

Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет
информационных технологий, механики и оптики

Факультет информационных технологий и программирования
Кафедра компьютерных технологий

Маркина Маргарита Анатольевна

Разработка гибридного алгоритма недоминирующей сортировки

Научный руководитель: к.т.н. доцент кафедры КТ М. В. Буздалов

Санкт-Петербург
2016

Содержание

Введение	4
Глава 1. Обзор работы	5
1.1 Предметная область	5
1.1.1 Применение	5
1.1.2 Основные термины и понятия	6
1.1.2.1 Недоминирующая сортировка	6
1.1.2.2 Алгоритм Fast	6
1.1.2.3 Алгоритм BOS	6
1.2 Анализ	6
1.2.1 Имеющиеся результаты	6
1.3 Постановка задачи	7
Глава 2. Теоретические исследования	9
Глава 3. Практические исследования	10
3.1 Предпосылки к предположению	10
Заключение	11
Список литературы	12

Введение

Множество известных и широко распространенных многокритериальных эволюционных алгоритмов используют процедуру недоминирующей сортировки, или процедуру определения множества недоминирующих решений, которая может быть сведена к недоминирующей сортировке. Примерами таких алгоритмов могут послужить NSGA-II [1], PESA [2], PESA-II [3], SPEA2 [4], PAES [5], PDE [6] и многие другие алгоритмы. Вычислительная сложность одной итерации этих алгоритмов часто определяется сложностью процедуры недоминирующей сортировки, следовательно, снижение сложности последней делает такие многокритериальные эволюционные алгоритмы значительно быстрее.

Цель работы сделать гибридный алгоритм, который основываясь на входных данных будет использовать наиболее подходящий алгоритм.

В Главе 1 представлен общий обзор работы. В разделе 1.1 уточнены основные цели работы и рассмотрены термины и понятия, используемые в данной работе. В разделе 1.2 произведен анализ того, что требуется, что уже сделано и почему сделанного недостаточно. В разделе 1.3 представлена полная формулировка задачи, решаемой в данной работе.

В Главе 2 представлены основные теоретические исследования.

В Главе 3 представлены практические исследования и их результаты.

Глава 1. Обзор работы

В этой главе представлен общий обзор работы: уточнены цели и объяснены термины и понятия, присутствующие в решении задачи. Также произведен обзор имеющихся результатов и сформулирована постановка задачи.

1.1. ПРЕДМЕТНАЯ ОБЛАСТЬ

Предметная область включает в себя:

- Алгоритмы недоминирующей сортировки.
- Эволюционные алгоритмы.
- Многокритериальные задачи оптимизации.
- Гибритизацию алгоритмов.
- Практические исследования.
- Оценку времени работы в худших случаях.
- Теоретические исследования.

1.1.1. Применение

Рассмотрим пример задачи, которая использует недоминирующую сортировку: $(\mu + \lambda)$ - эволюционная стратегия. Пусть есть начальное множество особей S , причем $|S| = \mu$. Далее по этому множеству генерируется новое множество особей P , где $|P| = \lambda$. Следующим шагом необходимо выбрать результирующее множество R из $\mu + \lambda$ особей, чтобы $|R| = \mu$. Требуется отобрать лучшие особи. Для этого необходимо произвести недоминирующую сортировку, тогда лучшими будут те, которые имеют наименьший ранг.

1.1.2. Основные термины и понятия

Далее мы рассмотрим основные определения, необходимые для понимания формулировки задачи.

1.1.2.1. Недоминирующая сортировка

В K -мерном пространстве, точка $A = (a_1, \dots, a_M)$ доминирует точку $B = (b_1, \dots, b_M)$, когда для всех $1 \leq i \leq M$ выполняется неравенство $a_i \leq b_i$, и существует такое j , что $a_j < b_j$. Недоминирующая сортировка множества точек S в M -мерном пространстве — это процедура, которая назначает всем точкам из S ранг. Все точки, которые не доминируются ни одной точкой из S имеют ранг нуль. Точка имеет ранг $i + 1$, если максимальный ранг среди доминирующих её точек равен i .

1.1.2.2. Алгоритм Fast

1.1.2.3. Алгоритм BOS

1.2. АНАЛИЗ

В данном разделе будет рассмотрено, что необходимо сделать, и проведено сравнение с тем, что уже есть.

1.2.1. Имеющиеся результаты

В работе Кунга и др. [7] предлагается алгоритм определения множества недоминирующих точек, при этом его вычислительная сложность составляет $O(N \log^{M-1} N)$, где N — это число точек, а M — размерность пространства. Этот алгоритм возможно использовать для выполнения недоминирующей сортировки. Сначала в множестве S находятся множество точек с рангом 0. Затем алгоритм Кунга запускается на оставшемся множестве точек, и получившемуся множеству точек присваивается ранг 1. Процесс выполняется до тех пор, пока имеются точки, которым не присвоен ранг.

Описанная процедура в худшем случае выполняется за $O(N^2 \log^{M-1} N)$, если максимальный ранг точки равен $O(N)$.

Йенсен [8] впервые предложил алгоритм недоминирующей сортировки с вычислительной сложностью $O(N \log^{M-1} N)$. Однако, как корректность, так и оценка сложности алгоритма доказывалась в предположении, что никакие две точки не имеют совпадающие значения ни в какой размерности. Устранить указанный недостаток оказалось достаточно трудной задачей — первой успешной попыткой сделать это, насколько известно исполнителю данной НИР, является работа Фортена и др. [9]. Исправленный (или, согласно работе, «обобщенный») алгоритм корректно работает во всех случаях, и во многих случаях его время работы составляет $O(N \log^{M-1} N)$, но единственная оценка времени работы для худшего случая, доказанная в работе [8], равна $O(N^2 M)$. Наконец, в работе Буздалова и др. [10] предложены модификации алгоритма из работы [8], которые позволили доказать в худшем случае также и оценку $O(N \log^{M-1} N)$, не нарушая корректности работы алгоритма.

Большой интерес представляет алгоритм *Best Order Sort (BOS)* [11], который не использует метод разделяй и властвуй в отличие вышеупомянутых. Его вычислительная сложность $O(MN \log M + MN^2)$. Недостаток этого алгоритма заключается в том, что, во-первых, в худшем случае он работает за $O(MN^2)$, а, во-вторых, этот худший случай не формализован.

1.3. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Задачу можно разделить на несколько этапов:

- Выбрать наиболее подходящие для гибритизации алгоритмы.
- Основываясь на практически экспериментах на разных видах входных данные, оценить время обработки, каждым выбранным алгоритмом.

- Выдвинуть предположение о том, как и в какой момент менять стратегию сортировки.
- Проверить предположение
- Сделать гибридный алгоритм.

Глава 2. Теоретические исследования

В данной главе будут представлены основные результаты работы. Сначала будет рассмотрен ... Затем будет представлено ... Потом будет сделано некоторое предположение на основании экспериментов и на его основе ...

Глава 3. Практические исследования

В данной главе рассмотрены экспериментальные результаты, полученные в течение работы.

3.1. ПРЕДПОСЫЛКИ К ПЕРДПОЛОЖЕНИЮ

Заключение

Результатом данной работы является ...

В целом, требуемые результаты были получены. По результатам исследований, проведенных в направлении его доказательства, становится ясно, что ...

В дальнейшем планируется ...

Список литературы

1. *al./ K. D.* / A Fast Elitist Multi-Objective Genetic Algorithm: NSGA-II // Transactions on Evolutionary Computation. 2000. C. 182—197.
2. *Corne D. W. O. M. J.* The Pareto Envelope-based Selection Algorithm for Multiobjective Optimization // Parallel Problem Solving from Nature Parallel Problem Solving from Nature VI. 2000. C. 839—848.
3. *al./ D. W. C.* / PESA-II: Region-based Selection in Evolutionary Multiobjective Optimization // Proceedings of Genetic and Evolutionary Computation Conference. 2001. C. 283—290.
4. *Zitzler E. T. L.* SPEA2: Improving the Strength Pareto Evolutionary Algorithm for Multiobjective Optimization // Proceedings of the EUROGEN'2001 Conference. 2001. C. 91—100.
5. *Knowles J. D. C. D. W.* Approximating the Nondominated Front Using the Pareto Archived Evolution Strategy // Evolutionary Computation. 2000. C. 149—172.
6. *Abbass H. A. N. C.* PDE: A Pareto Frontier Differential Evolution Approach for Multiobjective Optimization Problems // Proceedings of the Congress on Evolutionary Computation. 2001. C. 971—978.
7. *Kung H. T. P. F. P.* On Finding the Maxima of a Set of Vectors // Journal of ACM. 1975. C. 469—476.
8. *T. J. M.* Reducing the Run-time Complexity of Multiobjective EAs: The NSGA-II and Other Algorithms // Transactions on Evolutionary Computation. 2003. C. 503—515.
9. *Fortin F.-A. P. M.* Generalizing the Improved Run-time Complexity Algorithm for Non-dominated Sorting // Proceeding of Genetic and Evolutionary Computation Conference. 2013. C. 615—622.
10. *Buzdalov M. S. A.* A Provably Asymptotically Fast Version of the Generalized Jensen Algorithm for Non-Dominated Sorting // International Conference on Parallel Problem Solving from Nature. 2014. C. 528—537.
11. Best Order Sort: A New Algorithm to Non-dominated Sorting for Evolutionary Multi-objective Optimization //. 2016.