МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ

НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЛЬВІВСЬКА ПОЛІТЕХНІКА»

Лабораторна робота №3

З дисципліни «Математичні методи дослідження операцій»

Виконав:

студент групи КН-210

Бурак Марко

Львів – 2019

Симплекс-метод у випадку, коли система має вигляд, зручний для його застосування

Завдання:

1.23

$F = x_1 + x_2 \rightarrow \max$

$x_1 + x_2 \geq 1$

$-5x_1 + x_2 \leq 0$

$-x_1 + 5x_2 \geq 0$

$x_1 + x_2 \leq 6$

$x_1, x_2 \geq 0.$

Для роз’язання цієї задачі симплекс методом потрібно звести її спочатку до канонічного вигляду.

Канонічний вигляд полягає в тому, щоб функція прямувала до максимуму, а знак нерівності був завжди <=.

Спершу змінив у системі всі знаки нерівності

Результат:

1.23

$F = x_1 + x_2 \Rightarrow max$

$x_1 + x_2 \geq 1$

$-5x_1 + x_2 \leq 0$

$-x_1 + 5x_2 \geq 0$

$x_1 + x_2 \leq 6$

$x_1, x_2 \geq 0$

$x_1 + x_2 \rightarrow max$

$-x_1 - x_2 \leq -1$

$-5x_1 + x_2 \leq 0$

$x_1 - 5x_2 \leq 0$

$x_1 + x_2 \leq 6$

Тепер потрібно змінити нерівності на рівності, використаємо додаткові змінні для вирішення цього,y1,y2, та інші – це додатні числа, які формують рівність.

$$x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6 \to max$$

$$-x_1-x_2+x_3=-1 \qquad x_1+x_2-x_3=1$$

$$-5x_1+x_2+x_4=0$$

$$x_1-5x_2+x_5=0$$

$$x_1+x_2+x_6=6$$

x_3 $b=-1$ не опорний

Тепер можна формувати таблицю коефіцієнтів, для цього застосую код у середовищі октаве.

```
format rat;

c = [-1 -1 0 0 0 0]'; b = [-1 0 0 6]';

A = [

-1 -1 1 0 0 0;

-5 1 0 1 0 0;

1 -5 0 0 1 0;

1 1 0 0 0 1];

basis = 3:6;

B = A(:,basis); cB = c(basis);

T = [B\A B\b; cB'*(B\A)-c' cB'*(B\b)]


col = glpk(c,A,b);

col(1)

col(2)
```

max = col(1)+col(2)

Цей скрипт дозволяє побачити початкову таблицю, в якості коефіцієнтів, проставляється всі значення при x1 x2 y1 y2 і т.д.

Початкова таблиця:

-1	-1	1	0	0	0	-1
-5	1	0	1	0	0	0
1	-5	0	0	1	0	0
1	1	0	0	0	1	6
-1	-1	0	0	0	0	0

Базисом приймаються такі коефіцієнти, які мають одну 1 та всі 0 у стовпці, у нашому випадку, базис -y1,y2,y3,y4, а останній стовпець - це стовпець вільних членів.

Далі проводимо арифметичні дії з мінімальними елементами, для отримання максимального значення функції.

Продовжуємо алгоритм, допоки не отримаємо оптимального плану, оптимальний план тоді, коли значення у останньому рядку є додатними.

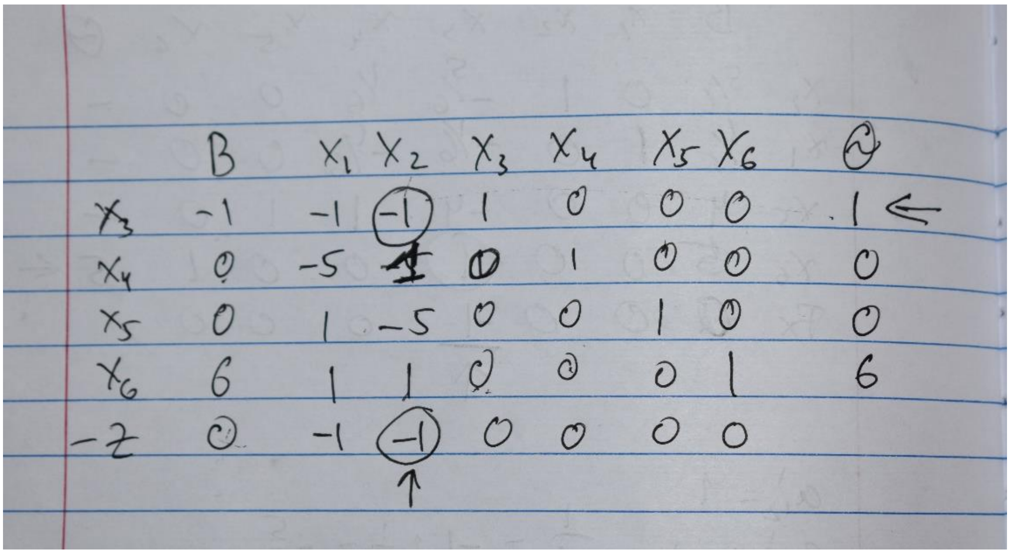
Отримуємо програмно результат x2 та x1.

```
ans = 5
ans = 1
```

Тобто в точці (5,1) функція набуває максимального значення, яке дорівнює

```
max = 6
```

Розв’язав цей метод вручну, спочатку сформував сипслекс-таблицю, за коефіцієнтами, нижні значення функції, це портилежні коефіцієнти.



	B	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	θ
x_3	-1	-1	-1	1	0	0	0	1 ⇐
x_4	0	-5	1	0	1	0	0	0
x_5	0	1	-5	0	0	1	0	0
x_6	6	1	1	0	0	0	1	6
$-z$	0	-1	-1 ↑	0	0	0	0	

Вибираємо провідний елемент, за провідним рядком та стовпцем.

Вибираємо мінімальний від’ємний елемент з нижніх значень, для провідного рядка, та мінімальне додатнє значення тета, для провідного стовпця.

Значення тета визначаємо з ділення значень B на кожен елемент порвідного стовпця.

Цей план не є оптимальним, адже наявні від’ємні значення у індексному рядку, більше того цей план не є допустимим, адже наявний від’ємний елемент у B.

Складаємо 2 таблицю, під нею представлю хід знаходження таблиці.

Також після формуванні симплекс-таблиці вибираю порвідний елемент, як у першій таблиці.

$$a_{21}' = a_{21} - \frac{-1 \cdot 1}{-1} = -5 - 1 = -6$$

$$a_{23}' = a_{23} - \frac{1}{-1} = 1$$

$$a_{24}' = 1 - 0 = 1$$

$$a_{25}' = 0$$

$$a_{26}' = 0$$

$$b_2 = 0 - \frac{-1}{-1} = 1$$

$a_{31}^{1} = 1 - \frac{5}{-1} = 6$

$a_{33}^{1} = 0 - \frac{-5}{-1} = -5$

$a_{34}^{1} = 0 - 0 = 0$

$a_{35}^{1} = 1 - 0 = 1$

$a_{36}^{1} = 0$

$b_{3}^{1} = 0 - \frac{5}{-1} = 5$

$a_{41}^{1} = 1 - \frac{-1}{-1} = 0$

$a_{43}^{1} = 0 - \frac{1}{-1} = 1$

$a_{44}^{1} = 0$

$a_{45}^{1} = 0$

$a_{46}^{1} = 1$

$b_{4}^{1} = 6 - \frac{-1}{-1} = 5$

$z_2 = -1 - \frac{1}{-1} = 0$

$z_3 = 0$

$z_4 = 0 - \frac{-1}{-1} = -1$

$z_0^1 = 0 - \frac{1}{-1} = 1$

	B	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	θ
X_2	1	1	1	-1	0	0	0	1
X_4	-1	-6	0	1	1	0	0	1/6 ←
X_5	5	6	0	-5	0	1	0	5/6
X_6	5	0	0	1	0	0	1	—
$-z$	-1	0 ↑	0	1	0	0	0	

Сформуємо 3 симплекс-таблицю, повторивши кроки такі як у другій.

$a'_{12} = 1$

$a'_{13} = -1 - \frac{1}{-6} = -1 + \frac{1}{6} = -\frac{5}{6}$

$a'_{14} = \frac{1}{6}$

$a'_{15} = 0$

$a'_{16} = 0$

$a'_{32} = 0 - \frac{[illegible]}{-6} \cdot [illegible] = 0$

$a'_{33} = -5 + 1 = -4$

$a'_{34} = 1$

$a'_{35} = 1$

$a'_{36} = 0$

$b'_3 = 5 - \frac{-6}{-6} = 4$

$a'_{42} = 0$ $\quad b'_4 = 5$

$a'_{43} = 1$

$a'_{44} = 0$

$a'_{45} = 0$

$a'_{46} = 1$

Після підрахунку отримали базисне рішення, адже всі значення b є додатні

	B	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	Θ
x_2	5/6	0	1	−5/6	1/6	0	0	–
x_1	1/6	1	0	−1/6	−1/6	0	0	–
x_5	4	0	0	−4	1	1	0	–
x_6	5	0	0	1	0	0	1	5 ←
Fx	0	0	0	$\underline{-1}$ ↑	0	0	0	

У індексному рядку наявні від’ємні значення, тому це не є оптимальний план.

4 симплекс таблиця

	B	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
x_2	5	0	1	0	1/6	0	5/6
x_1	1	1	0	0	−1/6	0	1/6
x_5	24	0	0	0	1	1	4
x_3	5	0	0	1	0	0	1
Fx	5	0	0	0	0	0	1

У індексній стрічці немає від'ємного

$x_2=5$ $x_1=1$

$F(x) = 5\cdot 1 + 1\cdot 1 = 6$

У цьому випадку всі значення індексного рядка є позитивні тому це оптимальний варіант.

Отримав ті ж значення, які були отримані з виконання програми.

Завдання було виконано правильно.

Висновок: На цій лабораторній роботі, я ознайомився з симплекс методом, за допомогою кого розв’язуються задачі лінійного програмування. Також навчився реалізовувати цей спосіб у середовищі Octave.