

Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет
информационных технологий, механики и оптики

Факультет информационных технологий и программирования

Кафедра компьютерных технологий

Методы анализа и настройки гибридных алгоритмов недоминирующей сортировки

Маркина Маргарита Анатольевна
Группа М4239

Научный руководитель: к.т.н., доцент кафедры КТ
М. В. Буздалов
Рецензент: Ю. В. Коваленко

Введение

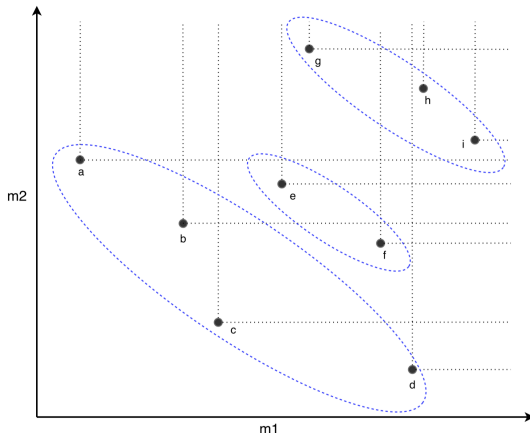
- Точка $A = (a_1, \dots, a_M)$ доминирует точку $B = (b_1, \dots, b_M)$, когда $\forall 1 \leq i \leq M : a_i \leq b_i$ и $\exists j : a_j < b_j$.
- Недоминирующая сортировка множества точек S в M -мерном пространстве — это процедура, назначающая всем точкам из S ранг.
- Все точки, которые не доминируются ни одной точкой из S , имеют ранг 0.
- Точка имеет ранг $i + 1$, если максимальный ранг среди доминирующих её точек равен i .

Решаемая задача

Введение

На рисунке 3 фронта:

$\{a, b, c, d\}$ имеет ранг 0, $\{e, f\}$ - ранг 1, $\{g, h, i\}$ - ранг 2.



Актуальность

- Многокритериальные эволюционные алгоритмы.
- Алгоритм востребован в промышленных задачах.

Цель исследования

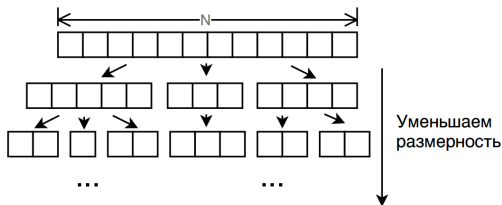
- Выбрать наиболее подходящие алгоритмы.
- Приспособить их для создания гибридного алгоритма.
- Разработать гибридный алгоритм.
- Настроить параметры для эффективной работы.

Divide and Conquer + ENS-NDT

- **Divide and Conquer.** M. Buzdalov, A. Shalyto. A Provably Asymptotically Fast Version of the Generalized Jensen Algorithm for Non-Dominated Sorting. (2014)
- **ENS-NDT.** P. Gustavsson, A. Syberfeldt. A new algorithm using the non-dominated tree to improve non-dominated sorting. (2017)

Divide and Conquer

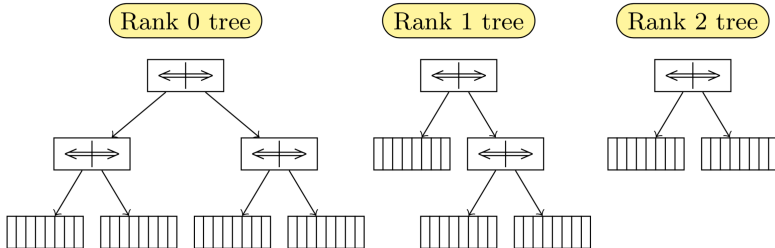
- Разделяй и властвуй по N и M :
 - На каждом этапе делим на 3 множества по k_i критерию текущее множество точек.
 - Если все k_i в одном из подмножеств равны между собой, переходим к k_{i-1} .
 - Запускаемся рекурсивно.



Анализ существующих алгоритмов

ENS-NDT

- Для каждого ранга поддерживается отдельное дерево.
- Перебираем точки в лексикографическом порядке:
 - Определяем ранг по текущему набору деревьев.
 - Добавляем точку в соответствующее рангу дерево.



Асимптотика

- Divide and Conquer $O(N \log^{M-1} N)$.
- ENS-NDT
 - $O(N^{1.43})$ для случайно сгенерированных точек в гиперкубе.
 - В худшем случае $O(MN^2)$.

Разработка гибридного алгоритма

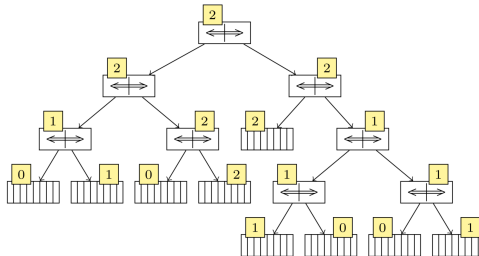
- Запускаем алгоритм Divide and Conquer, согласно некоторым правилам переключаемся на алгоритм ENS-NDT.
- Моменты смены алгоритма:
 - HelperA
 - Входные данные: множество точек S с предварительными рангами.
 - Результат выполнения: множество точек S с обновленными рангами.
 - HelperB
 - Входные данные: множество точек L с окончательными рангами и R с предварительными рангами.
 - Результат выполнения: множество точек R с обновленными рангами по множеству L .

Проблемы

- Алгоритм ENS-NDT не предполагает предпоставленных рангов.
- Монотонности нет, следовательно, вместо бинарного поиска - последовательный.
- Время работы гибридного алгоритма сильно возрастает с использованием алгоритма ENS-NDT.

Разработка нового алгоритма ENS-NDT-ONE

- Алгоритм использует идею алгоритма ENS-NDT.
 - Структура будет состоять из единственного дерева, содержащего все точки.
 - В узлах дерева будет содержаться максимальный ранг на поддереве.
 - Оптимизация на этапе определения ранга точки.



Асимптотика ENS-NDT-ONE

- $O(MN^{1.58})$ для случайно сгенерированных точек в гиперкубе.
- В худшем случае $O(MN^2)$.

Настройка параметров гибридного алгоритма

- Параметры гибридного алгоритма определяют максимальные размеры множеств точек для каждой размерности, при котором алгоритм Divide and Conquer переключается на алгоритм ENS-NDT-ONE.
- Параметры основаны на экспериментальных исследованиях скорости работы и являются константами.

Обоснование эффективности гибридного алгоритма

- Экспериментально получено, что для эффективной работы гибридного алгоритма размер точек в момент переключения на алгоритм ENS-NDT-ONE не должен превышать $10^4 - 2 \cdot 10^4$.
- Таким образом, худший случай для алгоритма ENS-NDT-ONE с асимптотикой $O(MN^2)$ незначительно влияет на асимптотику гибридного алгоритма.
- Финальная асимптотика гибридного алгоритма ограничена $O(N \log^{M-1} N)$.

Сравнение скоростей

N	M	D&C		ENS-NDT		ENS-NDT-ONE		Hybrid	
		cube	plane	cube	plane	cube	plane	cube	plane
10^6	3	2.82	1.60	5.25	1.61	4.25	1.65	2.63	1.50
10^6	5	45.2	33.0	26.3	5.22	18.2	5.82	17.2	12.8
10^6	7	191.5	120.2	55.4	19.4	46.1	18.9	26.8	20.1
10^6	10	478.8	228.6	84.8	48.1	104.8	55.0	41.0	33.0
10^6	15	587.9	337.5	135.4	76.3	206.8	85.4	64.5	46.0

Выводы

- Гибридный алгоритм быстрее обоих родительских алгоритмов.
- Приемлемое время выполнения на больших множествах точек размером 10^6 .
- Алгоритм адаптирован для многопоточного выполнения, ускорение составляет:
 - До 1.8 на двух потоках.
 - До 3 раз на восьми потоках.
- По результатам данной работы принята для публикации статья «Towards Large-Scale Multiobjective Optimization: Extremely Fast Hybrid Non-Dominated Sorting» на конференцию на PPSN 2018.

Спасибо за внимание!