ist p_1, x_1, p_2 und $\eta_{s,P}$.

$$\frac{\dot{W}_P}{m} = w_P = h_1 - h_2 = \frac{h_1 - h_{2,s}}{\eta_{s,P}} = \frac{v_1 \cdot (p_1 - p_2)}{\eta_{s,P}}$$

Achtung: Die letzte Umformung gilt nur, wenn das Medium in der Pumpe **inkompressibel** ist, es gilt also nur für unterkühlte Flüssigkeiten!

Massenspezifische Arbeit einer Turbine:

Gesucht ist $\frac{\dot{W}_T}{m}$, Gegeben ist p_1, T_1, p_2 und $\eta_{s,T}$.

$$\frac{\dot{W}_T}{m} = w_T = h_1 - h_2 = \eta_{s,T} \cdot (h_1 - h_{2,s})$$

Daraus lässt sich dann auch einfach h_2 berechnen (hierzu waren anfangs zu wenig Informationen gegeben):

$$h_2 = h_1 - \eta_{s,T} \cdot (h_1 - h_{2,s}) = h_1 - w_T$$

$h_{2,s}$ berechnen, wenn Zustand 2 im Bereich des überheizten Dampfes:

① s_1 berechnen mit Tabellen und p_1, T_1 , dann ist $s_{2,s} = s_1$

② In die Tabellen für *Superheated Vapor* gehen und Tabelle für entsprechenden Druck p_2 suchen

③ In dieser Tabelle nun für $h_{2,s}$ interpolieren mit gegebenem $s_{2,s}$

$h_{2,s}$ berechnen, wenn Zustand 2 im Nass-Dampf-Gebiet:

① s_1 berechnen mit Tabellen und p_1, T_1 , dann ist $s_{2,s} = s_1$

② In die Tabellen für *Saturated Vapor - Pressure Table* gehen und Zeile für entsprechenden Druck p_2 suchen

③ Dampfanteil x des Zustandes 2,s berechnen:

$$x = \frac{s_{2,s} - s_f(p=p_2)}{s_g(p=p_2) - s_f(p=p_2)}$$

④ $h_{2,s} = h_f(p=p_2) + x \cdot h_{fg}(p=p_2)$

Entropie

Begriff

Die Entropie ist ein Mass dafür, wieviel von der potentiellen Arbeitsmöglichkeit einer thermischen Energiemenge schon verloren/verbraucht ist. Ein Prozess wird spontan immer in die Richtung ablaufen, dass die **Entropie zunimmt**.

$$S_y = S_x + \int_x^y \frac{\delta Q_{rev}}{T}$$

Tabellenwerte der Entropie

überhitzer Dampf:	Druck & Temp. unabhängig $\Rightarrow s(T, p)$
gesättigte Zustände:	Druck & Temp. abhängig $\Rightarrow s(T, p_{sat})$
Nassdampfgebiet:	abhängig von Dampfanteil $\Rightarrow s(x, T)$
unterkühlte Flü.: geringe Kompressibilität	$\Rightarrow s(T, p) \approx s_f(T)$
Dampfanteil x mit Entropie:	$x = \frac{s_x - s_f}{s_g - s_f}$

Clausius Ungleichung

$$\oint \frac{\delta Q}{T} \leq 0$$

Das Gleichheitszeichen gilt für alle reversiblen Prozesse, das Ungleichheitszeichen für Irreversible.

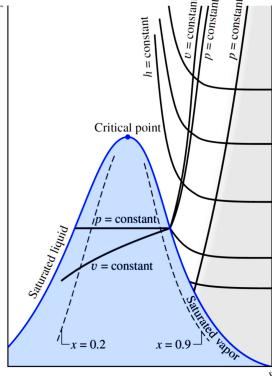
Im Carnot-Prozess: $\oint \frac{\delta Q}{T_G} = \frac{Q_H}{T_H} - \frac{Q_C}{T_C} = \Delta S_{zu} - \Delta S_{ab} = 0$

Daraus folgt: $\frac{Q_H}{T_H} = \frac{Q_C}{T_C} \Leftrightarrow \frac{Q_H}{Q_C} = \frac{T_H}{T_C}$

$$\Delta S = S_2 - S_1 = \frac{\Delta Q}{T_G} = \frac{\text{zugeführte Wärmemenge}}{\text{Temp. an Systemgrenze}}$$

→ Gilt nur für **reversible** Prozesse, folgt aus $S_{erz} = 0$

T-s Diagramm



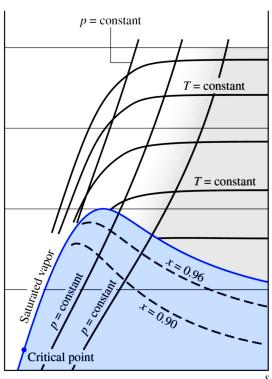
- Die $v = \text{const}$. Linien (Isochoren) verlaufen steiler als die $p = \text{const}$. Linien (Isobaren).
- Im grau schattierten Bereich (große Entropie und kleine Drücke) gilt näherungsweise:

$$h(T, p) \approx h(T)$$

- Im Nassdampfgebiet gilt:

$$s(x, T) = s_f(T) + x \cdot s_{fg}(T)$$

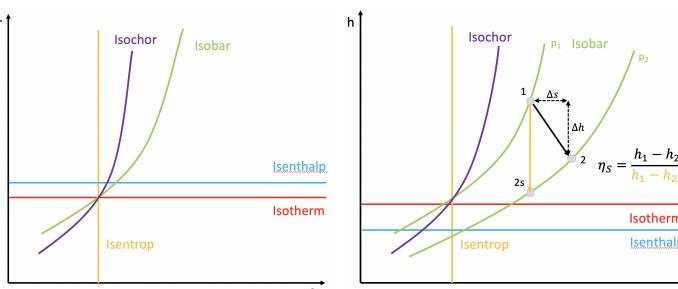
h-s Diagramm / Mollier Diagramm



- Der kritische Punkt ist nicht der Punkt auf der Sättigungslinie mit der max. Enthalpie.
- Für grosse Werte von s und h verlaufen die Isothermen horizontal. Dies ist der grau schattierte Bereich, in dem das Ideale Gasgesetz gilt!
- Im Nassdampfgebiet gilt:

$$h(x, T) = h_f(T) + x \cdot h_{fg}(T)$$

T-s und h-s Diagramme für Ideale Gase



TdS-Gleichungen

Die TdS-Gleichungen stellen einen Zusammenhang zwischen verschiedenen thermodynamischen Größen her. Zusammenfassung des 1. und 2. Hauptsatzes.

1. TdS Gleichung

$$T \cdot ds = dU + pdV$$

$$T \cdot ds = du + pdv$$

$$T \cdot ds = d\bar{u} + pd\bar{v}$$

2. TdS-Gleichung

$$T \cdot ds = dH - Vdp$$

$$T \cdot ds = dh - vdp$$

$$T \cdot d\bar{s} = d\bar{h} - \bar{v}dp$$

Gilt für reversible und irreversible Prozesse! Bei Verdampfung/Kondensation gilt: $p = \text{const} \Rightarrow T \cdot ds = dh$

Entropieänderung

Ideale Gase

$$\text{Luft (A-22): } s(T_2, p_2) - s(T_1, p_1) = s^0(T_2) - s^0(T_1) - R \cdot \ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right) = \Delta s$$

$$\text{Andere: } \bar{s}(T_2, p_2) - \bar{s}(T_1, p_1) = \bar{s}^0(T_2) - \bar{s}^0(T_1) - \bar{R} \cdot \ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right) = \Delta \bar{s} = \Delta s \cdot M$$

$s^0(T)$ ist die Entalpie beim Referenzdruck $p = 1 \text{ atm}$ und ist definiert als: $s^0(T) = \int_0^T c_p(T) \frac{dT}{T}$, der Term $R \cdot \ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right)$ ist die Druckkorrektur.

$$\text{falls } c_v \text{ konst: } s_2 - s_1 = c_v \cdot \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) + R \cdot \ln\left(\frac{v_2}{v_1}\right)$$

$$\text{falls } c_p \text{ konst: } s_2 - s_1 = c_p \cdot \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) - R \cdot \ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right)$$

$$\text{Isothermer Prozess: } s^0(T_2) - s^0(T_1) = 0 \Rightarrow s_2 - s_1 = R \cdot \ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right)$$

$$\text{Isentroper Prozess: } s_2 - s_1 = 0 \Rightarrow \frac{p_2}{p_1} = \exp\{R^{-1} \cdot (s^0(T_2) - s^0(T_1))\}$$

Inkompressible Stoffe

Bei Inkompressiblen Stoffen (Festkörper, Flüssigkeiten) gilt immer näherungsweise $v = \text{const}$.

$$s_2 - s_1 = \int_{T_1}^{T_2} c(T) \frac{dT}{T} \quad \text{falls } c = \text{const.} \Rightarrow s_2 - s_1 = c \cdot \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right)$$

Entropiebilanz

Für geschlossene Systeme

$$S_{erz} = S_2 - S_1 - \sum \frac{Q}{T_G}$$

$$\dot{S}_{erz} = \underbrace{\dot{S}}_{=\dot{m} \cdot (s_2 - s_1)} - \sum \frac{\dot{Q}}{T_G}$$

$$\bullet \text{ Reversibel: } S_{erz} = 0 \Rightarrow S_2 - S_1 = \sum \frac{Q}{T_G} = \Delta S$$

$$\bullet \text{ Reversibel \& Adiabat: } S_{erz} = 0 \text{ \& } Q = 0 \Rightarrow S_2 - S_1 = \sum \frac{\dot{Q}}{T_G} \hookrightarrow \Delta S = 0 \Rightarrow \text{Isentrop}$$

$$\bullet \text{ Kreisprozess: Zustand am Ende ist gleich } S_{erz,KP} = - \sum \frac{Q}{T_G}$$

$$\bullet \text{ Spez. Wärmekapazität } c: dS = m \cdot c \cdot \frac{dT}{T} \Leftrightarrow \Delta S = \int_{T_1}^{T_2} m \cdot c \cdot \frac{dT}{T}$$

Halboffene Systeme:

$$S_{erz} = S_2 - S_1 - \sum \frac{Q}{T_G} + \sum \Delta m_{aus} \cdot s_{aus} - \sum \Delta m_{ein} \cdot s_{ein}$$

Für offene Systeme

$$\dot{S}_{erz} = \dot{S} - \sum \frac{\dot{Q}}{T_G} + \sum \dot{m}_2 s_2 - \sum \dot{m}_1 s_1$$

- (1): Erzeugte Entropie pro Zeiteinheit (Prozessgröße!)
- (2): Änderung der Entropie des Systems $\dot{S} = \dot{m}(s_2 - s_1)$
- (3): Entropiefluss über Systemgrenze durch Wärmeleitung
- (4): Mit Masse ausströmender Entropiestrom
- (5): Mit Masse einströmender Entropiestrom

$$\text{Stationärer Prozess, } \dot{m}_1 = \dot{m}_2: \dot{S}_{erz} = - \sum \frac{\dot{Q}}{T_G} + \dot{m}(s_2 - s_1)$$

Energie

Exergie: Der Anteil des Energieinhaltes eines Systems, der maximal (mittels eines reversiblen Prozesses) in Arbeit umgewandelt werden kann bis zum vollständigen Ausgleich mit der Umgebung.

Anergie: Der Energieanteil, der nach dem Erreichen des GGW im System zurück bleibt (und nicht mehr in Arbeit umgewandelt werden kann).

$$\text{Energie} = \text{Exergie} + \text{Anergie}$$

Geschlossene Systeme

Energie (Absolut)

$$E_x = U - U_0 + p_0(V - V_0) - T_0(S - S_0) + KE + PE$$

$$e_x = u - u_0 + p_0(v - v_0) - T_0(s - s_0) + ke + pe$$

$$KE = \frac{mw^2}{2} \quad PE = mgz \quad T_0 := \text{Umgebungstemp.}$$

Energie-Differenz

$$\Delta E_x = \Delta U + p_0(V_2 - V_1) - T_0(S_2 - S_1) + \Delta KE + \Delta PE$$

$$\Delta e_x = \Delta u + \underbrace{p_0(v_2 - v_1)}_{[\dots] = \frac{N}{m^2} \cdot \frac{m^3}{kg} = \frac{J}{kg}} - T_0(s_2 - s_1) + \Delta ke + \Delta pe$$

Offene Systeme

Energie (Absolut)

$$\dot{E}_{x,str} = \dot{m} \cdot [(h - h_0) - T_0(s - s_0) + ke + pe]$$

$$e_{x,str} = \frac{\dot{E}_{x,str}}{\dot{m}} = (h - h_0) - T_0(s - s_0) + ke + pe$$

Energie-Differenz

$$\Delta \dot{E}_{x,str} = \dot{E}_{x,str,2} - \dot{E}_{x,str,1} = \dot{m}[(h_2 - h_1) - T_0(s_2 - s_1) + \Delta ke + \Delta pe]$$

$$\Delta e_{x,str} = e_{x,str,2} - e_{x,str,1} = (h_2 - h_1) - T_0(s_2 - s_1) + \Delta ke + \Delta pe$$

Energieverlust: Gouy-Stodola-Theorem

Das Theorem stellt eine Verbindung dar zwischen der Entropieerzeugung und verlorener Energie \Rightarrow Verlust der Arbeitsfähigkeit.

$$\dot{E}_{x,Verl} = T_0 \cdot \dot{S}_{erz} = \dot{W}_{Verl} \Leftrightarrow E_{x,Verl} = T_0 \cdot S_{erz} = W_{Verl}$$

Energiebilanz

Geschlossene Systeme

$$\Delta E_x = \int \left(1 - \frac{T_0}{T_G}\right) \delta Q - (w - p_0 \cdot \Delta V) - T_0 \cdot \dot{S}_{erz}$$

$\underbrace{\quad}_{E_{x,Q}}$ $\underbrace{\quad}_{E_{x,W}}$ $\underbrace{\quad}_{E_{x,Verl}}$
Reversibel Irreversibel

$$\int \left(1 - \frac{T_0}{T_G}\right) \delta Q = Q - T_0 \cdot \Delta S = Q - T_0 m \cdot (s_2 - s_1)$$

Stationärer Prozess $\Delta E_x = 0$ Reversible Prozess $T_0 \cdot \dot{S}_{erz} = 0$

Keine Arbeit $E_{x,W} = 0$

Energieänderungsgeschwindigkeit

$$\dot{E}_x = \sum \left(1 - \frac{T_0}{T_{G,i}}\right) \cdot Q_i - (W_0 - p_0 \dot{V}) - T_0 \cdot \dot{S}_{erz}$$

Offene Systeme

$$\dot{E}_x = \sum_{\text{Reinströmend}} \dot{m}_i \cdot e_{x,str,i} - \sum_{\text{Rausströmend}} \dot{m}_j \cdot e_{x,str,j} - (\dot{W}_s - p_0 \dot{V}) + \sum \dot{Q}_i \left(1 - \frac{T_0}{T_{G,i}}\right) - T_0 \cdot \dot{S}_{erz}$$

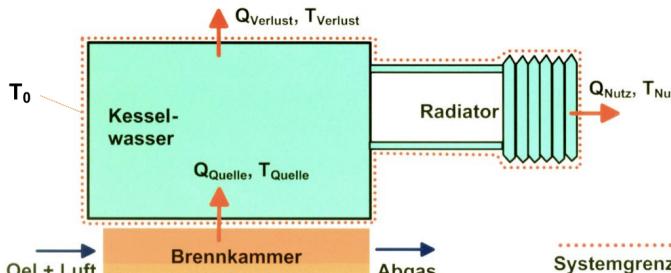
Mit folgenden Annahmen: stationär und ein Massenstrom \dot{m}

$$\Rightarrow \sum \dot{Q}_i \left(1 - \frac{T_0}{T_{G,i}}\right) - \dot{W}_s - T_0 \cdot \dot{S}_{erz} = \dot{m} [h_2 - h_1 - T_0(s_2 - s_1) + \Delta ke + \Delta pe]$$

$$\Leftrightarrow \sum \dot{Q}_i \left(1 - \frac{T_0}{T_{G,i}}\right) - \dot{W}_s - T_0 \cdot \dot{S}_{erz} = \dot{E}_{x,str,2} - \dot{E}_{x,str,1}$$

Energieertrag durch Wärmezufuhr

Beispiel einer Energiebilanz:



Der erste Hauptsatz für das (geschlossene) System lautet:

$$\frac{dE}{dt} = \dot{Q}_{Quelle} - \dot{Q}_{Verlust} - \dot{Q}_{Nutz} - \dot{W} = 0$$

$$\Rightarrow \dot{Q}_Q = \dot{Q}_N + \dot{Q}_V$$

Also erhält man für die Energiebilanz:

$$\begin{aligned} \frac{dE_x}{dt} &= \left(1 - \frac{T_0}{T_Q}\right) \dot{Q}_Q - \left(1 - \frac{T_0}{T_N}\right) \dot{Q}_N - \left(1 - \frac{T_0}{T_V}\right) \dot{Q}_V - \\ &\quad \boxed{[\dot{W} - p_0 \dot{V}] - T_0 \dot{S}_{erz} = 0} \\ \Rightarrow \quad &\left(1 - \frac{T_0}{T_Q}\right) \dot{Q}_Q = \underbrace{\left(1 - \frac{T_0}{T_N}\right) \dot{Q}_N}_{\text{zugeführte Exergie}} + \underbrace{\left(1 - \frac{T_0}{T_V}\right) \dot{Q}_V}_{\text{genutzte Exergie}} + \underbrace{T_0 \dot{S}_{erz}}_{\text{Verlust}} + \underbrace{\dot{W}}_{\text{Irreversibel}} \end{aligned}$$

Eregetischer Wirkungsgrad

Der energetische/thermische Wirkungsgrad η bewertet die Nutzung der **Energie** in der Quantität. Hingegen der **exergetische Wirkungsgrad** ε bewertet die Nutzung der Energie in der Quantität. Ziel ist es, die Effizienz bei Nutzung von Energiequellen zu bewerten.

Definiton

$$\text{Exergetischer WG } \varepsilon = \frac{\text{genutzer Exergiestrom}}{\text{zugeföhrter Exergiestrom}}$$

$$\text{Energetischer WG } \eta = \frac{\text{genutzer Energiestrom}}{\text{zugeföhrter Energiestrom}} = \frac{\dot{W}_s}{\dot{Q}_Q}$$

Bei Wärmeströmen:

$$\begin{aligned} \eta &= \frac{\dot{Q}_N}{\dot{Q}_Q} & \varepsilon &= \frac{\left(1 - \frac{T_0}{T_N}\right) \dot{Q}_N}{\left(1 - \frac{T_0}{T_Q}\right) \dot{Q}_Q} = \eta \cdot \frac{1 - \frac{T_0}{T_N}}{1 - \frac{T_0}{T_Q}} \\ \frac{\varepsilon}{\eta} &= \frac{1 - \frac{T_0}{T_N}}{1 - \frac{T_0}{T_Q}} & \varepsilon \rightarrow \eta : E_{x,Verlust} \rightarrow 0 \end{aligned}$$

Hier steht \dot{Q}_N für die nutzbare Wärmeleistung und \dot{Q}_Q für die Wärmeleistung aus der Quelle, also für den Aufwand. T_N ist die Oberflächentemperatur an der Stelle, wo die nutzbare Wärme übertragen wird und T_Q ist die Oberflächentemperatur an der Stelle, wo die aufgewendete Wärme übertragen wird.

Beispiele von exergetischen Wirkungsgraden

• offenes System mit Leistung:

$$\varepsilon = \frac{\dot{E}_{x,Nutz}}{\dot{m}(e_{x,Str,1} - e_{x,Str,2})} = \frac{\dot{E}_{x,Nutz}}{\dot{E}_{x,Nutz} + T_0 \cdot \dot{S}_{erz}}$$

bei Nutzung der Abwärme: $\dot{E}_{x,Nutz} = \dot{Q}_A \cdot \left(1 - \frac{T_0}{T_A}\right) + \dot{W}_S$

ohne Nutzung der Abwärme: $\dot{E}_{x,Nutz} = \dot{W}_S$

• Turbine:

$$\varepsilon = \frac{\dot{W}_S}{\dot{m}(e_{x,Str,1} - e_{x,Str,2})} = \frac{\dot{W}_S}{\dot{W}_S + T_0 \cdot \dot{S}_{erz}}$$

• Pumpe / Kompressor:

$$\varepsilon = \frac{\dot{m}(e_{x,Str,2} - e_{x,Str,1})}{\dot{W}_{invest}} = \frac{\dot{W}_{invest} - E_{x,V}}{\dot{W}_{invest}} = \frac{-\dot{W}_S - T_0 \cdot \dot{S}_{erz}}{-\dot{W}_S}$$

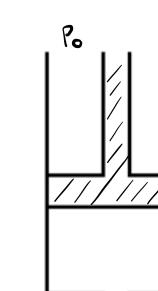
$$Q_{Verl} = 0 \Rightarrow \varepsilon = \frac{(h_2 - h_1) - T_0(s_2 - s_1)}{h_2 - h_1}$$

• Wärmetauscher mit Vermischung:

$$\varepsilon = \frac{\dot{m}_{C,i} \cdot (e_{x,Str,e} - e_{x,Str,C,i})}{\dot{m}_{H,i} \cdot (e_{x,Str,H,i} - e_{x,Str,e})}$$

Anhang

Zylinder mit Kolben



Belastung: Gewicht

$$p = \frac{M_{Kolben} \cdot g}{A} + p_0$$

Wobei p_0 der Umgebungsdruck und A die Querschnittsfläche des Kolbens ist.

Belastung: Feder

$$p = \frac{k \cdot x}{A} + p_0$$

Wobei k die Federkonstante, x die Auslenkung und A die Querschnittsfläche des Kolbens ist.

$$\begin{aligned} W_F &= \int_{V_1}^{V_2} p(V) dV = \int_{x_1}^{x_2} \left(\frac{k \cdot x}{A} + p_0\right) A \cdot dx \\ &= \int_{x_1}^{x_2} k x dx + p_0 A dx = \frac{1}{2} k(x_2^2 - x_1^2) + p_0 A(x_2 - x_1) \end{aligned}$$

Polytrop Expansion - Arbeitsintegral

Annahme: $p \cdot V^n = \text{const.}$ und Reales Gas. Dann Gilt:

$$p \cdot V^n = \text{const.} \stackrel{\text{z.B.}}{=} p_2 \cdot V_2^n \Rightarrow p(V) \cdot V^n = p_2 \cdot V_2^n \Rightarrow p(V) = \frac{p_2 \cdot V_2^n}{V^n}$$

$$\begin{aligned} W_{12} &= \int_{V_1}^{V_2} p(V) dV = \int_{V_1}^{V_2} \frac{p_2 \cdot V_2^n}{V^n} dV = p_2 \cdot V_2^n \int_{V_1}^{V_2} \frac{1}{V^n} dV \\ &= p_2 \cdot V_2^n \cdot \frac{1}{1-n} [V^{1-n}]_{V_1}^{V_2} = \frac{p_2 \cdot V_2^n}{1-n} \cdot (V_2^{1-n} - V_1^{1-n}) \\ &= \frac{1}{1-n} \cdot (p_2 V_2 - p_1 V_1) \end{aligned}$$

Maxwell'sche Gleichungen der Thermodynamik

$$du = Tds - pdv \quad dh = Tds + vdp$$

Inkompressible Medien

Inkompressible Medien sind Festkörper und teilweise Fluide (wenn in der Aufgabenstellung gegeben ist, dass es als inkompressibel betrachtet werden kann).

$$c_p = c_v = c$$

$$u_2 - u_1 = c \cdot (T_2 - T_1)$$

$$h_2 - h_1 = c \cdot (T_2 - T_1) + v \cdot (p_2 - p_1)$$