

BINOMNI KOEFICIJENTI I BINOMNA FORMULA

BINOMNI KOEFICIJENT

1. Algebarski dokažite: $\binom{n}{0} + \binom{n+1}{1} + \dots + \binom{n+r}{r} = \binom{n+r+1}{r}$.
2. Kombinatorno dokažite: $\binom{n}{r} \binom{r}{k} = \binom{n}{k} \binom{n-k}{r-k}$.
3. Kombinatorno dokažite:

$$r^3 = 6 \binom{r}{3} + 6 \binom{r}{2} + \binom{r}{1}$$

4. Kombinatorno dokažite:

$$\sum_{r=0}^n \binom{n}{r} \binom{r}{3} = \binom{n}{3} 2^{n-3}.$$

5. Kombinatorno dokažite:

$$\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} (m-1)^{n-k} = m^n, \quad \forall n, m \in \mathbf{N}.$$

BINOMNA FORMULA

1. Dokažite: $\sum_{i=0}^n \binom{n}{i} = 2^n$.
2. Odredite četvrti član u razvoju $(xy + z)^n$ ako je suma svih koeficijenata jednaka 128.
3. Izračunajte: $\sum_{k=0}^n (-1)^k \binom{n}{k}$.
4. Neka je S skup koji ima n elemenata. Koliko ima podskupova skupa S koji imaju paran broj elemenata, a koliko koji imaju neparan broj elemenata?
5. Dokažite: $\sum_{k=0}^n k \binom{n}{k} = n 2^{n-1}$.
6. Dokažite: $\sum_{k=0}^n k^2 \binom{n}{k} = n(n+1) 2^{n-2}$.
7. Koliko ima racionalnih članova u razvoju binoma $(\sqrt{2} + \sqrt[4]{3})^{100}$?