Aproksimacija π z metodo Monte Carlo v Matlabu

Mark Krajzel

Univerza v Ljubljani Fakulteta za strojništvo

23. oktober 2023

Kazalo

Monte Carlo

Ob želji po napovedi obnašanja zapletenih matematičnih sistemov se le tega lahko lotimo z Monte Carlo metodo.
Gre za statistično metodo, ki temelji na naključnosti in jo lahko uporabimo za reševanje problemov, ki so sicer deterministični, vendar so preveč zapleteni za analitično rešitev.

Kako lahko aproksimiramo π?

- Imamo enotski kvadrat ($A_{kv} = 4r^2$), ki ima včrtan krog ($A_{kr} = \pi r^2$).
- Verjetnost, da bo točka padla znotraj kroga je razmerje med ploščinama: $P = \frac{A_{kr}}{A_{kv}} = \frac{\pi r^2}{4r^2} = \frac{4}{\pi}$.
- Približek za π je enak 4-krat tej razdelitvi: $\pi = 4 \cdot P$.

Funkcija mcc_pi

- Vzame naključno generirane x in y točke in ju shrani v vektorja.
- Definira logični vektor, ki določa kater točke padejo znotraj kroga
- Določi vektor, v katerega sodijo točke iz x in y vektorjev, ki imajo v logičnem vektorju vrednost "true".
- Določi vektor, ki vsebuje vse generirane točke iz x in y vekotrjev.

Koda za mcc_pi

```
function [tocke_v_kr, tocke_v_kv] = mcc_pi(stevilo_tock)
     %generacija naključnih točk med -1 in 1%
    x = 2 * rand(stevilo_tock, 1) - 1;
    y = 2 * rand(stevilo_tock, 1) - 1;
     %preverjamo če je koordinata znotraj ali izven kroga
    razdalja = sqrt(x.^2 + y.^2);
    % vektor, ki določa katere točke ustrezajo zgornjemu pogoju
    znotraj_kroga = razdalja <= 1;
    %elementi iz vektorja x, ki ustrezajo "true" vrednostim v zg. vektorju
    tocke_v_kr = [x(znotraj_kroga), y(znotraj_kroga)];
    %vsi elementi iz vektorjev x in y.
    tocke_v_kv = [x, y];
end
```

Slika: Funkcija mcc_pi

Približek π

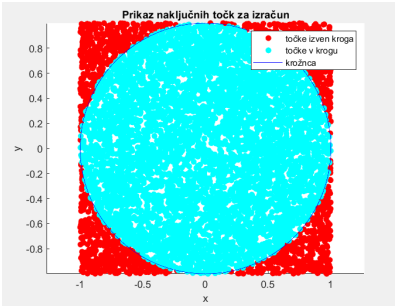
- Preko *input* funkcije uporabnik generira željeno število točk
- Ustvarimo 2 prazna vektorja za napake in približke
- Uporabimo *for* zanko, da iterativno izračunamo približek za π in napako za vsako novo generirano točko. Število točk se povečuje z vsako ponovitvijo.
- Za vsako iteracijo v zanki uporabimo novo funkcijo *area_pi*, ki izračuna približek za π in napako. Ta uporablja vgrajeno funkcijo *size*, da določi število vrstic v matrikah, ki vsebujejo generirane točke znotraj kroga in kvadrata.
- Približek $= 4\frac{točke\_znotraj\_kroga}{točke\_znotraj\_kvadrata}$
- Napaka $= |\pi - Približek|$

Približek π

- Preko *input* funkcije uporabnik generira željeno število točk
- Ustvarimo 2 prazna vektorja za napake in približke
- Uporabimo *for* zanko, da iterativno izračunamo približek za π in napako za vsako novo generirano točko. Število točk se povečuje z vsako ponovitvijo.
- Za vsako iteracijo v zanki uporabimo novo funkcijo *area_pi*, ki izračuna približek za π in napako. Ta uporablja vgrajeno funkcijo *size*, da določi število vrstic v matrikah, ki vsebujejo generirane točke znotraj kroga in kvadrata.
- Približek $= 4\frac{točke\_znotraj\_kroga}{točke\_znotraj\_kvadrata}$
- Napaka $= |\pi - Približek|$

Rezultat

- Generiramo anonimno funkcijo, ki izriše krožnico, ki loči krog od kvadrata: $lok\_kroz = @(r, phi)[r * cos(phi), r * sin(phi)]$. Uporabimo tudi vgrajene funkcije *scatter* in *plot* za izris.



Slika: 7000 točk

Povzetek

Metoda Monte Carlo temelji na naključnosti in se uporablja za aproksimacijo matematičnih konstant, kot je π. Program temelji na uporabi različnih vgrajenih funkcij, kot so *rand* za generiranje naključnih točk, *zeros* za ustvarjanje matrik ničel ter funkciji *scatter* in *plot* za izris grafov. Uporaba funkcije *input* omogoča interaktivno izvajanje programa. Ključna točka je definiranje lastne funkcije in shranitev v funkcijsko datoteko, prav tako pa je uporabna tudi anonimna funkcija. Končni rezultat programa je približek za π, izračunana napaka in izris grafa. Glavna ugotovitev pa je, da z večjim številom generiranih točk dosežemo natančnejši približek za π in manjšo napako.