МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ

НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЛЬВІВСЬКА ПОЛІТЕХНІКА»

Кафедра систем штучного інтелекту



Звіт до лабораторних робіт

З курсу”Математичні методи дослідження операцій”

Виконав:  
студент групи КН-210

Бурак Марко

Викладач:

Бойко Наталя Іванівна

Львів – 2020

**Варіант 4**

**ГРАФІЧНИЙ МЕТОД РОЗВ’ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ ЛІНІЙНОГО ПРОГРАМУВАННЯ**

Оптовий склад загальною площею S = 1000 надає послуги зі зберігання вантажів двох типів А і Б. Для забезпечення належного зберігання склад має в наявності N = 500 одиниць складської тари. Зберігання тонни вантажу А потребує 2 () складських площ та одиниць тари, зберігання тонни вантажу Б потребує 5 () складських площ та одиниць тари. Прибуток складу на місяць від зберігання тонни вантажу А складає 25 грн., вантажу Б 18 грн. Визначити, яку кількість кожного вантажу необхідно зберігати на складі, щоб отримати найбільший прибуток при виконанні додаткових умов: кількість вантажу А на складі повинна перевищувати кількість вантажу Б щонайменше на 45 тонн;

Розв’язок.

Складемо економіко-математичну модель задачі. Нехай відповідно кількість вантажів А і Б, що необхідно зберігати на складі. Тоді, за умовою задачі, необхідно максимізувати місячний прибуток складу

Z = 25 + 18 max

при обмеженнях:

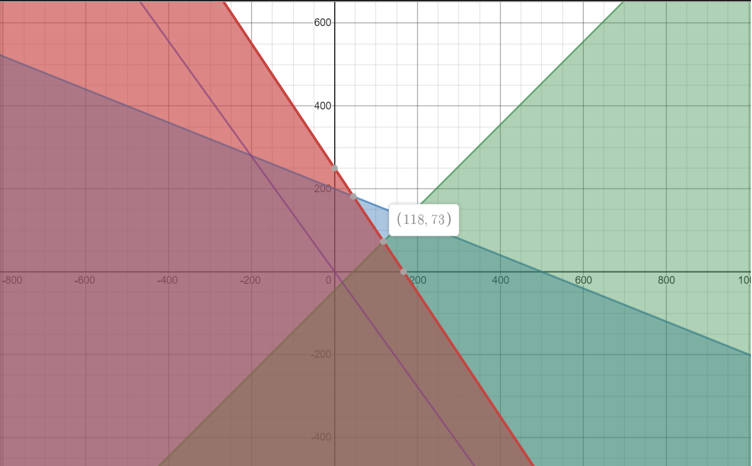
– на складські площі

– на наявну кількість складської тари

– на відношення між кількістю вантажів різних видів, що знаходиться на зберіганні

– на невід’ємність змінних задачі

Задача має дві незалежні змінні, тому її можна розв’язати графічним методом. Побудуємо в системі координат , прямі, що відповідають обмеженням задачі, обернувши нерівності на рівності. Багатокутник 0ABC визначає область допустимих рішень задачі (заштрихована на рис. 1.2). Координати будь-якої з її точок задовольняють систему обмежень задачі.



Фіолетовим зображена цільова функція, яку будемо пересувати.

Для знаходження напряму потрібно знайти вектор нормалі.

Grad(Z) =(25,18), у напрямі цього вектора пересуватимемо цільову функцію.

Перша грань многокутнака яка зустрілась з цільовою функцією була (45,0)

Друга грань (118,73)

Третя грань (166.6,0)

Підставивши ці значення знайшли значення функції

1 грань = 1125

2 грань = 4264

3 грань = 4166,6

Отже максимум функції буде при 2 грані, а саме у точці (118,73)

**СИМПЛЕКС-МЕТОД РОЗВ’ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧІ ЛІНІЙНОГО ПРОГРАМУВАННЯ ЗА НАЯВНОСТІ ПОЧАТКОВОГО ДОПУСТИМОГО БАЗИСНОГО РІШЕННЯ**

Автотранспортне підприємство здійснює доставку клієнтам трьох видів вантажів (І, ІІ, ІІІ). Для виконання перевезень вантажів підприємство має ресурси у кількості: транспортні засоби — 200 автомобіле-годин, вантажники — 400 людиногодин, навантажувально-розвантажувальні механізми — 90 машино-годин. Витрати кожного виду ресурсів на доставку 1 тонни вантажу різних видів неоднакові та подані у таблиці 2.2.

Таблиця 2.2 — Витрати ресурсів на доставку 1 тонни вантажів

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Вид ресурсу | Витрати ресурсів  На доставку 1  тонни вантажів | | |
| І | ІІ | ІІІ |
| Транспортні засоби, автомобіле-годин/т | 9 | 5 | 4 |
| Вантажники,  людино-годин/т | 5 | 3 | 6 |
| Навантажувальнорозвантажувальні механізми, маш.- годин/т | 0 | 2 | 3 |

Прибуток автотранспортного підприємства від доставки клієнтам 1 тонни вантажу І складають 15 грн., вантажу ІІ — 8грн., вантажу ІІІ – 9 грн. Визначити, яку кількість вантажу кожного виду необхідно доставляти клієнтам, щоб прибуток підприємства був максимальним.

Z = 15 + 8 +9 max

при обмеженнях:

– на транспортні ресурси

– на трудові ресурси

– на ресурси навантажувально-розвантажувальних механізмів

– на невід’ємність змінних задачі

Перетворимо нерівності виду « » на рівності шляхом введення до них додаткових невід’ємних змінних , та . Отримаємо задачу:

9x1+5x2+4x3+x4 = 200  
5x1+3x2+6x3+x5 = 400  
2x2+3x3+x6 = 90

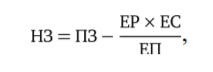
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Базис |  |  |  |  |  |  | B | min |
|  | 9 | 5 | 4 | 1 | 0 | 0 | 200 | 200/9 |
|  | 5 | 3 | 6 | 0 | 1 | 0 | 400 | 400/5 |
|  | 0 | 2 | 3 | 0 | 0 | 1 | 90 | 90/0 |
| F(X) | -15 | -8 | -9 | 0 | 0 | 0 | 0 |  |

План не оптимальний, бо присутні від’ємні значення у індекс рядку.

Мінімальне від’ємне значення це буде провідний стовпець.

Щоб знайти провідний рядок потрібно поділити значення B на значення з провідного рядка, мінімальне з них буде провідним рядком.

Обрахунок наступного опорного плану проводиться за формулою



Де НЗ нове значення, ПЗ попереднє значення,ЕР значення з провідного рядка, ЕС значення з провідного стовпця, ЕП значення провідного елемент

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| B | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 | x6 |
| 200 : 9 | 9 : 9 | 5 : 9 | 4 : 9 | 1 : 9 | 0 : 9 | 0 : 9 |
| 400-(200 • 5):9 | 5-(9 • 5):9 | 3-(5 • 5):9 | 6-(4 • 5):9 | 0-(1 • 5):9 | 1-(0 • 5):9 | 0-(0 • 5):9 |
| 90-(200 • 0):9 | 0-(9 • 0):9 | 2-(5 • 0):9 | 3-(4 • 0):9 | 0-(1 • 0):9 | 0-(0 • 0):9 | 1-(0 • 0):9 |
| 0-(200 • -15):9 | -15-(9 • -15):9 | -8-(5 • -15):9 | -9-(4 • -15):9 | 0-(1 • -15):9 | 0-(0 • -15):9 | 0-(0 • -15):9 |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Базис |  |  |  |  |  |  | B | Min |
|  | 1 | 5/9 | 4/9 | 1/9 | 0 | 0 | 200/9 | 50 |
|  | 0 | 2/9 | 34/9 | -5/9 | 1 | 0 | 2600/9 | 1300/17 |
|  | 0 | 2 | 3 | 0 | 0 | 1 | 90 | 30 |
| F(X2) | 0 | 1/3 | -7/3 | 5/3 | 0 | 0 | 1000/3 |  |

План не оптимальний, присутні від’ємні значення.

Продовжую пошук наступної таблиці.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| B | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 | x6 |
| 222/9-(90 • 4/9):3 | 1-(0 • 4/9):3 | 5/9-(2 • 4/9):3 | 4/9-(3 • 4/9):3 | 1/9-(0 • 4/9):3 | 0-(0 • 4/9):3 | 0-(1 • 4/9):3 |
| 2888/9-(90 • 37/9):3 | 0-(0 • 37/9):3 | 2/9-(2 • 37/9):3 | 37/9-(3 • 37/9):3 | -5/9-(0 • 37/9):3 | 1-(0 • 37/9):3 | 0-(1 • 37/9):3 |
| 90 : 3 | 0 : 3 | 2 : 3 | 3 : 3 | 0 : 3 | 0 : 3 | 1 : 3 |
| 3331/3-(90 • -21/3):3 | 0-(0 • -21/3):3 | 1/3-(2 • -21/3):3 | -21/3-(3 • -21/3):3 | 12/3-(0 • -21/3):3 | 0-(0 • -21/3):3 | 0-(1 • -21/3):3 |

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Базис | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 | x6 | B |
| x1 | 1 | 7/27 | 0 | 1/9 | 0 | -4/27 | 80/9 |
| x5 | 0 | -62/27 | 0 | -5/9 | 1 | -34/27 | 1580/9 |
| x3 | 0 | 2/3 | 1 | 0 | 0 | 1/3 | 30 |
| F(X) | 0 | 17/9 | 0 | 5/3 | 0 | 7/9 | 1210/3 |

Перевірка на оптимальність.

У індексній стрічці немає від’ємних значень, тому план оптимальний.

Отже,

x1 = 80/9,

x2 = 0,

x3 = 30  
F(X) = 15\*80/9 + 8\*0 + 9\*30 = 1210/3

**СИМПЛЕКС-МЕТОД РОЗВ’ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧІ ЛІНІЙНОГО ПРОГРАМУВАННЯ ЗА ВІДСУТНОСТІ ПОЧАТКОВОГО ДОПУСТИМОГО БАЗИСНОГО РІШЕННЯ**

Підприємству необхідно перевезти залізницею вироби трьох видів: виробів І виду не більше 190 одиниць, виробів ІІ виду не менше 200 одиниць, виробів ІІІ виду не менше 120 одиниць. Залізниця для перевезення може виділити спеціально обладнані вагони трьох типів: А, В і С. Для повного завантаження вагону до нього необхідно завантажувати вироби всіх трьох видів. При цьому до вагону типу А входять 5 виробів І виду, 10 виробів ІІ виду, 2 виробів третього виду; до вагону типу В входять 4 виробів І виду, 2 виробів ІІ виду, 5 виробів третього виду; до вагону типу C входять 9 виробів І виду, 7 виробів ІІ виду, 5 виробів третього виду. Плата за перевезення вантажів у вагоні типу А складає 250 грн., у вагоні типу В — 150 грн., у вагоні типу С — 220 грн. Визначити, скільки вагонів кожного типу слід використати для перевезення, щоб сумарна плата від перевезення вантажів була найменшою.

Позначимо як х1, х2, х3 — відповідно кількість використаних вагонів типів А, В, С. Тоді математична модель задачі матиме вигляд: мінімізувати плату підприємства за перевезення

Z = 250 + 150 + 220 min

при обмеженнях на обсяги перевезень виробів

Та невід’ємність змінних задачі

Зведемо задачу до канонічного виду, перетворивши обмеження-нерівності на рівності. Для цього у першу нерівність виду « <=» введемо додаткову невід’ємну змінну з коефіцієнтом +1, а до другої і третьої нерівності виду «>= » додаткові невід’ємні змінні та з коефіцієнтами –1. Отримаємо наступну задачу.

Мінімізувати

Z = 250 + 150 + 220 min

при обмеженнях

Для цієї задачі немає очевидного початкового допустимого базисного рішення. Для утворення штучного базису введемо до другого та третього обмеження (утворених з нерівностей виду « ») по одній додатковій штучній невід’ємній змінній та з коефіцієнтом +1. Тоді система обмежень задачі набуває вигляду:

Тепер початкове допустиме базисне рішення очевидне:

До базису входять дві штучні змінні — та . Таким чином, штучна цільова функція матиме вигляд W = + .

Для виключення базисних змінних з виразу для штучної цільової функції віднімаємо «у стовпчик» з нього обмеження, що містять ці змінні. Отримуємо:

Складаємо початкову симплекс-таблицю розширеної задачі (таблиця 3.3). Таблиця 3.3 — Початкова симплекс-таблиця задачі

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Базис | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 | x6 | x7 | x8 | B | Min |
| x4 | 5 | 4 | 9 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 190 | 190 : 9 = 21.111 |
| x7 | 10 | 2 | 7 | 0 | -1 | 0 | 1 | 0 | 200 | 200 : 7 = 28,571 |
| x8 | 2 | 5 | 5 | 0 | 0 | -1 | 0 | 1 | 120 | 120 : 5 = 24 |
| -Z | 190 | 200 | 120 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |  |  |
| -W | -12 | -7 | -12 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |  |  |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Базис | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 | x6 | x7 | x8 | B | Min |
| X3 | 5/9 | 4/9 | 1 | 1/9 | 0 | 0 | 0 | 0 | 190/9 | 38 |
| X7 | 55/9 | -10/9 | 0 | -7/9 | -1 | 0 | 1 | 0 | 470/9 | 93/11 |
| X8 | -7/9 | 25/9 | 0 | -5/9 | 0 | -1 | 0 | 1 | 130/9 | - |
| -W | -16/3 | -5/3 | 0 | 5/3 | 1 | 1 | 0 | 0 | W - 200/3 |  |

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
| Базис | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 | x6 | x7 | x8 | B | Min |
| X3 | 0 | 6/11 | 1 | 2/11 | 1/11 | 0 | -1/11 | 0 | 180/11 | 30 |
| X1 | 1 | -2/11 | 0 | -7/55 | -9/55 | 0 | 9/55 | 0 | 94/11 | - |
| X8 | 0 | 29/11 | 0 | -36/55 | -7/55 | -1 | 7/55 | 1 | 232/11 | 8 |
| -W | 0 | -29/11 | 0 | 36/55 | 7/55 | 1 | 48/55 | 0 | W - 232/11 |  |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Базис | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 | x6 | x7 | x8 | B |
| X3 | 0 | 0 | 1 | 46/145 | 17/145 | 6/29 | -17/145 | -6/29 | 12 |
| X1 | 1 | 0 | 0 | -5/29 | -5/29 | -2/29 | 5/29 | 2/29 | 10 |
| X2 | 0 | 1 | 0 | -36/145 | -7/145 | -11/29 | 7/145 | 11/29 | 8 |
| -W | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |  |

Тожді підставляю значення B, які відповідають аргументам у функцію.

X1 = 10

X2 = 8

X3 = 12

F(X) = 190\*10 +200\*8 +120\*12 = 4940

**ЗАДАЧА ПРО ПРИЗНАЧЕННЯ**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| А | 32 | 24 | **60** | 29 | 28 |
| Б | 28 | 30 | 54 | 16 | 31 |
| В | **50** | **44** | 52 | **40** | **36** |
| Г | 30 | 34 | 50 | 30 | 35 |
| Д | 19 | 35 | 45 | 35 | 20 |

Редуктую матрицю по стовпцях, вибираючи максимальні значення

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| А | 18 | 20 | **0** | 11 | 8 |
| Б | 22 | 14 | 6 | 24 | **5** |
| В | 0 | 0 | 8 | 0 | **0** |
| Г | 20 | 10 | 10 | 10 | **1** |
| Д | 31 | 9 | 15 | **5** | 14 |

Редуктую матрицю по рядках, вибираючи мінімальні значення

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| А | 18 | 20 | **0** | 11 | 8 |
| Б | 22 | 14 | 6 | 24 | **5** |
| В | 0 | 0 | 8 | 0 | **0** |
| Г | 20 | 10 | 10 | 10 | **1** |
| Д | 31 | 9 | 15 | **5** | 14 |

Викреслюю всі наявні нулі якомога меншою кількостю ліній

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| А | 18 | 20 | 0 | 11 | 8 |
| Б | 17 | 9 | 1 | 19 | 0 |
| В | 0 | 0 | 8 | 0 | 0 |
| Г | 19 | 9 | 9 | 9 | 0 |
| Д | 26 | 4 | 10 | 0 | 9 |

Min = 1

Додаю до перехресних елементів мінімальне число, а до не закреслений віднімаю мінімальне

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| А | 18 | 20 | 0 | 12 | 9 |
| Б | 16 | 8 | 0 | 24 | 5 |
| В | 0 | 0 | 8 | 1 | 1 |
| Г | 18 | 8 | 8 | 9 | 0 |
| Д | 25 | 3 | 9 | 0 | 9 |

Min = 8

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| А | 10 | 12 | 0 | 4 | 9 |
| Б | 8 | 0 | 0 | 11 | 0 |
| В | 0 | 0 | 16 | 1 | 9 |
| Г | 10 | 0 | 8 | 1 | 0 |
| Д | 25 | 3 | 17 | 0 | 17 |

Кількість ліній 5=5 отже здійснено оптимальний розв’язок.

Обираю такі нулі, які б не повторювались у стовпці та у рядках, це можливо при оптимальному

Шукаю відповідники цих значень у початковій матриці

50+34+60+35+31 = 210

**Метод Мака**

Шукаю мінімальні значення по рядках

+

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| А | 18 | 20 | 0 | 11 | 8 |
| Б | 17 | 9 | 1 | 19 | 0 |
| В | 0 | 0 | 8 | 0 | 0 |
| Г | 19 | 9 | 9 | 9 | 0 |
| Д | 26 | 4 | 10 | 0 | 9 |

У стовпці 5 наявні 2 мінімальні значення, тому прохожусь по рядках у яких є ці числа.

У 2 рядку мінімальне 1-0

У 4 рядку мінімальне 9-0

Беру найменше 1

Додаю до 5 стовпця найменше значення та ставлю зірочку біля елементу який додав, позначаю також цей стовпець плюсом.

**+ +**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| А | 18 | 20 | 0 | 11 | 9 |
| Б | 17 | 9 | 1\* | 19 | 1 |
| В | 0 | 0 | 8 | 0 | 1 |
| Г | 19 | 9 | 9 | 9 | 1 |
| Д | 26 | 4 | 10 | 0 | 10 |

Знаходжу мінімальне серед рядків А В Г, які не є у 3 чи 5 стовпці

Рядок А

11-0

Рядок Б

9-1

Рядок Г

9-1

Вибираю рядок Б значення 9, до 3 і 5 стовпця додаю різницю, отже 8, позначаю це число \*

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| А | 18 | 20 | 8 | 11 | 17 |
| Б | 17 | 9\* | 9\* | 19 | 9 |
| В | 0 | 0 | 16 | 0 | 9 |
| Г | 19 | 9 | 17 | 9 | 9 |
| Д | 26 | 4 | 18 | 0 | 18 |

Перевірка на оптимальність

У матриці не залишись жодного стовпця з непідкресленим елементом

Тому знайдено оптимальний розв’язок

Шукаю відповідники цих елементів у початковій матриці

50+34+60+35+31 = 210

**ТРАНСПОРТНА ЗАДАЧА ЛІНІЙНОГО ПРОГРАМУВАНЯ ЗА КРИТЕРІЄМ ВАРТОСТІ ПЕРЕВЕЗЕНЬ**

|  |
| --- |
|  |
|  | B1 | B2 | B3 | B4 | B5 | Запас |
| A1 | 12 | 16 | 21 | 19 | 32 | 180 |
| A2 | 4 | 4 | 9 | 5 | 24 | 250 |
| A3 | 3 | 8 | 14 | 10 | 26 | 105 |
| A4 | 24 | 33 | 36 | 34 | 49 | 150 |
| A5 | 9 | 25 | 30 | 20 | 31 | 95 |
| Потреба | 200 | 100 | 145 | 185 | 150 | 780 |

За допомогою методу мінімальної вартості будую опорний план.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | B1 | B2 | B3 | B4 | B5 | Запас |
| A1 | 12 | 16 | 21[50] | 19[130] | 32 | 180 |
| A2 | 4[95] | 4[100] | 9 | 5[55] | 24 | 250 |
| A3 | 3[105] | 8[0] | 14 | 10 | 26 | 105 |
| A4 | 24 | 33 | 36 | 34 | 49[150] | 150 |
| A5 | 9 | 25 | 30[95] | 20 | 31 | 95 |
| Потреба | 200 | 100 | 145 | 185 | 150 | 780 |

M+N у цьому випадку дорівнює 5+5, тобто заповнених клітинок має бути 5+5-1 = 9, у мене їх 8, тому план невироджений

Заповнюємо клітинку нулем для мінімальної, для мого варіанту це 8.

Вирахую потенціали припустивши що u1 =0

u1 + v3 = 21; 0 + v3 = 21; v3 = 21  
u5 + v3 = 30; 21 + u5 = 30; u5 = 9  
u1 + v4 = 19; 0 + v4 = 19; v4 = 19  
u2 + v4 = 5; 19 + u2 = 5; u2 = -14  
u2 + v1 = 4; -14 + v1 = 4; v1 = 18  
u3 + v1 = 3; 18 + u3 = 3; u3 = -15  
u3 + v2 = 8; -15 + v2 = 8; v2 = 23

невідомий лишається v4 та u5

його знаходимо за рахунок занулення одного з елементів рядка 4 або стовпця 5.

Мінімальний 24, тому його і візьму

u2 + v5 = 24; -14 + v5 = 24; v5 = 38  
u4 + v5 = 49; 38 + u4 = 49; u4 = 11

v1=18  
v2=23  
v3=21  
v4=19

v5=38

u1=0  
u2=-14  
u3=-15  
u4=11

u5=9

∆11 = 0 + 18 - 12 = 6 > 0  
∆12 = 0 + 23 - 16 = 7 > 0  
∆15 = 0 + 38 - 32 = 6 > 0  
∆22 = -14 + 23 - 4 = 5 > 0  
∆41 = 11 + 18 - 24 = 5 > 0  
∆42 = 11 + 23 - 33 = 1 > 0  
∆51 = 9 + 18 - 9 = 18 > 0  
∆52 = 9 + 23 - 25 = 7 > 0  
∆54 = 9 + 19 - 20 = 8 > 0  
∆55 = 9 + 38 - 31 = 16 > 0

План оптимальних бо всі оцінки додатні.

Підрахую значення цільової функції

F(x) = 21\*50 + 19\*130 + 4\*95 + 4\*100 + 5\*55 + 3\*105 + 49\*150 + 30\*95 =

15090

**ДИСКРЕТНА ЗАДАЧА ОПТИМАЛЬНОГО РОЗПОДІЛУ РЕСУРСІВ**

Мета заняття: вивчення методу динамічного програмування та його використання для розв’язування дискретної задачі оптимального розподілу ресурсів.

До автотранспортного підприємства (АТП) надійшли замовлення від чотирьох (n=4) підприємств П1 — П4 на перевезення вантажів. Наявний парк автомобілів АТП складає 20 одиниць. Для виконання перевезень АТП виділяє автомобілі у кількості, що кратна 4 одиницям. Функція загального прибутку АТП від перевезень на підприємствах в залежності від кількості автомобілів, що виділяються на їх адресу, задана у вигляді таблиці 7.1. Використовуючи метод динамічного програмування, визначити оптимальний варіант розподілу автомобілів між підприємствами з метою максимізації прибутку АТП від надання послуг з перевезення вантажів

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Кількість автомобілів | Прибуток від виконання перевезень на підприємствах в залежності від кількості виділених автомобілів, тис. грн | | | |
| П1 | П2 | П3 | П4 |
| 4 | 3.1 | 3.8 | 4 | 2.9 |
| 8 | 3.3 | 3.9 | 4.3 | 3 |
| 12 | 3.9 | 4.5 | 4.7 | 4.9 |
| 16 | 5 | 4.6 | 5.1 | 5.7 |
| 20 | 5.3 | 5.2 | 5.3 | 6.5 |

Ця задача є задачею динамічного програмування, тому виконувати її будемо ззаду наперед.

Тому починаю з 4 компанії

Складаю таблицю всіх можливих значень

**Крок 4**

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | K=4 | K=8 | K=12 | K=16 | K=20 | f’4 | k’4 |
| 4 | 2.9 |  |  |  |  | 2.9 | 4 |
| 8 | 2.9 | 3 |  |  |  | 3 | 8 |
| 12 | 2.9 | 3 | 4.9 |  |  | 4.9 | 12 |
| 16 | 2.9 | 3 | 4.9 | 5.7 |  | 5.7 | 16 |
| 20 | 2.9 | 3 | 4.9 | 5.7 | 6.5 | 6.5 | 20 |

Виконав розрахунки за формулою



**Крок 3**

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | K=4 | K=8 | K=12 | K=16 | K=20 | f’3 | k’3 |
| 4 | 4 |  |  |  |  | 4 | 4 |
| 8 | 6.9 | 4.3 |  |  |  | 6.9 | 4 |
| 12 | 7 | 7.2 | 4.7 |  |  | 7.2 | 8 |
| 16 | 8.9 | 7.3 | 7.6 | 5.1 |  | 8.9 | 4 |
| 20 | 9.7 | 9.2 | 7.7 | 8 | 5.3 | 9.7 | 4 |

X=4 k=4 g=4+0=4

X=8 k=4 g=4+2.9=6.9

X=12 k=4 g=4+3=7

X=16 k=4 g=4+4.9=8.9

X=20 k=4 g=4+5.7=9.7

X=8 k=8 g=4.3+0=4.3

X=12 k=8 g=4.3+2.9=7.2

X=16 k=8 g=4.3+3=7.3

X=20 k=8 g=4.3+4.9=9.2

X=12 k=12 g=4.7+0=4.7

X=16 k=12 g=4.7+2.9=7.6

X=20 k=12 g=4.7+3=7.7

X=16 k=16 g=5.1+0=5.1

X=20 k=16 g=5.1+2.9=8

X=20 k=20 g=5.3

**Крок 2**

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | K=4 | K=8 | K=12 | K=16 | K=20 | f’2 | k’2 |
| 4 | 3.8 |  |  |  |  | 3.8 | 4 |
| 8 | 7.8 | 3.9 |  |  |  | 7.8 | 4 |
| 12 | 10.7 | 7.9 | 4.5 |  |  | 10.7 | 4 |
| 16 | 11 | 10.8 | 8.5 | 4.6 |  | 11 | 4 |
| 20 | 12.7 | 11.1 | 11.4 | 8.6 | 5.2 | 12.7 | 4 |

X=4 k=4 g=3.8+0=3.8

X=8 k=4 g=3.8+4=7.8

X=12 k=4 g=3.8+6.9=10.7

X=16 k=4 g=3.8+7.2=11

X=20 k=4 g=3.8+8.9=12.7

X=8 k=8 g=3.9+0=3.9

X=12 k=8 g=3.9+4=7.9

X=16 k=8 g=3.9+6.9=10.8

X=20 k=8 g=3.9+7.2=11.1

X=12 k=12 g=4.5+0=4.5

X=16 k=12 g=4.5+4=8.5

X=20 k=12 g=4.5+6.9=11.4

X=16 k=16 g=4.6+0=4.6

X=20 k=16 g=4.6+4=8.6

X=20 k=20 g=5.2

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | K=4 | K=8 | K=12 | K=16 | K=20 | f’1 | k’1 |
| 20 | 14.1 | 14 | 11.7 | 8.8 | 5.3 | 14.1 | 4 |

X=20 k=4 g=3.1+11=14.1

X=20 k=8 g=3.3+10.7=14

X=20 k=12 g=3.9+7.8=11.7

X=20 k=16 g=5+3.8=8.8

X=20 k=20 g=5.3+0=5.3

З цих значень потрібно взяти максимальне (14.1)

Тепер потрібно пересуватись покроково, для першої компанії потрібно взяти 4, залишиться 16, тоді для другої шукаєсо максимальне з 16, максимальне 11, воно перебуває на місці 4, отже беремо 4 з другої компанії. Залишилось 12. З 12 вибираємо максимальне, воно стоїть на місці 8 та дорівнює 7.2.Отже, з третьої компанії потрібно взяти 8.Отже для останньої компанії залишається 4 вільні автомобілі. Отже, з четвертої компанії буде виділено 4 машини.

Отже, максимальний прибуток автотранспортного підприємства, який дорівнює 14.1 тис. грн., буде отриманий, якщо розподілити автомобілі між підприємствами таким чином: П1 = 4 автомобіля ; П2 = 4 автомобілів; П3 = 8 автомобіля ; П4 = 4 автомобіля.

# **Метод «відгалужень і меж» розв’язування задач цілочислового лінійного програмування.**

Для виконання перевезень у трьох виробничих цехах транспортний цех підприємства має у розпорядженні *n* тягачів та *m* причепів до них. При цьому у першому цеху тягач може працювати з *а* причепами, у другому цеху — з *b* причепами, у третьому цеху — з *с* причепами. Змінна продуктивність тягача у першому цеху дорівнює т/зміну, у другому цеху — т/зміну, у третьому цеху — т/зміну. Необхідно розподілити тягачі та причепи між цехами таким чином, щоб їх сумарна змінна продуктивність була максимальною.

Вихідні дані для виконання завдання по варіанту:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Вар. | *n* | *m* | *а* | *b* | *с* |  |  |  |
| 4 | 8 | 15 | 4 | 3 | 1 | 28 | 25 | 30 |

Розв’язування:

=> max

8

Розв’язуємо послаблену задачу без накладення умови цілочисловості змінних.

Розв’яжемо її сиплекс методом:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Базис | B | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 |
| x4 | 8 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| x5 | 7 | 3 | 2 | 0 | 0 | 1 |
| F(X0) | 0 | -28 | -26 | -15 | 0 | 0 |

|  |
| --- |
|  |
| Базис | B | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 | Ω |
| x4 | 8 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 8 |
| x5 | 7 | 3 | 2 | 0 | 0 | 1 | 7/3 |
| F(X1) | 0 | -28 | -26 | -15 | 0 | 0 |  |

|  |
| --- |
|  |
| Базис | B | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 | Ω |
| x4 | 17/3 | 0 | 1/3 | 1 | 1 | -1/3 | 17/3 |
| x1 | 7/3 | 1 | 2/3 | 0 | 0 | 1/3 | - |
| F(X2) | 196/3 | 0 | -22/3 | -15 | 0 | 28/3 |  |

|  |
| --- |
|  |
| Базис | B | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 | Ω |
| x3 | 17/3 | 0 | 1/3 | 1 | 1 | -1/3 | 17 |
| x1 | 7/3 | 1 | 2/3 | 0 | 0 | 1/3 | 7/2 |
| F(X3) | 451/3 | 0 | -7/3 | 0 | 15 | 13/3 |  |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Базис | B | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 |
| x3 | 9/2 | -1/2 | 0 | 1 | 1 | -1/2 |
| x2 | 7/2 | 3/2 | 1 | 0 | 0 | 1/2 |
| F(X3) | 317/2 | 7/2 | 0 | 0 | 15 | 11/2 |

Всі значення функції додатні тому закінчую ітерації

x1 = 0, x2 = 3.5, x3 = 4.5

Z = 158.5

Отже буду розлядати варіанти там де

Та

1 варінт

|  |
| --- |
|  |
| Базис | B | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 | x6 | min |
| x4 | 8 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 8 |
| x5 | 15 | 4 | 3 | 1 | 0 | 1 | 0 | 15/4 |
| x6 | 3 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | - |
| F(X1) | 0 | -28 | -26 | -15 | 0 | 0 | 0 |  |

|  |
| --- |
|  |
| Базис | B | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 | x6 | min |
| x4 | 17/4 | 0 | 1/4 | 3/4 | 1 | -1/4 | 0 | 17/3 |
| x1 | 15/4 | 1 | 3/4 | 1/4 | 0 | 1/4 | 0 | 15 |
| x6 | 3 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | - |
| F(X2) | 105 | 0 | -5 | -8 | 0 | 7 | 0 |  |

|  |
| --- |
|  |
| Базис | B | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 | x6 | min |
| x3 | 17/3 | 0 | 1/3 | 1 | 4/3 | -1/3 | 0 | 17 |
| x1 | 7/3 | 1 | 2/3 | 0 | -1/3 | 1/3 | 0 | 7/2 |
| x6 | 3 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 3 |
| F(X3) | 451/3 | 0 | -7/3 | 0 | 32/3 | 13/3 | 0 |  |

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Базис | B | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 | x6 |
| x3 | 14/3 | 0 | 0 | 1 | 4/3 | -1/3 | -1/3 |
| x1 | 1/3 | 1 | 0 | 0 | -1/3 | 1/3 | -2/3 |
| x2 | 3 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| F(X3) | 472/3 | 0 | 0 | 0 | 32/3 | 13/3 | 7/3 |

Знайдено оптимальне рішення, бо значення функції всі додатні

x1 = 1/3, x2 = 3, x3 = 4

Z = 157

Варіант2

У другому варіанті присутні від’ємні значення у стовпці b, тому введу у базис з

Отримую таку матрицю

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Базис | B | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 | x6 | Ω |
| x4 | 4 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 4 |
| x5 | 3 | 4 | 0 | 1 | 0 | 1 | 3 | 3/4 |
| x2 | 4 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | -1 | - |
| F(X1) | 0 | -28 | 0 | -15 | 0 | 0 | -26 | 0 |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Базис | B | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 | x6 | min |
| x4 | 13/4 | 0 | 0 | 3/4 | 1 | -1/4 | 1/4 | 13/3 |
| x1 | 3/4 | 1 | 0 | ¼ | 0 | 1/4 | 3/4 | 3 |
| x2 | 4 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | -1 | - |
| F(X2) | 21 | 0 | 0 | -8 | 0 | 7 | -5 | 0 |

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Базис | B | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 | x6 |
| x4 | 1 | -3 | 0 | 0 | 1 | -1 | -2 |
| x3 | 3 | 4 | 0 | 1 | 0 | 1 | 3 |
| x2 | 4 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | -1 |
| F(X3) | 45 | 32 | 0 | 0 | 0 | 15 | 19 |

Припиняю ітерації, отримаю розв’язок

x1 = 0, x2 = 4, x3 = 3

Z = 149

Отримаємо всі цілочислові значення, проте значення цільової функції у варіанті 1, більше аніж для варінт 2. Тому буду продовжувати розгалуження з 1 варіанту.

Беру тепер нерівність

Та

Для першого варіанту розв’язую

Z= 155 1/3

Для другого варіанту розв’язую

Z = 155

Якщо б у нас були ще інші значення, то можна було б розглядати їх, проте залишилось лише тому вибираю максимальне значення з цілими.

Цілі значення це:

x1 = 0, x2 = 4, x3 = 3

Z = 149

Z = 155

Вибираю максимальне з цих двох.

Відповідь:

Z = 155

# **Задача про завантаження транспортного засобу.**

Знайти варіант завантаження автомобіля номінальної вантажопідйомності *W = 9* тонн трьома видами вантажів, який забезпечує максимальний прибуток від їх перевезення. Маса вантажів відповідно складає т, т, т. Прибуток від перевезення одиниць *k*-го вантажу задається функцією грн., яка представлена у таблиці відразу відносно варіанту:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Кількість завантажених одиниць | Прибуток від перевезення вантажів за видами в залежності від їх завантаженої кількості, *грн*. | | |
|  |  |  |
| 1 | 60 | 170 | 220 |
| 2 | 120 | 250 | 350 |
| 3 | 160 | 300 | 420 |
| 4 |  | 450 | - |
| 5 | 230 | - | - |
| 6 | 290 | - | - |
| 7 | 330 | - | - |
| 8 | 420 | - | - |
| 9 | 500 | - | - |

Розв’язування:

Створю мат. модель цієї задачі

Тепер розділю задачу на 3 кроки, бо є 3 різні вантажі

Крок 3

Крок 2 }

Крок 1

Умовна оптимізація процесу

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Sk-1 | K=3 | |  | | | K=1 | | |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
| 9 | 0 | 0 | 0 | 9 | 420 | 0 | 9 | 520 |
| 1 | 220 | 1 | 7 | 170+350  **520\*** | 1 | 8 | 60+520  580 |
| 2 | 350 | 2 | 5 | 250+220  470 | 2 | 7 | 120+470  590 |
| 3 | **420\*** | 3 | 3 | 300+220  520 | 3 | 6 | 160+390  550 |
|  | | 4 | 1 | 450 | 4 | 5 | 210+390  600 |
|  | | | 5 | 4 | 230+250  480 |
| 6 | 3 | 290+220  510 |
| 7 | 2 | 330+170  500 |
| 8 | 1 | 420+0  420 |
| 9 | 0 | 500+0  500 |
| 8 | 0 | 0 | 0 | 8 | 350 |  | | |
| 1 | 220 | 1 | 6 | **520** |
| 2 | **350\*** | 2 | 4 | 470 |
|  | | 3 | 2 | 300 |
| 4 | 0 | 450 |
| 7 | 0 | 0 | 0 | 7 | 350 |
| 1 | 220 | 1 | 5 | 390 |
| 2 | 350 | 2 | 3 | **470\*** |
|  |  | 3 | 1 | 300 |
| 6 | 0 | 0 | 0 | 7 | 350 |
| 1 | 220 | 1 | 5 | 390 |
| 2 | **350\*** | 2 | 3 | **470\*** |
|  |  | 3 | 1 | 300 |
| 5 | 0 | 0 | 0 | 5 | 220 |
| 1 | **220\*** | 1 | 3 | **390\*** |
|  |  | 2 | 1 | 250 |
| 4 | 0 | 0 | 0 | 4 | 220 |
| 1 | **220\*** | 1 | 2 | 170 |
|  |  | 2 | 0 | **250\*** |
| 3 | 0 | 0 | 0 | 3 | **220\*** |
| 1 | **220\*** | 1 | 1 | 170 |
| 2 | 0 | **0\*** | 0 | 2 | 0 |
|  |  | 1 | 0 | **170\*** |
| 1 | 0 | **0\*** | 0 | 1 | **0\*** |

Підсумки умовної оптимізації

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Sk-1** | K=3 | | K=2 | | K=1 | |
|  |  |  |  |  |  |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |  |  |
| 2 | 0 | 0 | 1 | 170 |  |  |
| 3 | **1** | **220** | 0 | 220 |  |  |
| 4 | 1 | 220 | 2 | 250 |  |  |
| 5 | 1 | 220 | **1** | **390** |  |  |
| 6 | 2 | 350 | 1 | 390 |  |  |
| 7 | 2 | 350 | 2 | 470 |  |  |
| 8 | 2 | 350 | 1 | 520 |  |  |
| 9 | 3 | 420 | 1 | 520 | **4** | **600** |

Отже маємо оптимальний варіант завантаження має вигляд: ; ; . Тобто необхідно завантажити чотири вантажі масою 1 т, один вантаж масою 2 т та один вантаж масою 3 т. При цьому досягається максимальний прибуток від перевезення

# **Системи масового обслуговування з груповим надходженням вимог.**

На *n* колій зливу залізничної станції з інтенсивністю *λ* подач на добу надходять цистерни з нафтопродуктами. Кожна подача складається з *m* цистерн.

Інтенсивність зливу нафтопродуктів така, що за добу на кожній колії

розвантажується в середньому *μ* цистерн.

Необхідно оцінити роботу колій зливу станції, якщо кожна цистерна подачі може розвантажуватися на будь-якій вільній колії зливу нафтопродуктів.

Вихідні дані для виконання завдання за варіантом:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Вар. | *λ* | *μ* | *n* | *m* |
| 4 | 3 | 4 | 6 | 4 |

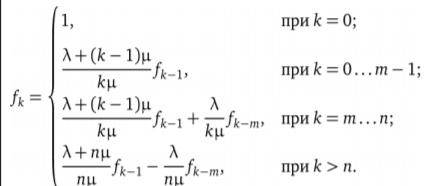
Розв’язування:

* Параметр завантаження α = *λ / μ*

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| K |  |  |  | (k-n) | (n-k) |
| 0 | 1 | 0.231 | 0 | - | 1.386 |
| 1 | 0.75 | 0.173 | 0.173 | - | 0.865 |
| 2 | 0.6562 | 0.151 | 0.302 | - | 0.604 |
| 3 | 0.6015 | 0.139 | 0.417 | - | 0.417 |
| 4 | 0.3764 | 0.087 | 0.348 | - | 0.174 |
| 5 | 0.245 | 0.057 | 0.285 | - | 0.057 |
| 6 | 0.1527 | 0.035 | 0.21 | - | - |
| 7 | 0.1125 | 0.026 | 0.182 | 0.026 | - |
| 8 | 0.088 | 0.02 | 0.16 | 0.04 | - |
| 9 | 0.0749 | 0.017 | 0.153 | 0.051 | - |
| 10 | 0.069 | 0.016 | 0.16 | 0.064 | - |
| 11 | 0.066 | 0.015 | 0.165 | 0.075 | - |
| 12 | 0.0645 | 0.014 | 0.168 | 0.084 | - |
| 13 | 0.064 | 0.014 | 0.182 | 0.098 | - |
| ∑ | 4.32 | - | 2.905 | 0.438 | 3.503 |

Таблиця за допомогою буду отримувати подальші дані.

Порахував її за допомогою цієї формули



* Імовірність того що всі колії зливу вільні:

Підставивши мої значення отримаю

* середня кількість цистерн, що очікують зливу (середня довжина черги) є сумою значень п’ятого стовпчика таблиці
* середня кількість цистерн на станції (середня кількість вимог у системі) дорівнює сумі значень четвертого стовпчика таблиці
* середня кількість вільних колій зливу (середня кількість вільних каналів обслуговування) — сума значень останнього стовпчику таблиці
* середня тривалість очікування цистерною початку зливу

**Висновок**: На цій розрахунковій роботі я навчився алгоритму роз’язання задач лінійного програмування графічним та симплекс методами, також навчився алгоритму методу відгалужень та меж для задач цілочисельного лінійного програмування. Окрім того, навчився виконувати задачу про призначення різними методами. Також ознайомився з транспортною задачею за критерієм вартості. Теж навчився алгоритму задачі оптимального розподілу ресурсів та задачі про завантаження транспортного засобу. Ознайомився з виконанням задач СМО.

Окрім того, я на практиці навчився розв’язувати кожен з цих типів задач.