

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЛЬВІВСЬКА ПОЛІТЕХНІКА»

КАФЕДРА СИСТЕМ ШТУЧНОГО ІНТЕЛЕКТУ



Лабораторна робота №15

на тему:

«Визначення оптимальної стратегії інвестування»

з курсу:

«Математичні методи дослідження операцій»

Виконав:

ст. гр. КН-210

Холод Ігор

Львів – 2020

Лабораторна робота №15

Тема: визначення оптимальної стратегії інвестування

Мета: навчитися розв'язувати задачі оптимальної стратегії інвестування

Завдання

Розв'язати задачу пошуку оптимальної стратегії інвестування

Знайти оптимальний розподіл ресурсів між двома галузями виробництва на протязі n років, якщо для кожної галузі дані функції прибутків $F_1(x)$, $F_2(x)$ і функції повернення $G_1(x)$ і $G_2(x)$. По закінченні року всі повернені кошти перерозподіляються, прибуток у виробництво не вкладається.

Варіант завдання	Початкові ресурси	К-сть років, n	Галузь 1		Галузь 2	
			Функція прибутку $F_1(x)=a_1x$, a_1	Функція повернення $G_1(x)=b_1x$, b_1	Функція прибутку $F_2(y)=a_2y$, a_2	Функція повернення $G_2(y)=b_2y$, b_2
4	15000	4	0,7	0,3	0,4	0,8

Хід роботи

Номер кроку відповідає номеру року. Тобто процес розв'язання можна поділити на 4 кроки. За стан системи приймемо x_{k-1} , $k = 1, 4$ - кількість коштів, що слідує перерозподілити на початку k -го року. Тому на кожному кроці буде дві змінних управління, це кількість коштів, що виділяються підприємствам 1 та 2 відповідно. Так як кошти щорічно перерозподіляються повністю, то, я позначу через u_k - кількість коштів, виділених підприємству 1, кількість коштів для підприємства 2 буде знаходитися як $x_{k-1} - u_k$.

Показником ефективності буде прибуток, отриманий від обох підприємств за 4 роки. Прибуток від k -го року рівний:

$$Z_k(x_{k-1}) = f_1(u_k) + f_2(x_{k-1} - u_k) = 0.7u_k + 0.4(x_{k-1} - u_k) = 0.3u_k + 0.4x_{k-1}$$

Рівняння стану буде виражати залишок коштів x_k після k -го кроку:

$$x_k = \varphi_1(u_k) + \varphi_2(x_{k-1} - u_k) = 0.3u_k + 0.8(x_{k-1} - u_k) = -0.5u_k + 0.8x_{k-1}$$

Рекурентне рівняння Белмана:

$$Z_4(x_3) = \max_{0 \leq u_4 \leq x_3} \{0.3u_4 + 0.4x_3\}$$

$$Z_k(x_{k-1}) = \max_{0 \leq u_k \leq x_{k-1}} \{0.3u_k + 0.4x_{k-1} + Z_{k+1}(-0.5u_k + 0.8x_{k-1})\}$$

Проведемо умовну оптимізацію:

Крок 4. $Z_4(x_3) = \max_{0 \leq u_4 \leq x_3} \{0.3u_4 + 0.4x_3\},$

$K=d(Z_4)/d((x_3)) = 0.4 > 0$, зростаюча функція. Тому вона досягає максимуму на кінці інтервалу $[0; x_3]$, тобто при $u_4 = x_3$, $u_4^*(x_3) = x_3$.

$$Z_4(x_3) = 0.7x_3$$

Крок 3. $Z_3(x_2) = \max_{0 \leq u_3 \leq x_2} \{0.3u_3 + 0.4x_2 + Z_4(-0.5u_3 + 0.8x_2)\} =$
 $\max_{0 \leq u_3 \leq x_2} \{0.3u_3 + 0.4x_2 + 0.7(-0.5u_3 + 0.8x_2)\}$

$K=d(Z_3)/d((x_2)) = 0.96 > 0$, зростаюча функція. Тому вона досягає максимум на кінці інтервалу $[0; x_2]$, тобто при $u_3 = x_2$, $u_3^*(x_2) = x_2$

$$Z_3(x_2) = 0.91x_2$$

Крок 2. $Z_2(x_1) = \max_{0 \leq u_2 \leq x_1} \{0.3u_2 + 0.4x_1 + Z_3(-0.5u_2 + 0.8x_1)\} =$
 $\max_{0 \leq u_2 \leq x_1} \{0.3u_2 + 0.4x_1 + 0.91(-0.5u_2 + 0.8x_1)\}$

$K=d(Z_2)/d((x_1)) = 1.128 > 0$, зростаюча функція. Тому вона досягає максимум на кінці інтервалу $[0; x_1]$, тобто при $u_2 = x_1$, $u_2^*(x_1) = x_1$

$$Z_2(x_1) = 0.973x_1$$

Крок 1. $Z_1(x_0) = \max_{0 \leq u_1 \leq x_0} \{0.3u_1 + 0.4x_0 + 1.128(-0.5u_1 + 0.8x_0)\}$

$K=d(Z_1)/d((x_0)) = 1.1784 > 0$, зростаюча функція. Тому вона досягає максимум на кінці інтервалу $[0; x_0]$, тобто при $u_1 = x_0$, $u_1^*(x_0) = x_0$

$$Z_1(x_0) = 0.9919x_1$$

Тепер проведемо безумовну оптимізацію:

$$x_0 = 15000$$

$$u_1^*(15000) = 15000, Z_{max} = Z_1(15000) = 14878,5$$

$$x_1^* = 0.3 \cdot 15000 + 0.8 \cdot 0 = 4500, u_2^*(4500) = 4500$$

$$x_2^* = 0.3 \cdot 4500 + 0.8 \cdot 0 = 1350, u_3^*(1350) = 1350$$

$$x_3^* = 0.3 \cdot 1350 + 0.8 \cdot 0 = 405, u_4^*(405) = 405$$

Отже, кошти потрібно розподілити так:

Підприємство	Рік			
	1	2	3	4
1	15000	4500	1350	405
2	0	0	0	0

При такому розподілі ресурсів за чотири роки буде отримано прибуток

$$Z_{max} = 14878,5$$

Висновок: я навчився розв'язувати задачу про оптимальну стратегію інвестування аналітичним методом.