29/01/13

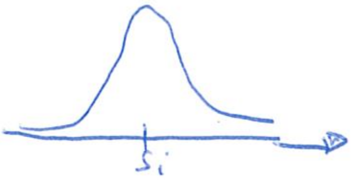
Law of comparative judgement

≈ Methode des paarweisen Vergleichs

Ursprung physiologische Messung,
Ebene d. Messung bezieht sich auf ein objektives Kontinuum

Annahmen:

- Einschätzung des Objektes variiert, i
- NV verteilte Wahrnehmungsabweichungen, Mittelwert bei wahrem Parameter, s_i



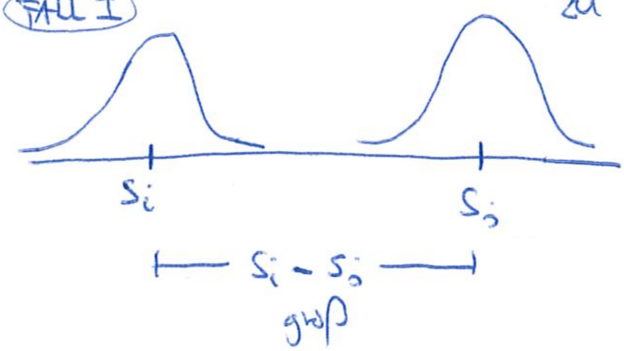
wahrgenommene Orte der Objekte: i, j auf dem Kontinuum.

Wenn $i > j$ → Dominanzurteil $(i > j)$

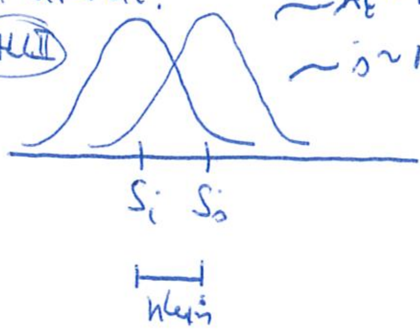
Wenn $i < j$ → $(i < j)$

Wahrnehmung variiert → Urteile kommen mit gewisser P zu einem Urteil.

FALL I



FALL II

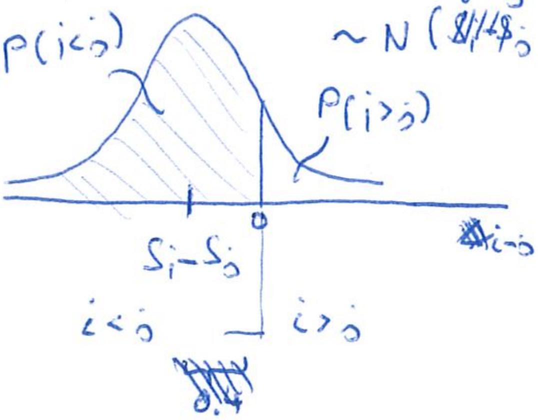


$\sim i \sim N(s_i, \sigma_i^2)$

$\sim j \sim N(s_j, \sigma_j^2)$

Wie ist die Differenz $s_i - s_j$ verteilt → Differenz zwischen zwei NV Variablen

Verteilung d. Differenz zweier NV-Variablen, die ggf. korreliert sind $r_{ij} \neq 0$.



$$\sim N(s_i - s_j,\ \sigma_i^2 + \sigma_j^2 - 2\sigma_{ij})$$

$$= \sigma_i^2 + \sigma_j^2 - 2\frac{\sigma_{ij}\,\sigma_i\,\sigma_j}{\sigma_i \cdot \sigma_j}$$

$$= \sigma_i^2 + \sigma_j^2 - 2 r\, \sigma_i \sigma_j \qquad \boxed{\text{Gl. I}}$$

29/01/13

z-Standardisierung der Differenzenverteilung

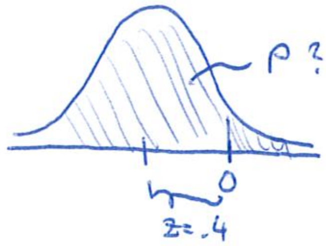
→ z-Wert an d. Stelle 0

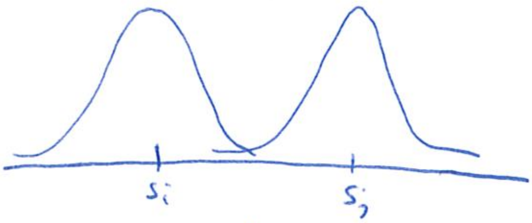
$$z = \frac{x - \mu_x}{\sigma_x}$$

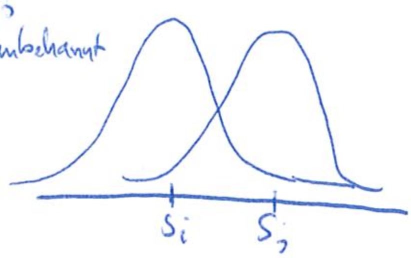
$$z_{i-j} = \frac{0 - (s_i - s_j)}{\sigma_{i-j}}$$

$$= \frac{s_j - s_i}{\sqrt{\sigma_i^2 + \sigma_j^2 + 2 r_{ij} \sigma_i \sigma_j}}$$

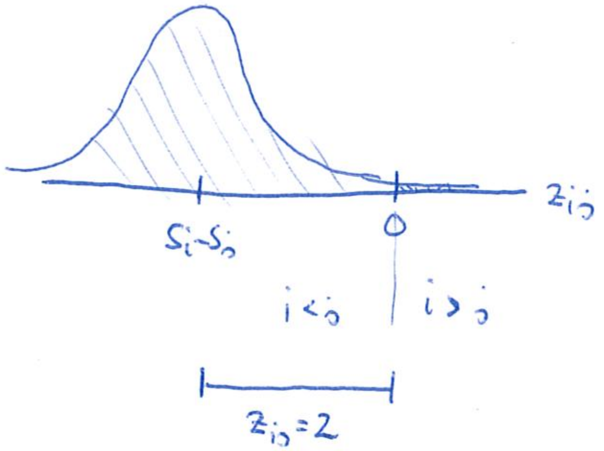
$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_i, \sigma_j \\ r_{ij} \text{ unbekannt} \end{array} \right.$

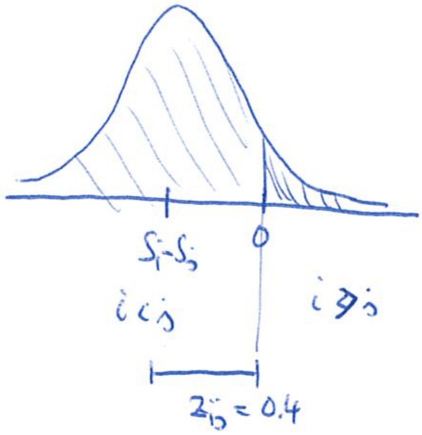




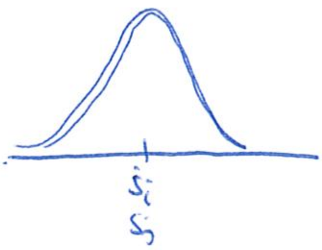


↓





Fall: $s_i = s_j$



29/01/13

Annahmen Thurstone:

- Varianzen aller Wahrnehmungen d. Objekte sind gleich

$$\sigma_i^2 = \sigma_j^2 = \sigma_k^2$$

- Korrelationen der Wahrnehmung zwischen allen Objekten ist konstant

$$r_{ij} = r_{ik} = r_{jk}$$

Es vereinfacht sich Gl. I zu

z-Wert bzw. $$z_{ij} = \frac{S_j - S_i}{\sqrt{\sigma^2 + \sigma^2 - 2r\sigma^2}} = \frac{S_j - S_i}{\underbrace{\sqrt{2\sigma^2(1-r)}}_{\text{Konstant für alle Paarvergleiche}}} = \frac{S_j - S_i}{K}$$

Konstante kann ohne Informationsverlust z.B. auf Eins gesetzt werden, d.h. S_x Werte werden so skaliert, dass der Nenner eins ergibt.

$$\Rightarrow \quad z_{ij} = S_j - S_i \qquad \text{CASE } \underline{V}$$

Die Differenzen zwischen S_j und S_i (unbekannt) geben also zugleich die z-Werte (und somit die P_{ij}) an.

Nun müssen die Werte für S_x so bestimmt werden, dass die empirischen Wahrsch. möglichst gut reproduziert werden

29/01/13

Vorgehensweise:

$K \cdot (K-1)/2$ Paarvergleiche

Urteile werden als Replikationen von Urteilen aufgefasst.

Ausgangspunkt

Dominanzmatrix → P relative Häufigkeiten

↓

Z z-Werte — siehe Ausdruck

← zeilenweise mitteln

Minimum abziehen

⇒ Thurstone LCJ Skala.

Mittelung ist beste Möglichkeit für S_i die dem z_{ij} nahe kommen.

Rekonstruktion d. P-Werte

Z' Differenz d. Skalenwerte für jedes Stimuluspaar führt zu dem z-Wert der durch die Skalenwerte rekonstruiert werden kann.

↓

p' Die entsprechenden p' Werte werden d. NV-Tabelle entnommen.
⇒ reproduzierte WKs.

↓

D Differenzen zwischen P und P'. Durchschnittliche absolute Differenz (AD) dient als Indikator für Modellanpassung.

Typische Werte $AD < 0.03$

Modell

$\hat{S}_{ij}$ ← S_{ij}

↓ $S_j - S_i$ ↑ Schätzung: zeilenweise Addition

z_{ij} z_{ij}

↓ ↑

$\boxed{P \leftrightarrow P_{emp}}$ → Ø Absolute Differenzen (AD) zur Beurteilung Modellgüte.

↑ ↑

absolute Häufigkeiten f f_{emp} START